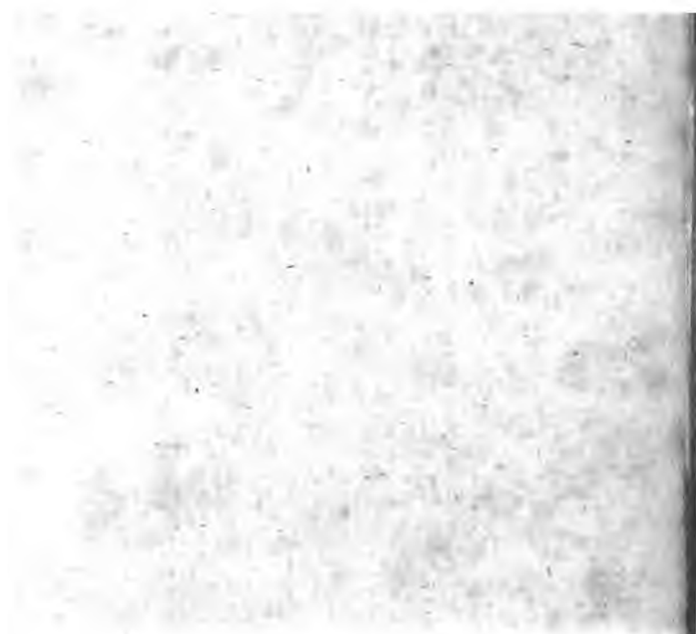




Gründlicher und ausführlicher

# Unterricht

zur

# practischen Geometrie

von

Johann Tobias Mayer,

Königl. Großbritt. Hofrath und Professor zu Göttingen.




## Vierter Theil.

Dritte verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit acht Kupfertafeln.


Erlangen,

bey Johann Jakob Palm.

1815.

# Vorerinnerung.

Daß es bisher noch an einem vollständigen practischen Unterrichte zur Zeichnung der verschiednen Netze zu den Landcharten, und dessen, was überhaupt zu ihrer Verfertigung gehört, gefehlt habe, brauche ich kaum zu erinnern. Was Hase in seiner Sciagraphiae tractatus integri de constructione mapparum etc. zu leisten versprochen hatte, glaube ich durch gegenwärtiges Buch erfüllt zu haben, und in so ferne einigen Dank zu verdienen, als eine genaue Kenntniß der verschiedenen Entwerfungsarten, ohnstreitig sehr vieles zum richtigern Gebrauche der Charten selbst

benträgt, und das Studium der Geographie erweitert. Ich habe ben dieser Gelegenheit auch von See- und Himmelscharten, und von Netzen zu Kugeln und Coniglobien gehandelt. Bey der Theorie dieser Gegenstände habe ich mich überall der möglichsten Deutlichkeit beflissen. Aber freilich konnte ich manches nicht anders als durch Hülfe algebraischer Formeln kurz und allgemein vortragen. Indessen habe ich denen zu gefallen, welchen es blos um Vorschriften zu dieser oder jener Entwerfungsart zu thun ist, überall Aufgaben bengefügt, nach denen sie nur verfahren dürfen, wenn ihnen an den Beweisen selbst nichts gelegen ist. — So können also auch Künstler und Kupferstecher, welche sich mit Kartenzeichnen, und Verfertigung der Kugeln abgeben, dieß Buch mit Nutzen gebrauchen. — Freylich ganz ohne alle Kenntniß der gemeinen

nen Geometrie, so etwas vorzunehmen, wie leider gar zu oft der Fall ist, bleibt dennoch Pfuscherey. Ich setze also zum voraus, daß derjenige, welcher sich mit solchen Dingen beschäftiget, wenigstens so viel gemeine Geometrie und Trigonometrie inne habe, nach einer Formel rechnen zu können, wenn er auch gleich die Art, wie sie gefunden worden, nicht einsieht. Will oder kann er das nicht, so wird er leicht jemand finden, der ihm nach den angegebenen Formeln diejenigen Dinge berechnet, die zur Construction eines Netzes erforderlich sind. Sehr oft habe ich Tabellen selbst beygefügt, um diese Mühe zu ersparen. Am besten wird es seyn, wenn solche, denen es an hinlänglicher Kenntniß zu einem solchen Geschäffte, das keines der leichtesten ist, fehlt, ganz davon wegbleiben.

Man wird in gegenwärtiger Schrift mehrere Entwerfungsarten finden, welche häufiger als bisher zu Landcharten angewandt zu werden verdienen. — Was ich von perspectivischen Projectionen halte, habe ich an verschiedenen Stellen des Buches geäussert.

Erlangen, im May 1794.

J. T. Mayer.

# Vorerinnerung.

Man wird in gegenwärtiger Schrift mehrere Entwerfungsarten finden, welche häufiger als bisher zu Landcharten angewandt zu werden verdienen. — Was ich von perspectivischen Projectionen halte, habe ich an verschiedenen Stellen des Buches geäussert.

Erlangen, im May 1794.

J. T. Mayer.

Vollständige und gründliche,

# Anweisung

zur Verzeichnung

der Land-, See- und Himmelscharten und der Netze zu Coniglobien und Kugeln

brauchbar

für alle, welche sich dieser Dinge mit Einsicht und Nutzen bedienen wollen

von

Johann Tobias Mayer,

Königl. Großbritt. Hofrath und Professor zu Göttingen

Dritte verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 8 Kupfertafeln.

Erlangen,

bey Johann Jakob Palm

# Vorerinnerung.

Daß es bisher noch an einem vollständigen practischen Unterrichte zur Zeichnung der verschiednen Netze zu den Landcharten, und dessen, was überhaupt zu ihrer Verfertigung gehört, gefehlt habe, brauche ich kaum zu erinnern. Was Hase in seiner Sciagraphiae tractatus integri de constructione mapparum etc. zu leisten versprochen hatte, glaube ich durch gegenwärtiges Buch erfüllt zu haben, und in so ferne einigen Dank zu verdienen, als eine genaue Kenntniß der verschiedenen Entwerfungsarten, ohnstreitig sehr vieles zum richtigern Gebrauche der Charten selbst

beyträgt, und das Studium der Geographie erweitert. Ich habe bey dieser Gelegenheit auch von See- und Himmelscharten, und von Netzen zu Kugeln und Coniglobien gehandelt. Bey der Theorie dieser Gegenstände habe ich mich überall der möglichsten Deutlichkeit beflissen. Aber freilich konnte ich manches nicht anders als durch Hülfe algebraischer Formeln kurz und allgemein vortragen. Indessen habe ich denen zu gefallen, welchen es blos um Vorschriften zu dieser oder jener Entwerfungsart zu thun ist, überall Aufgaben beygefügt, nach denen sie nur verfahren dürfen, wenn ihnen an den Beweisen selbst nichts gelegen ist. — So können also auch Künstler und Kupferstecher, welche sich mit Kartenzeichnen, und Verfertigung der Kugeln abgeben, dieß Buch mit Nutzen gebrauchen. — Freylich ganz ohne alle Kenntniß der gemeinen

nen

nen Geometrie, so etwas vorzunehmen, wie leider gar zu oft der Fall ist, bleibt dennoch Pfuscherey. Ich setze also zum voraus, daß derjenige, welcher sich mit solchen Dingen beschäftiget, wenigstens so viel gemeine Geometrie und Trigonometrie inne habe, nach einer Formel rechnen zu können, wenn er auch gleich die Art, wie sie gefunden worden, nicht einsieht. Will oder kann er das nicht, so wird er leicht jemand finden, der ihm nach den angegebenen Formeln diejenigen Dinge berechnet, die zur Construction eines Netzes erforderlich sind. Sehr oft habe ich Tabellen selbst beygefügt, um diese Mühe zu ersparen. Am besten wird es seyn, wenn solche, denen es an hinlänglicher Kenntniß zu einem solchen Geschäffte, das keines der leichtesten ist, fehlt, ganz davon wegbleiben.

Man wird in gegenwärtiger Schrift mehrere Entwerfungsarten finden, welche häufiger als bisher zu Landcharten angewandt zu werden verdienen. — Was ich von perspectivischen Projectionen halte, habe ich an verschiedenen Stellen des Buches geäussert.

Erlangen, im May 1794.

J. T. Mayer.

# Vorerinnerung
## zur zweyten Ausgabe.

Ich habe bey der neuen Ausgabe dieses Buchs keine Veranlassung gefunden, mit der Behandlung der darin vorkommenden Lehren große Aenderungen vorzunehmen. Sie hat aber dadurch gewonnen, daß mehrere litterarische Notizen und Zusätze hinzugekommen sind, unter denen ich vorzüglich das sehr stark vermehrte Verzeichniß der geographischen Längen und Breiten im 7. §, den Zusatz §. 39. (V.) zur Murdochischen Entwerfungsart, und die De la Hiresche Aequato-

rialprojection am Ende des 79sten §es anführe, um zu beweisen, daß man nunmehr in dieser Schrift wohl keine Projectionsart vermissen wird, die auf irgend eine Art zu Land- oder Himmelscharten angewandt worden ist. Auch ist eine neue Kupfertafel hinzugekommen, welche zur Erläuterung der De la Hireschen Aequatorialprojection erforderlich war.

Göttingen, im März 1804.

J. T. Mayer.

Vor-

## Vorerinnerung

### ur dritten Ausgabe.

 sind seit der zweyten Ausgabe dieses
ches keine neue Entwerfungsarten von
dcharten bekannt geworden, welche der
enwärtigen dritten erhebliche Zusätze oder
änderungen verstattet hätten. Zwar haben
issant (Traité de Topographie) und
dere Theoretiker, welche seitdem über diese
r jene Projectionsarten geschrieben haben,
h auf die sphäroidische Gestalt der Erde
icksicht genommen, und ihre Formeln dar-
h einzurichten gesucht. Aber der Practiker
wird

wird finden, daß wegen der geringen Größe des Maasstabes, der gewöhnlich bey den Zeichnungen der Landcharten zum Grunde gelegt wird, auf solche Verbesserungen wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde, kaum Rücksicht genommen werden kann, welche, unabgesehen davon, daß selbst die wahre Größe der Abplattung der Erde noch sehr zweifelhaft ist, sich gar leicht in die Fehler verhüllen, welche auf so mancherley Weise von der Eingrimpung des Papieres bey dem Abdrucke der Landcharten, und von andern Ursachen herrühren können. Auch verlangt man von einer Landcharte, als einer Zeichnung, ihrer Natur nach nie die haarscharfen Bestimmungen, welche besser durch Rechnung erhalten werden können, und es wäre thörigt, von einer Landcharte zu fordern, daß sie z. B. geographische Längen und Breiten

mit

mit derjenigen Genauigkeit angebe, als man solche aus den einer Charte zum Grunde liegenden Messungen vermittelst der Rechnung ableiten kann. Will man indessen auch auf die sphäroidische Gestalt der Erde bey seiner Projectionsart Rücksicht nehmen, so ist weiter nichts nöthig, als die Grade der Parallelkreise zu denen der Meridiane in einem solchen Verhältnisse aufzutragen, als nach (§. 13.) die sphäroidische Gestalt der Erde (bey Annahme einer gewissen Abplattung) es erfordert. Aber man wird sich meist nur eine unnöthige Mühe machen, zumahl da die Abplattung der Erde jetzt noch weit geringer angegeben wird, als sie bey der Berechnung des Täfelchens (§. 10.) zum Grunde gelegt worden ist. Bey perspectivischen Projectionen würde die Mühe gar nicht belohnt werden. Ich habe daher in der gegenwärtigen Aus-

gabe nichts erhebliches zu verändern und zu verbessern gefunden. Hin und wieder sind jedoch mehrere Zusätze und litterärische Notizen hinzugekommen. Auch ist das Verzeichniß der geographischen Längen und Breiten (§. 7.) nach den neuesten Beobachtungen überall, wo es nöthig war, verbessert worden.

Göttingen, im Junius
1815.

Joh. Tob. Mayer.

In-

# Inhalt.

## Erstes Kapitel.



## Zweites Kapitel.



Män-

Con-

## Drittes Kapitel.



Ueber

rialprojection am Ende des 79sten §es anführe, um zu beweisen, daß man nunmehr in dieser Schrift wohl keine Projectionsart vermissen wird, die auf irgend eine Art zu Land- oder Himmelscharten angewandt worden ist. Auch ist eine neue Kupfertafel hinzugekommen, welche zur Erläuterung der De la Hireschen Aequatorialprojection erforderlich war.

Göttingen, im März 1804.

J. T. Mayer.

---

## Vorerinnerung
### zur dritten Ausgabe.

Es sind seit der zweyten Ausgabe dieses Buches keine neue Entwerfungsarten von Landcharten bekannt geworden, welche der gegenwärtigen dritten erhebliche Zusätze oder Abänderungen verstattet hätten. Zwar haben Puissant (Traité de Topographie) und andere Theoretiker, welche seitdem über diese oder jene Projectionsarten geschrieben haben, auch auf die sphäroidische Gestalt der Erde Rücksicht genommen, und ihre Formeln darnach einzurichten gesucht. Aber der Practiker

wird

wird finden, daß wegen der geringen Größe des Maasstabes, der gewöhnlich bey den Zeichnungen der Landcharten zum Grunde gelegt wird, auf solche Verbesserungen wegen der sphäroidischen Gestalt der Erde, kaum Rücksicht genommen werden kann, welche, unabgesehen davon, daß selbst die wahre Größe der Abplattung der Erde noch sehr zweifelhaft ist, sich gar leicht in die Fehler verhüllen, welche auf so mancherley Weise von der Eingrimpung des Papieres bey dem Abdrucke der Landcharten, und von andern Ursachen herrühren können. Auch verlangt man von einer Landcharte, als einer Zeichnung, ihrer Natur nach nie die haarscharfen Bestimmungen, welche besser durch Rechnung erhalten werden können, und es wäre thörigt, von einer Landcharte zu fordern, daß sie z. B. geographische Längen und Breiten

Fünftes Kapitel.

Zeichnung der stereographischen Projectionen, nach den verschiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde.



Sechs-

## Sechstes Kapitel.



## Siebentes Kapitel.

# Inhalt.

## Erstes Kapitel.



## Zweites Kapitel.

Con-

## Drittes Kapitel.



Ueber

und der ganze Riß ist vollkommen dem Stücke d
Erdfläche ähnlich, welches er darstellen soll, od
kan ihm wenigstens so ähnlich gemacht werde
daß die Abweichung in keine Betrachtung komm
weil die Krümmung eines solchen Stücks der Er
fläche, womit sich die practische Geometrie b
schäftigt, gewöhnlich so gering ist, daß der Fehle
der daraus in einer Zeichnung auf dem Papier
als einer Ebene, entstehen kan, völlig für Nich
gelten darf.

3. Ganz anders verhält sich hingegen d
Sache bey einem so grossen Stücke der Erdfläch
daß die kugelförmige Krümmung desselben mer
lich ist. Die Distanz von einem Orte zum a
dern auf der Kugel, kan jetzt nicht mehr als ei
gerade Linie betrachtet werden, sondern sie ist ei
Kreisbogen, und zwar ein Bogen eines größ
ten Kreises, den man sich durch die beyde
Oerter auf der Kugel vorstellen muß; und nimm
man drey Oerter auf der Kugel, so bilden ihr
Entfernungen von einander, kein geradlinig
tes, sondern ein sphärisches Dreyeck.

4. Wolte man demnach auf dem Papiere ei
Dreyeck zeichnen, dessen drey Seiten sich wie di
des erwähnten sphärischen Dreyecks verhielten
so würden die Winkel in beyden Dreyecken nich

über

Beybehaltung der Aehnlichkeit des Ganzen und aller Theile, nicht anders, als auf einer Kugel selbst abbildet. Kugeln lassen sich aber nicht bey allen Vorfällen bequem handthieren, und sind sehr kostbar, besonders wenn sie einigermaaßen ins Detail gehen sollen, und deswegen bildet man die Erde dennoch auf ebenen Flächen, oder auf Landcharten ab. — Aber dann ist dies nicht anders, als durch eine Veränderung der Gestalt und Lage der Theile ihrer Oberfläche möglich, weil sich die Kugelründung nicht in eine Ebene bringen läßt; also muß hiebey allemahl die Aehnlichkeit mit dem Originale verlohren gehen. Man muß sich demnach begnügen, wenn eine solche Abbildung nur einige Bedingungen der Aehnlichkeit erfüllen kann, wenn sie nur übrigens nach einem solchen Gesetze entworfen ist, daß sich diejenigen Data bequem von ihr abnehmen lassen, welche etwa nöthig sind, durch Rechnung oder Zeichnung diese oder jene Dinge zum geographischen Gebrauche genauer als auf der Charte selbst, bestimmen zu können, z. E. Distanzen der Oerter, oder bey der Schiffarth die Lage eines Orts in Absicht auf diese oder jene Weltgegend u. dgl. Eine geographische Charte soll nur zu einer allgemeinen Uebersicht eines Landes dienen; übrigens

## Fünftes Kapitel.

Zeichnung der stereographischen Projectionen, nach den verschiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde.



Sechs-

## Sechstes Kapitel.



## Siebentes Kapitel.



Von

Zeichnung einer Charte, als daß sich bey dem
auche derselben, die geographischen Längen
Breiten der Oerter leicht sollen finden lassen,
ürfen auf dem Papiere die Parallelzirkel und
idiane nur als gerade Linien gezeichnet wer-
welche sich alle unter rechten Winkeln und
leichen Distanzen von einander, welche man
Grade bedeuten lassen könnte, durchschnei-
Man könnte alsdann jeden solchen Raum,
her einen Grad bedeutete, an dem Rande der
rte etwa noch in kleinere Theile, z. E. von
5 Minuten eintheilen, und dann die Oerter
Maasgabe ihrer geographischen Längen und
ten in dies Netz eintragen; und so ließe sich
r auch umgekehrt von einer bereits gezeichne-
Charte, zu diesem oder jenem Gebrauche, sehr
t wieder eines jeden Orts Länge und Breite

drückte, und zu den ganzen Graden der L
und Breite, die jenen Meridian und Par
kreisen entsprächen, hinzusetze.

2. Diese schon in den ältesten Zeiten ü
Entwerfungsart erfüllt nun zwar eine ohn
die 3 angegebenen Bedingungen einer Landch
leichter, als jedes andere Verfahren; allein
begreift, daß wenn zumahl eine solche Charte
großes Stück der Erdfläche in sich fassen soll,
Figur der Länder und die wahren Distanzen
Oerter unter sich selbst, sehr von ihrem Orig
auf der Kugel abweichen werden, weil die M
Linien auf der Kugel nicht mit einander pa
sind, sondern sich alle in den Polen durchsc
den, also nach diesen Punkten auf der Erd
fläche convergent sind, wodurch denn auch
Grade auf den Parallelzirkeln abnahmen, so
man sich den Polen nähert. Je mehr denn
ein Land sich in die Breite erstreckt, desto m
muß die Gestalt desselben auf einem Netze d
Art verzogen werden, wenn man es nach A
gabe der geographischen Länge und Breite s
Oerter in dies Netz einträgt, und daher kann
Charte dieser Art nur zu dem angegebenen b
dern Zwecke, aber keinesweges dazu dienen,
einen ohngefähren sinnlichen Begriff von der

der Ausdehnung eines Landes zu ver-
Uebrigens hat diese Entwerfungsart den
, daß die geraden Linien, welche auf dem
e Meridiane und Parallelkreise vorstellen,
die wahren auf der Kugel, unter rechten
durchschneiden, welches einen besondern
in der Schiffskunst verschafft, daher man
it einiger Abänderung diese Einrichtung in
hifferchaarten beybehalten hat.

Weniger würde die Figur eines Landes
ltet werden, wenn man die Grade auf den
lzirkeln nicht denen des Meridians gleich
sondern sie ohngefähr in demjenigen Ver-
zu den Graden des Meridians nähme,
etwa die durch die Mitte der Charte lau-
Parallelgrade zu denen des Meridians ha-
. h. wenn die äussersten Parallelkreise dem
und 50ten Grade der Breite entsprächen,
er mittelste Parallelkreis der Charte dem
Grad der Breite, so würde man die Grade
len Parallelkreisen, etwa in dem Verhält-
es Cosinus von 30 Grad zum Sinus totus,
nehmen, als die Grade auf den Meridia-
dann würde noch immer der Vortheil (1)
nden, aber die Länder, welche man in solche
zeichnete, würden nicht mehr so sehr von

ihrem

ihrem Urbilde auf der Kugel abweichen, und die Distanzen der Oerter würden mehr in ihrem ... zen Verhältnisse stehen.

II. 1. Zu den Entwerfungsarten, ... Meridiane und Parallelkreise in dem Netze als ge... rade Linien erscheinen, gehört auch diejenige, ... zwar die Parallelkreise durch gleichlaufende, ... Meridiane aber durch convergirende gerade Lin... abgebildet werden, so daß wenigstens die Gr... auf ein paar Parallelen, z. E. den äussersten ... Charte, ihr richtiges Verhältniß zu den Me... diangraden haben.

2. Man begreift, daß durch diese Construc... zwar in Ansehung der wahren Gestalt der in ... Netz hinein gezeichneten Länder etwas mehr ... wonnen wird, daß aber dennoch die Grade ... übrigen Parallelen nicht in ihrem wahren Verhält... nisse bleiben können. Auch stehen nunmehr die Parallelen nicht mehr auf den Meridianen sen... recht, sondern schneiden sie desto schiefer, je ... ter die Meridiane nach dem Rande der Charte ... liegen, welcher Umstand denn das Eintragen ... Oerter, und umgekehrt die Bestimmung der geo... graphischen Länge und Breite eines jeden auf der Charte vorgegebenen Ortes erschwert. Zugleich fallen nunmehr auch die Meridiangrade selbst ...

unglei-

lchem Falle denn die Abweichung von dem
nale auf der Kugel unmerklich wird.

III. 1. Am vortheilhaftesten scheint diese
Entwerfungsart zu seyn, deren sich Hr.
ne und andere Geographen bedient haben,
o viel als möglich die einzeln Vierecke, die
zwischen den Graden der Meridiane und Pa-
en auf dem Netze ergeben, denen auf der
el ähnlich zu erhalten.

2. Man gedenke sich auf der Kugel einen
llelkreis, der ohngefähr durch die Mitte des
es geht, welches man entwerfen will, und
eine Kegelfläche, welche die Kugel rings in
m Parallelkreise herum berührte, so kan man
Zone auf der Kugel, in welche das Land fällt,
...ssen mit einer eben so breiten Zone der ge-

und bilde so das ihm entsprechende Stück Kugelzone ab.

3. Ohngeachtet diese Vergleichung eine[r ku]gelförmigen Zone mit der eines Kegels, nu[r bei] schmalen Zonen statt finden kan, welche ohn[e gro]ßen Fehler für kegelförmig angenommen w[erden] dürfen, so dehnt Hr. Bonne dieses Verfa[hren] doch auch auf beträchtlich breite Zonen aus, [und] er behält vielmehr von der bisherigen Vorst[ellung] folgendes bey.

4. Aus einem in dem mittelsten Meri[dian] angenommenen Punkte beschreibt er auf der zu [ver]fertigenden Charte, mit einem Halbmesser, w[elcher] der Seitenlinie jenes Kegels, von dem Pu[nkte] an, in welchem er die Kugel berührt, bis a[n die] Spitze desselben, gleich ist, erstlich einen K[reis], und nunmehr andere concentrische Kreise, z. E[.] [vo]n 5 zu 5 Graden der Breite, deren Werthe er [...] berechnet, und auf dem mittelsten Meridiane [...] durch eine gerade Linie abgebildet ist, alle [...] gleicher Größe genommen hat. Auf jeden [...] concentrischen Bögen trägt er nun gleiche S[...] für die Parallelgrade, nimmt aber diese S[...] überall in ihrem richtigen Verhältnisse zu den [...] den des mittlern durch die Charte gehenden M[eri]dians, so werden die übrigen Meridiane, n[...]

gen, sphärischen Dreyecken, auf der Kugel
estimmen werden.

5. Erstreckt sich ein so verfertigtes Netz nicht
ein allzugroßes Stück der Erdfläche, so zieh
an die Meridiane ohne merklichen Fehler
lich als gerade Linien, und dann erhält man
ige Entwerfungsart, welche mein Vater bey
lappa Germaniae critica angewandt hat.

6. Nach dieser Entwerfungsart fällt die Ge
eines Landes noch ziemlich regelmäßig aus,
läßt sich der Quadrat-innhalt desselben auf
Charte selbst berechnen, ohne daß die Rech
von dem wahren Inhalte auf der Kugel
so beträchtlich abwiche, als bey mehreren
n Entwerfungsarten der Fall ist.

IV. 1. Zu besonderm Gebrauche auf Schiffen

nach einerley Weltgegend seglenden Schiffes sich durch eine gerade Linie abbilden läßt.

2. Segelt nemlich ein Schiff nach einer gewissen Weltgegend, so macht die Richtung seines Laufs einen gewissen Winkel mit dem Meridian des Orts der Ausfarth, und bleibt nun dieser Winkel immer derselbe, welchen Mittagskreis auch das Schiff durchstreicht; so sagt man, daß es immer nach einerley Weltgegend segele, z. E. nach Nordost, wenn die Richtung seines Laufs, alle Meridiane, in die es gelangt, nach Osten zu unter einem Winkel von 45 Graden durchschneidet.

3. Wenn man eine Erdkugel zur Hand nimmt, und solchergestalt den Weg eines Schiffs verzeichnet, das immer alle Meridiane unter gleichen Winkeln durchstreicht, so wird man finden, daß dieser Weg eine besondere krumme Linie bildet, die sehr von einem Bogen eines größten Circuls abweicht, wie sich auch schon daraus einsehen läßt, daß alle Meridiane nach den Polen zu convergiren, und also nicht von einer geraden Linie, oder eigentlich von einem größten Circul, unter gleichen Winkeln durchschnitten werden können. Diese krumme Linie schlingt sich nach Art einer Spirallinie mit unzählichen Windungen um den Pol, und bekommt von den Schiffern den Nahmen der loxa-

dromi-

im Aequator seinen Lauf nimmt. In allen
s Fällen ist dieser loxodromische Weg eines
s eine Art von Spirallinie auf der Oberfläche
ugel. Ihre Eigenschaften werden in der
Geometrie entwickelt, und gehören jetzt nicht
: Indessen ist klar, daß man ebenfalls eine
n Spirallinie erhalten würde, wenn man je-
Weg des Schiffs auf einer Charte verzeichnen
worauf die Meridiane, wie die auf der Ku-
nach einem gewissen Punkte zu convergirten,
aß denn diese Verzeichnung dem Schiffer sehr
seyn würde.

. Man läßt daher auf einer Charte zum
uche der Schiffer, die Meridiane nicht con-
en, sondern zeichnet sie als parallele gerade
Denn alsdann ist klar, daß eine Linie

Schiffer manche Vortheile verschafft, wie in der Folge noch mit mehrerem erwähnt werden soll.

5. Es erhellet indessen, daß bey einer solchen parallelen Lage der Meridiane, die Grade auf den Parallelkreisen, welche ebenfalls bey dieser Entwerfungsart durch gerade Linien abgebildet werden, sämmtlich von gleicher Größe ausfallen müssen, und also gegen die Grade der Meridiane nicht das richtige Verhältniß, wie auf der Kugel, erhalten würden, wenn man letztere auch von gleicher Größe machen wollte, weil sich die wahren Parallelgrade auf der Kugel, nach den Polen zu, wegen der Convergenz der Meridiane verjüngen.

6. Damit also doch wenigstens in jedem einzelnen Vierecke des Netzes, die überall gleich großen Parallelgrade ihr richtiges Verhältniß gegen die Meridiangrade erhielten, so hat man unter jedem Grad der Breite, einen Grad des Meridians auf der Charte, in demselben Verhältnisse vergrössert, in welchem er würklich auf der Kugel grösser, als der neben ihm befindliche Parallelgrad ist, dergestalt, daß also die Meridiangrade auf der Charte, nach den Polen zu, in dem Verhältnisse wachsen, wie die würklichen Parallelgrade auf der Kugel nach den Polen zu abnehmen,

und so erhielt man denn Charten mit un-
ıderlichen oder gleichgrossen Paral-
en, aber nach den Polen zu wachsenden
angraden. Anstatt daß also z. E. unter dem
Grad der Breite, ein Grad des Parallelkrei-
r halb so groß als der unveränderliche Grad
Rittags-kreises auf der Kugel seyn würde,
ıuf der Charte der letztere noch einmahl so
als der erstere unveränderliche abgebildet.
nennt man Charten dieser Art, worauf alle
elgrade einander gleich, die der Meridiane
nach den Polen zu, immer größer werden,
ten mit wachsenden Graden, oder wach-
Breiten, oder auch reducirte, hydro-
hische, ingleichen Mercators- oder
ıths- Charten, weil Gerhard Mercator
duard Wrigth zuerst die Theorie und Ver-
ıngsart dieser Charten gelehrt haben.

7. Auf einer solchen Charte werden nun frey-
e Länder, zumahl nach den Polen zu, wo
ade der Breite sehr groß ausfallen, merklich
taltet. Aber der vortheilhafte Gebrauch,
Schiffer von dieser Entwerfungsart machen
ı, ist bey weitem überwiegend, und wenn
brigens die Längen und Breiten der Oerter
eingetragen sind, so können solche Charten

dennoch zu Verzeichnung anderer dienen, welche die wahre Figur der Länder verhältnißmäßiger zu ihrem Originale auf der Kugel, darstellen. Auch gewähren diese Mercators-Charten, wegen des Parallelismus ihrer Meridiane, die Bequemlichkeit, einen Streifen um die ganze Erdfläche aneinander hängend darzustellen, weil man bloß einzelne Theilen dieses Streifens aneinander legen darf, um die ganze Zone zu erhalten, welches bey convergirenden und krummlinigen Meridianen nicht so gut angeht. So dient diese Einrichtung, mit einem Blicke zu übersehen, wie z. E. die Wohnungen der Thiere über der Erdfläche verbreitet sind, Ketten von Gebürgen u. dgl. unter einander zusammenhängen. Hieher Hrn. Prof. Zimmermann *Specim. Zoologiae quadrupedum* (Lugd. Bat. 1777.) ingleichen dessen Versuch einer Anwendung der Zoologischen Geographie auf die Geschöpfe der Erde, nebst einer Zoologischen Weltcharte, Leipzig 1783. Bey der Klügelischen Encyclopädie ist von Hrn. Prof. Bode die Erdzone zwischen beyden Polarkreisen hydrographisch entworfen.

V. Lambert hat in seinen Beyträgen zur Mathematik, 2 Th. S. 105. u. f. einen

Auf-

dromischen Linie, oder der Linie des schiefen Laufs. Nur in wenigen Fällen verwandelt sie sich in einen größten Kreis, z. E. wenn ein Schiff gerade nach Norden oder Süden, d. h. in einem Meridiane selbst fortsegelte, oder auch, wenn es z. E. im Aequator seinen Lauf nimmt. In allen übrigen Fällen ist dieser loxodromische Weg eines Schiffs eine Art von Spirallinie auf der Oberfläche der Kugel. Ihre Eigenschaften werden in der höhern Geometrie entwickelt, und gehören jetzt nicht hieher. Indessen ist klar, daß man ebenfalls eine Art von Spirallinie erhalten würde, wenn man jenen Weg des Schiffs auf einer Charte verzeichnen sollte, worauf die Meridiane, wie die auf der Kugel, nach einem gewissen Punkte zu convergirten, und daß denn diese Verzeichnung dem Schiffer sehr lästig seyn würde.

4. Man läßt daher auf einer Charte zum Gebrauche der Schiffer, die Meridiane nicht convergiren, sondern zeichnet sie als parallele gerade Linien. Denn alsdann ist klar, daß eine Linie, welche alle diese Meridiane unter gleichen Winkeln durchschneidet, also der Loxodromische Weg eines Schiffs, sich auf einer solchen Charte durch eine gerade Linie abbilden läßt, welches dem

nach einerley Weit… …setzt, wie in der durch eine gerade… …gezeichnet werden soll.

Der… …müssen, daß bey einer solwissen We… …der Meridiane, die Grade Laufs… …Parallelkreisen, welche ebenfalls bey dieses… …durch gerade Linien abgebildet… Wir… …Quadrat… sämmtlich von gleicher Größe ausgedrückt werden, und also gegen die Grade der Meridiane müssen, das richtige Verhältniß, wie auf der Kugel, nicht erhalten würden, wenn man letztere von gleicher Größe machen wollte, weil sich die wahren Parallelgrade auf der Kugel, nach den Polen zu, wegen der Convergenz der Meridiane verjüngen.

6. Damit also doch wenigstens in jedem einzelnen Vierecke des Netzes, die überall gleich großen Parallelgrade ihr richtiges Verhältniß gegen die Meridiangrade erhielten, so hat man unter jedem Grad der Breite, einen Grad des Meridians auf der Charte, in demselben Verhältnisse vergrössert, in welchem er würklich auf der Kugel grösser, als der neben ihm befindliche Parallelgrad ist, dergestalt, daß also die Meridiangrade auf der Charte, nach den Polen zu, in dem Verhältnisse wachsen, wie die würklichen Parallelgrade auf der Kugel nach den Polen zu abnehmen,

Planisphären.

Hieher gehören die Funkischen Erdkör- welche nach diesem Segnerischen Vorschlage cht sind, und ohngefähr 3,6 Leipziger Zoll im hmesser haben. Nach Funks Tode sind auch :re von 10 Zoll im Durchmesser zu Stande ıcht worden. Die Beschreibung davon findet in einer Schrift, welche den Titel führt: hreibung und Gebrauch des Funki- ı Erdkörpers, oder der Erde nach n verschiedenen Zonen, auf einem der Kugelgestalt wenig abweichenden per vorgestellt. Berlin und Leipzig 1788. sind nunmehr in Berlin in Hrn. Maurers handl. und in Leipzig im Intelligenzkomtoir, nelskörper nach dieser Einrichtung um billige 'e zu bekommen.

umständlich erläutern. Nunmehr muß ich, aber auch noch das Allgemeine von den perspectivischen Entwerfungsarten, oder Projectionen, nach welchen die meisten Netze zu den Charten verfertigt zu werden pflegen, oder wenigstens sonst verfertigt worden sind, voranschicken.

VIII. Man stelle sich vor, das Auge betrachte einen Theil der Erdfläche, aus einem gegebenen Standpunkte, und dieser Theil werde nun auf dem Papiere so gezeichnet, wie sich derselbe würklich dem Auge darstellt, so heißt man eine Zeichnung dieser Art, einen perspectivischen Entwurf, oder eine Projection des vorgegebenen Stücks der Erdfläche.

IX. Um eine solche Projection zu verfertigen, gedenkt man sich vor dem Auge eine durchsichtige Fläche, z. E. eine Glastafel, und nun von jedem Punkte des dem Auge zugekehrten und zu entwerfenden Stücks der Erdfläche, eine gerade Linie oder einen Lichtstrahl nach dem Auge gezogen.

Wo ein solcher Lichtstrahl die Glastafel durchbohrt, hat man auf ihr den perspectivischen Ort, oder die Projection des ihm zugehörigen Punktes der Kugelfläche. Das Auge würde nehmlich mehrere auf dieser Glastafel solchergestalt entworfene Punkte in eben den Lagen gegeneinander

wahr-

X. Da bey einer solchen Zeichnungsart Alles
en Standpunkt des Auges, oder auf den so-
nnten Augenpunkt ankommt, und sich mit der
erung dieses Standpunktes nothwendig auch
erspectivische Entwurf eines Gegenstandes auf
Glastafel ändern muß, indem jetzt die Licht-
en, die nach dem Auge gezogen werden, die
tafel in andern Punkten durchbohren, so ist
darauf bedacht gewesen, unter der unzähligen
ge von Standpunkten, die sich für das Auge
hl auf der Oberfläche der Kugel, als im In-
, oder auch ausserhalb derselben gedenken las-
vorzüglich auf solche Rücksicht zu nehmen,
e nicht nur eine leichte Verzeichnung des per-
ivischen Entwurfs auf der Tafel, sondern auch
nöglichste Aehnlichkeit des Entwurfs mit dem

der Erde, und zwar gerade dem zu entwerfenden Lande gegenüber, annimmt, so daß das Auge den einen ganzen Durchmesser der Erde von dem Mittelpunkte des zu entwerfenden Landes, absteht, und also im sogenannten Nadir des erwähnten Mittelpunktes sich befindet, die Tafel übrigens aber senkrecht auf jenen Durchmesser stehet, d. h. eine parallele Lage hat, mit der Horizontalfläche des Orts, dem das Auge gegenüber liegt. Man stellt sich begreiflich hiebey die Erdkugel als hohl gedacht vor, und das Auge, als wenn es in die ihm gegenüberstehende Höhlung hineinsähe, zwischen welcher und dem Auge denn, die Glastafel, oder die Ebene, auf der der perspectivische Entwurf gemacht werden soll, sich befindet.

XII. Man heißt eine Projection dieser Art die stereographische Horizontalprojection, so wie denn alle Projectionen stereographisch heissen, bey denen der Standpunkt des Auges auf der Oberfläche der Kugel angenommen wird.

XIII. Gedenkt man sich das Auge in dem Mittelpunkte der Erdkugel, so giebt dies die Centralprojection, welche denn entweder auf die Horizontalfläche eines Orts selbst, oder auf eine mit ihr parallele Ebene gemacht werden kan, je

nach-

Aufsatz über das Zeichnen der Landcharten gegeben, worinn er manche bisher eben nicht sehr gebräuchlich gewordene Entwerfungsarten zu diesen oder jenen Absichten vorschlägt, welche würklich verdienten, mehr angewandt zu werden, z. B. Netze zu Charten, worauf sich durch eine leichte Construction die Distanzen der Oerter genauer, als auf den gewöhnlichen Charten, bestimmen lassen, oder Charten, worauf alle Mittagskreise durch gerade Linien vorgestellt werden, welche sich sämmtlich in den Polen unter ihren wahren Winkeln durchschneiden, und worauf alle Grade der Meridiane einander gleich, oder wenigstens auf eine regelmäßige Art eingetheilt, die Parallelen aber sämmtlich als concentrische Kreise um den Pol herum abgebildet werden; Charten, worauf einzelne Theile oder auch ganze Länder das wahre Verhältniß ihrer Größe, oder ihres Innhalts bekommen, oder auch worauf man die Größe der verzeichneten Kugelfläche sogleich messen kan. Hieher gehört auch Anton. Mar. Lorgna (Principi di Geographia astronomico-geometrica. Verona 1789). Vorschlag, was auf der Erdfläche zwischen zweyen Parallelkreisen enthalten ist, auf dem Papiere durch einen gleichgroßen Kreisring darzustellen u. dgl. Man sieht leicht, daß die Erhal-

die Meridiane und Parallelen auf dem perspecti-
schen Netze bilden, wenigstens in Ansehung de
Winkel, ihrem Originale auf der Kugel entsp
chen. Der Theil des perspectivischen Entwu
welcher dem Augenpunkte am nächsten liegt,
um die Linie herum fällt, welche vom Augenpu
senkrecht auf die Tafel gezogen wird, ist dem
Bilde auf der Kugel am ähnlichsten, die Th
aber, welche sehr schief gegen das Auge lieg
werden auf der Tafel immer etwas verunstal
und zwar desto mehr, je größer jene Schiefe
so daß die äussersten Theile des Entwurfs oft s
merklich von der wahren Gestalt auf der Ku
fläche abweichen.

XV. Hierinn liegt der Grund, warum m
um gewisse einzelne Theile der Kugelfläche am ä
lichsten auf dem perspectivischen Entwurfe zu
halten, den Augenpunkt immer in dem Nadir d
zu entwerfenden Stücks der Kugelfläche annimm
Sollten daher z. E. die nördlichen Polarländer d
Natur am gemäsesten ausfallen, so setzt man d
Auge in den Südpol, und die Aequatorsfläche i
alsdann die Tafel, worauf die Länder entworfe
werden. Dieß giebt alsdann die stereograph
sche Polarprojection, nach dergleichen Ro
bert v. Vaugondy Charten von Rußland ent

worfen

wahrnehmen, wie sie ihm würklich auf der Kugel erscheinen, weil die wahren Punkte auf der Kugelfläche, mit jenen auf der Glastafel, in geraden Linien liegen, und das Auge jeden Punkt nur in der geraden Linie empfindet, die von ihm nach dem Auge hingezogen wird.

X. Da bey einer solchen Zeichnungsart Alles auf den Standpunkt des Auges, oder auf den sogenannten Augenpunkt ankommt, und sich mit der Aenderung dieses Standpunktes nothwendig auch der perspectivische Entwurf eines Gegenstandes auf jener Glastafel ändern muß, indem jetzt die Lichtstrahlen, die nach dem Auge gezogen werden, die Glastafel in andern Punkten durchbohren, so ist man darauf bedacht gewesen, unter der unzähligen Menge von Standpunkten, die sich für das Auge sowohl auf der Oberfläche der Kugel, als im Innern, oder auch ausserhalb derselben gedenken lassen, vorzüglich auf solche Rücksicht zu nehmen, welche nicht nur eine leichte Verzeichnung des perspectivischen Entwurfs auf der Tafel, sondern auch die möglichste Aehnlichkeit des Entwurfs mit dem Originale auf der Kugelfläche verstatten.

XI. Es läßt sich zeigen, daß diesen Bedingungen am besten ein Genüge geschiehet, wenn man den Standpunkt des Auges auf der Oberfläche

der

chim Hase, Prof. der Math. in Wittenb
in seiner *Sciagraphia tractatus de projecti-*
*nibus*. Lipsiae 1717. mehr Aufmerksamkeit
regt, und sie zu Landcharten einzelner Länder
pfohlen, deren er auch wirklich mehrere nach
ser Entwerfungsart für die ehemahlige Homän
schen Officin in Nürnberg verfertiget hat.
Tractat aber, in welchem er diese Projection
einander zu setzen versprochen, ist nicht erschien
haben denn erst nach ihm Hr. Hofr. Kästner
andere, die Theorie davon aus den Regeln
Perspectiv hergeleitet, und insbesondere auf ana
tische Formeln gebracht haben.

XVII. Bey der stereographischen Project
ist das vielleicht etwas unnatürlich, daß man
Auge in die Höhlung der abzubildenden Kugelflä
hineinsehen läßt, da man doch Erdkugeln u. dgl.
aussen, also von der convexen Seite, anzuse
gewohnt ist. Es wäre vielleicht eine solche P
jectionsart der Natur der Sache gemäßer, bey
man das Auge ausser der Kugel annähme,
die Tafel zwischen ihr und dem Auge, so
man perspectivisch abbildete, was das Auge
der convexen Seite der Kugelfläche aus dem Sta
punkte übersähe.

vorfen hat. — Sollen aber Gegenden um den Aequator am wenigsten verunstaltet werden, so setzt man das Auge ebenfalls in den Aequator, der zu entwerfenden Gegend gerade gegenüber, und die Tafel ist alsdann eine Ebene durch beyde Pole, also ein Meridian, senkrecht auf der Linie, die von einem Punkte der zu entwerfenden Gegend nach dem Auge gezogen wird. Dies giebt alsdann die stereographische Aequatorialprojection.

XVI. Wendet man diese Entwerfungsarten auf große Länder, auf einen ganzen Welttheil, oder auch wohl auf eine ganze Halbkugel an, so werden freylich allemahl die Theile der Projection, welche am meisten seitwärts zu liegen kommen, am wenigsten den Bedingungen ein Genüge leisten, daß die Größen der Länder ihr wahres Verhältniß behalten, und die Entfernungen der Oerter sich mit einiger Genauigkeit messen lassen. Indessen ist doch die Abweichung von dem Urbilde auf der Kugel, um die Mitte der Projection herum, immer noch erträglich, und deßwegen sind diese Projectionen schon lange zu geographischen Gebrauche empfohlen und angewandt worden. Auf die stereographische Horizontalprojection, welche zwar auch schon beym Ptolomäus und Varenius vorkommen, hat indessen vorzüglich erst Joh. Matthias

den Seiten hinaus, ungemein zusammengezogen und verunstaltet, und wenn gleich keine persp[...] vische Entwerfungsart ein vollkommen getreues [...] ähnliches Bild, von dem Originale auf der K[...] liefern kan, so daß in diesem Bilde die Distan[...] der Oerter sich wie die wahren auf der K[...] verhielten, und sich nach einem einfachen gere[...] nigten Maaßstabe messen liessen, so ist doch [...] der ortographischen Projection, die Abweich[...] merklicher, als bey der stereographischen, man [...] hat daher aus mehreren Gründen, der le[...] den Vorzug in der Geographie ertheilt. Ich [...] de indessen in der Folge auch das Nöthigste [...] den ortographischen Projectionen beybringen.

XIX. Bey allen diesen Entwerfungsar[...] nimmt man die Erde für eine vollkommene Ku[...] an, weil die Abweichung davon zu unmerklich [...] als daß man sie bey Landcharten in Betracht [...] ziehen dürfte, zumahl da die Lagen der Oerter [...] der Erdoberfläche noch lange nicht so genau [...] stimmt sind, daß man auf einen Unterschied [...] etlichen Meilen, dergleichen die sphäroidische F[...] gur bey Messung großer Distanzen hervorbringe[...] kan, sollte Rücksicht nehmen müssen. Indessen haben doch Lowiz im deutschen Staatsge[...] graphus, und neuerlich Schubart (Nov. Ac[...]

Ac.

:. Petr. T. V. VI.) und Carl Scherfer
ıbhandlung über die geographische und
thographische Projection eines bey
m Pole zusammengedrückten Ellipsoids,
ie auch über die Figur des Erdschattens
y Mondsfinsternissen. Wien 1778.) auch
esen Unterschied zu berechnen gelehrt. Er ist
er für die Theorie wichtiger, als für die Aus-
ung, mehr ein Gegenstand der Berechnung, als
r Zeichnung, und man bleibt daher bey der sphä-
schen Figur, da ausserdem beym Abdrucke des
upfers die Gestalt der Erde ungleich mehr ellip-
sch wird, als sie an und für sich ist, indem das
apier beym Trocknen sich anders in die Länge,
s in die Breite zieht, und die Erde bald läng-
cht, bald abgeplattet erscheinen kan, je nachdem
ıs Kupfer abgedruckt wird. In manchen Fällen
: dieser Unterschied, den die Eingrimpung des
apieres in den Lagen der Oerter auf einer
harte verursacht, so erheblich, daß man mehr dar-
ıf zu achten hat, als auf die sphäroidische Ge-
alt der Erde.

XX. Endlich gehören zur Zeichnung der
harten auch die Segmente, womit die Ober-
ächen der Kugeln überzogen werden. Solche
egmente stellen Stücken der Erdfläche zwischen

zwey Meridianen vor, dergestalt, daß wenn man diese Stücken auf eine Kugel klebt, sich die Gränzen derselben in die Meridiane der Kugel krümmen, wobey man denn allerdings das Papier, worauf die Zeichnung ist, beym Aufziehen auf die Kugel, etwas dehnen muß, weil geradezu keine Ebene gekrümmt auf eine Kugelfläche passen kann. Man macht solche Streifen oder Segmente nicht sehr breit, damit jene Dehnung oder Krümmung keine Falten oder Runzeln verursache, und feuchtet sie zuvor an.

XXI. Solche Segmente oder Stücke derselben zwischen zwey Parallelen, lassen sich einzeln auch als Landcharten brauchen, auf welchen die Distanzen der Oerter ziemlich genau den wahren auf der Kugel entsprechen. Vorschriften zur Verzeichnung derselben, finden sich schon beym Bion (Mathematische Werkschule) und noch in ältern Werken; Theorie solcher Verzeichnungen und genauere Vorschriften geben *Pieter Smit* in seiner *Cosmographia of: Verdeelinge van de geheele Wereld.* 1720 Hr. Hofr. Kästner in Comment. Soc. Reg. Sc. Goetting 1778. *De la Lande* Astronomie §. 3887. der 2ten Ausgabe, und mehrere Schriftsteller.

XXII. Man hat auch Netze von Landcharten, womit Kegel überzogen werden können, deren einer allemahl z. E. die halbe Kugel vorstellen kann, und ein Conglobium genannt wird. Allein der Gebrauch davon ist nicht viel besser, als der von Planiglobien, d. h. wo die halben Kugeln blos auf Ebenen abgebildet sind.

---

## Zweytes Kapitel.

## Hülfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten.

### §. 6.

1. Jeder Entwurf von einem Theile der Erdfläche, er sey nun nach welchem Gesetze man will, gezeichnet, verdient erst den Nahmen einer Landcharte, wenn alle Bestimmungen der Oerter sich auf astronomische Observationen, richtige Feldmesserarbeiten, und genaue historische Nachrichten über den Zustand eines Landes und der Beschaffenheit seiner Theile, gründen. Dieß sind geographische Hülfsmittel. Andere bestehen bloß in Sachen, welche zum Zeichnen selbst gehören, geometrische Hülfsmittel, die als Vorberei-

tungen zur wirklichen Handanlegung, auch wohl zu einem richtigen Gebrauche der Landcharten dienen.

2. Wer die Mannichfaltigkeit von Dingen die auf Charten abgebildet werden sollen, erwägt wird einsehen, daß man mit einem ziemlichen Vorrathe, zumahl von geographischen Hülfsmitteln versehen seyn muß, wenn man in Betracht der bereits vorhandenen Charten, etwas Neueres und Brauchbareres zu Stande bringen will, daß aber auch alle diese astronomischen, geodätischen und historischen Data nichts nützen, wenn sie nicht mit Wahl, Critik und Beurtheilungskraft angewandt werden.

3. Eine vorgegebene Charte bloß nachzustechen, sie allenfalls zu verjüngen, oder, was noch schlimmer ist, gar zu vergrößern, oder aus mehreren eine andere zusammenzuflicken, heißt noch nicht, eine neue Charte verfertigen. Man muß diese oder jene Angaben auf bereits vorhandenen Charten sorgfältig mit einander vergleichen, prüfen, die Abweichungen bemerken, nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit ein gewisses Mittel daraus zu ziehen wissen, und keinen Punkt eher in das Netze der Charte eintragen, als bis man sich von seiner Lage so weit versichert hat, als es

nur

nur nach den besten darüber vorhandenen geographischen Angaben, historischen Nachrichten, Reisebeschreibungen und Landcharten möglich ist. Freylich ist dieß eine mühsame und weitläuftige Arbeit, und mögte wohl selten, dem, der als Tagelöhner für diese oder jene Landcharten-Officinen arbeitet, bezahlt werden. Indessen ist hier die Rede nicht von dem, was gewöhnlich geschieht, sondern was die Wissenschaft befiehlt, und wozu derjenige verpflichtet ist, dessen Amt es mit sich bringt, an der Vervollkommnung der Geographie zu arbeiten.

4. Unter der geographischen Lage eines Punktes auf einer Charte, versteht man nicht seine Lage gegen andere (denn die ändert sich nach Beschaffenheit der Projectionsart), sondern den Ort, wo der Punkt, ohne Rücksicht auf andere, nach Maasgabe seiner richtig eingetragenen geographischen Länge und Breite, hinfallen würde.

5. Da mehrere Oerter auf einer Charte unter sich selbst nie vollkommen die Lage bekommen können, die sie würklich auf der Kugelfläche gegen einander haben, sondern, nach Beschaffenheit der Projectionsart, bald mehr, bald weniger davon abweichen, so ist klar, daß man auch beym Abtragen der Oerter von dieser oder jener Hülfs-

charte

charte auf eine neu zu verfertigende, sich nach ihren gegenseitigen Lagen auf der Hülfs te richten, und sie etwa, nach Verhältniß respectiven Entfernungen von einander, oder der geometrischen Triangularmeth in die neue Charte eintragen dürfe, sondern jeder Punkt für sich allein, ohne Rücksich andere, bloß nach seiner Länge und Breite, vo Hülfscharte abgetragen werden müsse, und dies, bey der großen Verschiedenheit der jectionsarten, die bey diesen oder jenen H charten gebraucht worden, der einzige Weg sich derselben richtig zur Verfertigung neuer C ten zu bedienen.

6. Wenn man auf einer Hülfscharte Orts Länge und Breite bestimmen will, nach chen derselbe eingetragen worden, so muß au Charte sich das Projectionsnetz befinden, welchem sie verfertigt worden ist. Auf Charten findet sich auch nicht eine Spur ben, welches kein gutes Vorurtheil für ein che Charte erregt, und ihren Gebrauch seh schwert. Denn wer eine solche Charte prüfen, sich ihrer wieder zu andern bedienen will, nothwendig wissen, ob durch die gewöhnlich Rande derselben bemerkten Grade der Länge

Breite, gerade Linien oder Kreisbogen gezogen, und im letztern Falle, wie groß die Halbmesser derselben genommen worden sind, sonst ist es unmöglich, die Längen und Breiten der Oerter richtig abzufassen, und die Angaben mit denen auf andern Charten zu vergleichen. Ist demnach das Netz auf der Charte nicht vorhanden, so muß man es erst suchen, und dies ist oft eine mühsame und unsichere Operation, die indessen lehrt, wie nöthig dem Landkartenverzeichner eine Kenntnis der verschiedenen Projectionsarten sey, um sich der Hülfscharten richtig bedienen zu können. Ueberhaupt wird man denn auch in der Wahl solcher Charten glücklicher seyn, wenn man weiß, wie sie verfertigt worden, und wie man sie nach dem darauf befindlichen Netze zu prüfen habe.

7) Die Charten, welche zur Zeichnung neuer, als Hülfsmittel gebraucht werden, sind nun entweder Generalcharten über ganze Welttheile und Provinzen, oder Specialcharten, welche sich nur über einzelne Theile einer Provinz erstrecken, zu welchen denn auch die topographischen und geometrischen Charten gehören, die noch mehr ins Detail gehen, aber sich auf richtige Feldmesseroperationen gründen müssen. Schiffercharten sind wichtig in Ansehung der Seeküsten, Inseln u. dgl.

8. Sol-

8. Solcher Specialcharten muß man sich, so viele als möglich, zu verschaffen suchen. Denn sie sind die vorzüglichsten Hülfsmittel zur Verfertigung der Generalcharten, und zur Verbesserung der Geographie überhaupt. Aber es hält schwer, sie in hinlänglicher Menge zu bekommen, und zumahl solche, auf deren Richtigkeit man sich verlassen kan. Indessen können auch unvollkommene Charten nützlich seyn, weil manche Fehler, welche darauf erheblich sind, vielleicht auf einer Generalcharte verschwinden, oder doch nicht in Betrachtung gezogen werden. Manche sind vielleicht in Ansehung der Lage der Oerter mangelhaft, empfehlen sich aber doch durch andere Umstände, z. E. durch eine richtige Benennung der Oerter, also durch die Rechtschreibung, und können demnach immer benutzt werden, oder zu Vergleichungen dienen, welches immer der einzige Weg ist, etwas erträgliches zu liefern, so lange nicht ein Land, wie z. E. Frankreich, unmittelbar gemessen worden ist. Uebrigens darf ich wohl nicht erinnern, daß der Werth einer Specialcharte nicht nach der Schönheit ihrer Zeichnung oder ihres Stichs beurtheilt werden darf, wenn es nicht leider gar zu oft der Fall wäre, daß man eine schöne Charte, auch für eine richtige hält.

9. Gute

lich diese Angaben sind, bedarf wohl keines
es. In den meisten Generalcharten sind
adere die Gränzen höchst fehlerhaft bestimmt,
n. darf nur meines Vaters Germania cri-
nsehen, um sich zu überzeugen, wie sehr
n einem Lande, von dem man doch eine
Specialcharten aufzuweisen hat, diese Be-
gen noch von einander abweichen. Eben
ht steht es mit dem Laufe der Flüsse aus,
lchen, an denen doch so viele große Städte,
dem Rheine, liegen, dessen Lauf im Gan-
ommen, sich zwar durch die geographische
eser Städte ergiebt, aber in Ansehung ein-
rheblicher Krümmungen, immer noch sehr
mmen angegeben ist, und mehrerer Berich-

einzelne Aemter, Landshauptmannschaften, Viteyen, Drostepen, und andere größere Bezund Gebiete erstrecken, und solche Dinge entten, welche auf größern Charten angemerkwerden pflegen, als Dörfer, Weiler, FleStädte, Schlösser, Flüsse, Gränzen, GebWaldungen, Post- Land- und Heerstraßen, was dahin einschlägt, Fähren, Brücken, und Mauthörter. Unterweilen werden Charten besondern Absichten verfertigt, z. E. zur alten schichte, worinn denn zerfallene Schlösser, Uebleibsel von Schanzen, Gräben, Canälen, andere merkwürdig gewesene Dinge vorkommmüssen; Charten, welche zur Erläuterung der Nturgeschichte gehören, wie z. E. ZimmermanZoologische Charte, Hrn. Hofrath Gatterers Bercharte u. dgl. Charten, worinn vorzüglich den Lauf der Flüsse gesehen wird, PostcharteGränzcharten u. s. w.

11. Die letztern sind vorzüglich dem Geogrphen, Historiker und Statistiker wichtig, und dewelcher Generalcharten verzeichnen will, unenbehrlich. Allein bey der großen Unbestimmtheund dem Labyrinthe, welches bis jetzt noch in derichtigen Angaben der Gränzen einzelner Districherrscht, muß man freylich auch noch historisch

Nach

brichten, Urkunden, Reisejournale u. dgl. mit Specialcharten verbinden, wenn man etwas richtigeres liefern will, als man schon hat. Sind die Gränzen strettig, so sollten sie durch besondere Merkmahle auf den Charten angezeigt werden. Ausgemachte Gränzen sind, welche durch einen Vergleich, Receß, richterlichen Ausspruch, Friedensschluß, Erbabtheilungen, Vermarkungen, Steinsetzungen, oder durch natürliche Merkmahle, als einen Fluß, eine Seeküste u. s. w. festgesetzt worden sind. Was von Zeit zu Zeit mit den politischen Gränzen ganzer Reiche, und einzelner Districte für Aenderungen vor sich gehen, muß der Geograph sorgfältig aufzeichnen, um erforderlichen Falls davon Gebrauch machen zu können. Wie wichtig demnach solche Nachrichten sind, um selbst Specialcharten, die schon mehrere Jahrzehende alt sind, richtig als Hülfscharten gebrauchen zu können, bedarf keiner weitern Erläuterung.

12. Eine Landcharte soll der Orts- und Landbeschreibung derjenigen Provinz gemäß seyn, welche sie abbilden soll. Hier finden sich nun in den gewöhnlichen Charten nicht selten sehr grosse Fehler, indem bald Flecken und Dörfer als Städte angegeben sind, bald ein Berg, ein Fluß, eine Gränze wohin gezeichnet ist, wo nichts von

die-

diesen Dingen zu finden ist, bald Bezeichnungen und Benennungen vorkommen, die nicht mit der Ort- und Landesbeschreibung übereinstimmen. Auch sind oft wichtige Oerter ganz ausgelassen, und andere hineingezeichnet, welche man in der Ortsbeschreibung vermißt, weil sie in der Rechtschreibung fehlerhaft sind. Diese und mehrere Unvollkommenheiten in den Charten rühren daher, daß so viele sich mit Verfertigung derselben abgeben, welche theils ihrer Phantasie zu sehr freyen Lauf lassen, theils ohne hinlänglichen Vorrath historischer und geographischer Hülfsmittel zu dieser Arbeit schreiten, theils auch sehr häufig gar nicht einmahl die Kenntnisse der Geometrie und haben, welche zu einer solchen Arbeit erforderlich sind.

13. Wenn ich hier zum Behufe der Landchartenzeichner nur eine Liste der vorzüglichsten geographischen Werke, Orts- und Landbeschreibungen, Reisejournale, General- und Specialcharten über die verschiedenen Länder, Provinzen und Gebiete, entwerfen wollte, so würde dieß allein schon ein Gegenstand einer eigenen Schrift seyn; noch weniger kan ich mich hier auf die Beurtheilung des Werths dieser einzelnen Hülfsmittel einlassen. Indessen ist es rathsam, sich ein Reper-

torium

um über diese Gegenstände zu halten, und in selbe die jährlich immer noch hinzukommenden en Hülfsmittel einzutragen, damit man erfor- lichen Falls sie nicht erst aus andern Büchern ammensuchen muß.

14. Es ist sehr unangenehm, daß auf vielen ndcharten weder der Nahme des Verfertigers, h die Aufsicht, unter der sie verfertiget worden, h die Jahrszahl zu finden ist. Ich will nicht haupten, daß dieß gerade immer ein schlechtes urtheil von einer solchen Charte erregen muß, er gewiß sind solche Charten häufig von Pfuschern macht, oder Nachstiche von andern, worauf ht einmahl gehörige Sorgfalt verwendet worden. — Die Jahrszahl ist um so nöthiger auf einer arte zu bemerken, da durch Friedensschlüsse, erträge u. dgl. von Zeit zu Zeit erhebliche Aende- ngen in den Gränzen, Abtheilungen einzelner stricte u. dgl. vorfallen.

Bey dem Gebrauche der Reisejournale muß n alles einer gründlichen Untersuchung und Ver- ichung unterwerfen, und in der Wahl vorsichtig n. Viele Reisebeschreibungen rühren von Leu- her, die nicht allemahl mit den nöthigen geo- aphischen, physischen, mathematischen und histo- chen Kenntnissen versehen waren, und ihr Jour-

nal

nal entweder aus andern Büchern, oder aus unsichern mündlichen Nachrichten zusammengestoppelt haben.

15. Ein ziemlich starkes Verzeichnis von den brauchbarsten, sowohl allgemeinen, als speciellen Charten und Reisebeschreibungen, findet man in Hrn. Hofrath Gatterers Abriß der Geographie, Gött. 1775. Neuere Charten und Reisejournale in Büschings seit 1773 herausgegebenen wöchentlichen Nachrichten von neuen Landcharten, geographischen, statistischen und historischen Büchern und Sachen. In Canzlers wöchentlichen Nachrichten, Fabris geographischem Magazin, Zimmermanns geographischen Annalen und andern ähnlichen Werken. Auch das Intelligenzblatt der allgemeinen Litteraturzeitung ertheilt sehr brauchbare Nachrichten von neuen Charten, die von Zeit zu Zeit erscheinen.

In Pfennigs Anleitung zur Kenntniß der mathematischen Erdbeschreibung, Berlin und Stettin 1779. ist eine große Menge von Landcharten, mit critischen Bemerkungen darüber, zu finden.

Die Homännische Landchartenofficin in Nürnberg hat ehemals Landchartencataloge, deutsch

und

und französisch, herausgegeben, und in der Folge Supplemente dazu geliefert. Catalogue general des meilleurs cartes geographiques et topographiques, plans des villes, lièges et batailles et autres pieces publiées jusqu'ici en Europe. a Paris ches David le pere, libraire, et a Nuremberg au bureau de la societé cosmographique des heritiers d' Homann. 1762. Ist mit mehreren Supplementen einige Zeit hindurch fortgesetzt worden.

Repertorium zur Charte von Deutschland in 10 Blättern, zum bessern Gebrauche und Verständnisse gedachter Charte herausgegeben von D. F. Sotzmann 1793. Enthält critische Nachrichten über die vornehmsten Charten von Deutschland.

Repositorium für die neueste Geographie, Statistik und Geschichte von P. J. Bruns und E. A. W. Zimmermann, I. Band 1792. II. Bd.

16. Man sollte erwarten, daß unter den 4000 bis 5000 Originalcharten, die man jetzt wohl zusammenbringen dürfte, wenigstens ein grosser Theil, uns mit den wahren Lagen der Oerter und Länder, die sie abbilden sollen, bekannt machte. Allein wie sehr findet man sich hier betrogen.

trogen. Einige Länder und einzelne Provinzen ausgenommen, herrscht in den meisten Charten noch so viel schwankendes und unbestimmtes, und der richtigen Ortsbestimmungen sind gegen das Ganze einer genauen Länderkunde noch so wenige, daß das Meiste noch dem Fleiße nachfolgender Astronomen und Geographen zu ergänzen übrig ist. Die wenigsten Specialcharten, die man auch zum Theil bey Landchartenverlegern antrifft, und bey größern Charten gebraucht worden sind, gründen sich auf würkliche Feldmesseroperationen; sie sind gewöhnlich entweder von Ingenieurs in Kriegszeiten nur nach dem Augenmaaße aufgenommen worden, oder sie rühren von Feldmessern her, die oft kaum im Stande waren, ein Dreyeck richtig zu vermessen, vielweniger zu orientiren, und daraus richtige Ortsbestimmungen, in Ansehung der geographischen Länge und Breite, herzuleiten, oder sie sind von Reisenden und Gelehrten nur aus ohngefähren Meilenangaben zusammengeflickt worden. Hier gehört viel Beurtheilungskraft dazu, den Werth dieser oder jener Angaben zu bestimmen, und sie zu Verfertigung neuer Charten zu benützen.

17. In keinem Reiche sind wohl so viel kostbare und genaue Messungen zur Berichtigung

Geographie desselben vorgenommen worden, als in Frankreich.

Was man diesem Lande nur allein in Ansehung der wahren Gestalt der Erdkugel zu verdanken hat, bedarf hier gar keiner Erwähnung. Ich rede nur von der Charte von Frankreich, welche durch die Arbeiten der Hrn. Dom. Cassini, Maraldi, Jacob Cassini, und Cassini de Thury zu einer Stuffe der Vollkommenheit gelangt ist, deren sich keine Charte irgend eines andern so großen Reiches rühmen kan. Es wurden hiezu allein 17 Grundlinien gemessen, und 3 Meridiane gezogen, und alle erheblichen Oerter sind durch unmittelbar gemessene oder berechnete Abstände auf diese Linien bestimmt worden. Auch wurden selbst sehr viele Oerter benachbarter Länder mit in die Triangelreihe von Frankreich gezogen, und dadurch mit diesem Lande in eine richtige geographische Verbindung gebracht. Den Messungen des Hrn. Cassini de Thury, welcher im Jahre 1746 den Eroberungen des Marschalls von Sachsen folgte, haben wir eine genaue Charte von Flandern, und den übrigen Niederlanden zu verdanken, wohin insbesondere die *Carte chorographique de Pays bas autrichiens par Mr. le Comte de Ferraris* (Bruxelles 1777. auf 25 Blättern) zu rechnen ist.

18. Im Jahr 1762 gieng Cassini nach Deutschland und verlängerte die Perpendiculärlinie auf den Meridian von Paris, bis in Oesterreich, bey welcher Gelegenheit wir viele genaue Ortsbestimmungen in den Rheingegenden, Schwaben, Bayern, Niederöstreich, und andern Districten erhalten haben. *Relation d'un voyage en Allemagne, qui comprend les operations relatives a la figure de la terre et a la geographie particuliere du Palatinat, du Duché de Würtemberg etc. etc. par Mr. Cassini de Thury.* Paris 1765. Zu hoffen ist, daß wir nach und nach auch einen richtigen, auf trigonometrische Messungen sich gründenden Generalatlas von Deutschland erhalten. Einzelne Aufnehmungen der böhmischen, schlesischen und sächsischen Provinzen, die durch den siebenjährigen Krieg veranlaßt wurden, und andere Hülfsmittel, liegen indessen noch größtentheils unbenützt. Der Eifer, mit dem aber mehrere Fürsten Deutschlands für die Beförderung der Astronomie und Geographie besorgt sind, läßt große Vortheile auf die Zukunft hoffen. Durch die Bemühungen einzelner Astronomen, haben wir jetzt schon von viel mehreren Oertern in Deutschland richtige Bestimmungen, als zu der Zeit, da mein Vater seine critische Cha

von

9. Gute Specialcharten gewähren insbesondere den Vortheil, daß man aus ihnen den Lauf der Gränzen, Flüsse, Poststrassen u. dgl. herausnehmen, und in die neu zu verfertigende eintragen kann. Wie wichtig, aber auch wie unvollkommen gewöhnlich diese Angaben sind, bedarf wohl keines Beweises. In den meisten Generalcharten sind insbesondere die Gränzen höchst fehlerhaft bestimmt, und man darf nur meines Vaters Germania critica ansehen, um sich zu überzeugen, wie sehr selbst in einem Lande, von dem man doch eine Menge Specialcharten aufzuweisen hat, diese Bestimmungen noch von einander abweichen. Eben so schlecht steht es mit dem Laufe der Flüsse aus, selbst solchen, an denen doch so viele große Städte, wie an dem Rheine, liegen, dessen Lauf im Ganzen genommen, sich zwar durch die geographische Lage dieser Städte ergiebt, aber in Ansehung einzelner erheblicher Krümmungen, immer noch sehr unvollkommen angegeben ist, und mehrerer Berichtigungen durch gute Specialcharten bedarf.

10. Specialcharten, welche zur Geographie gebraucht werden, sollen keine Flurcharten seyn, d. h. Aecker, Wiesen, einzelne Gebäude und dergleichen Dinge enthalten, welche nur für die Saal- und Lagerbücher gehören. Aber sie müssen sich über

ein-

phische Charten dieser Länder zu erhalten, wozu Hr. B. selbst sehr vieles beygetragen hat. Verschiedenes hieher gehöriges findet sich auch in *Berge observat. astronomicis annis 1781 – 1783 in Observatorio Regio Havniensi institutis.* Havniae 1784. Viele Schwedische Ortsbestimmungen s. m. in den *Kongl. Vetenskaps Academ. nya Handlingar* 1807 und 1808. von Hrn. Hallström mitgetheilt.

20. Rußland hat von mehreren einzeln Districten neuere richtigere Messungen aufzuweisen, welche hoffentlich noch fortgesetzt werden. Die *Nova Tabula Imperii Russici edita* 1787 auf 3 Blättern im größten Format, war bis jetzt die beste und vollständigste Charte von diesem ungeheuren Reiche, worinn aber gewiß noch vieles zu berichtigen übrig ist. Von einem Russischen Atlas auf 109 Blättern s. m. die *Allg. Geogr. Eph.* 40r B. S. 86.

21. Im Jahre 1766 maaß der P. Liesganig drey Grade auf der Erde, mit möglichster Genauigkeit durch Hülfe von 22 Dreyecken, welche sich von Sobieschitz, einem Dorfe ohnweit Brünn in Mähren, anfiengen, und bey Warasdein in Croatien, endigten. Bey dieser Gelegenheit wurde die Lage mehrerer Oerter in diesen Gegenden be-

stimmt.

stimmt. Man s. weiter hievon in *Liesganig dimensio graduum Viennensis et Hungarici.* Viennae 1770. Von dem Königreiche Ungarn hat man insbesondere einen schönen Atlas von dem Hrn. *I. de Liptsky.* (*A. Geogr. Eph.* 22r B. S. 210.) Ferner hat das geographische Institut zu Weimar eine große topographisch-militairische Charte von Preußen, Warschau, Gallizien, Ungarn, Croatien, Siebenbürgen und Slavonien auf 217 Blättern herauszugeben angefangen (*A. G. Ephem.* 35r B. S. 335.). Auf eine ähnliche Art haben andere Gradmessungen, z. E. die von Beccaria in Piemont, zwischen Turin und Andra, die von Boscowich und le Maire zwischen Rimini und Rom, die von Mason und Dixon in den Provinzen Pensilvanien und Maryland in Nordamerika u. s. w. schätzbare Charten einzelner Districte veranlaßt.

22. Engelland hat zwar sehr viele sauber gezeichnete Charten aufzuweisen. Aber nach Bradleys Geständnisse selbst, waren noch im Jahre 1762 sehr wenig richtige Ortsbestimmungen vorhanden. Indessen hat die letztere, durch Hrn. General Roy mit äusserster Sorgfalt vorgenommene Messung einer Grundlinie auf Hounslowheath, unweit London, welche als Basis zu einer Haupt-

ver-

vermessung in Engelland, und dessen Verbindung mit dem festen Lande, dienen sollte, Gelegenheit gegeben, die Lagen vieler Oerter daselbst zu berichtigen. Nachrichten von diesen Arbeiten in den *Phil. Transactions* 1785. No. 23. 1787. No. 19. 1790. No. 12. Man sieht mit Verlangen dem weitern Fortgange dieser Arbeit entgegen.

23. Das Jahr 1769 ist durch die Beobachtung des Durchgangs der Venus durch die Sonne, insbesondere auch für die Geographie merkwürdig gewesen, indem die allerwärts ausgeschickten Astronomen bey dieser Gelegenheit überall Ortsbestimmungen unternahmen. Hr. Wales, der nach der Hudsonsbay gesandt wurde, bestimmte daselbst mehrere Plätze, in welcher Gegend auch Hr. Turnor, innerhalb dem 54ten und 47ten Grad der Breite, mehrere Oerter, und unter diesen auch die Lage des westlichsten aller europäischen Etablissements, nemlich die Lage von Hudsonshouse (man sehe weiter unten in der Tafel der geographischen Längen und Breiten) astronomisch bestimmt hat.

24. Was man reisenden Seekapitainen und Schiffern, namentlich Portlok, Dixon, Mears, Douglas, Etches, Colnet, Duncan, Johnstohn, Berkley, Cook, Dalrymple, Carver,

ver, la Peyrouse u. a. für neue Entdeckungen und Berichtigungen zu verdanken hat, ist hier zu umständlich zu erwähnen; etwas davon in einem Auszuge kan man in Hrn. Prof. Zimmermanns Annalen, VIII. Stück. 1790. nachlesen.

Sehr wichtig ist unter andern auch die *Voyage de d'Entrecasteaux envoyé à la rechèrche de la Peyrouse.* a Paris 1808, Tom. I. II. nebst einem Atlas im grössten Format von 39 Charten, von *Beautems-de Beaupré*, Ingen. Geographe. Diese Reise enthält sehr viele genaue Ortsbestimmungen insbesondere auch der Südsee-Inseln. Was die Reisen der Hrn. v. Humboldt, v. Krusenstern u. a. für wichtige Resultate für die Geographie geliefert haben, ist zu bekannt, als daß es hier einer weitern Ausführung bedürfte.

25. Die neuesten Entdeckungen in Amerika hat insbesondere Hr. Jefferys in seinem großen amerikanischen Atlas benützt. *The americain Atlas or geographical description of the whole continent of America etc.: and chiefly the british Colonies composed from numerous Surveys by Major Holland Evans, Soull, Mouzon, Cook, etc.: engraved on 49 Copperplates, by the late Jefferys, Geogra-*

*grapher of the King. London. by Sayer* 1776. womit man auch den prächtigen *Atlantic Neptune* des Hrn. *Joseph. F. W. Desbarres Esq.*, der aus 120 Charten besteht, den *Neptune americo-septentrional publié par ordre du Roi. a Paris* 1780. und *de la Rochette's* und *Faden's* neueste große Charte von Südamerika auf 4 Blättern, und *lá Pie's Map of the united State of Canada, Newscotland etc.* (m. s. die *A. G. Ephemer.* 37r B. S. 107. 29r B. S. 499.) verbinden kan.

26. *Robertsons memoire of a cart of the China sea, including the Philippina, Molucca and Banda-Islands, with part of the coast of New-Holland and New-Guinea.* London 1791. zeigt sowohl im Texte, als in den beygefügten 2 Seecharten im größten Formate, was insbesondere in den chinesischen Gewässern genauer bestimmt worden ist. Es kommen in dem Memoire fast 200 Angaben von Längen und Breiten vor; wovon vieles durch Chronometer und durch Mondsobservationen bestimmt worden ist.

27. Der vortrefliche *Atlante geografico del regno di Napoli disegnato per ordine del Re da G. Anton Rizzi Zannoni*, 36 Blätter im größten Atlas-Format, gründet sich auf

neue

te von Hrn. Zanoni selbst angestellte Messungen, ) deren Reductionen auf einen Hauptmeridian ) darauf gefällten Perpendiculären.

28. In Ansehung der Geographie Africa's man sich von der Gesellschaft von Engelländern, lche sich zu Entdeckungen in diesem noch so sehr bekannten Lande vereinigt haben, vieles zu verechen. Man hat bereits einige Resultate dieser ternehmung. *Proceedings of the associa-on for promoting the discovery of the in-ior parts of Africa. London printed by Macrae, printer of the association.* 1790. n Auszug daraus in Zimmermanns Annan, 5 Stück 1790. S. 471.

Dies mag hinreichend seyn, einiger der ieren Bemühungen um die Vervollkommnung der ographie erwähnt zu haben. Von den neuesten arten, welche von Zeit zu Zeit herauskommen, det man umständliche Nachrichten, mit gehöriger ürdigung ihres Werthes, in des Freyh. v. Zach ten §. 7. angeführten Zeitschrift, so wie in den on öfters angeführten *Allg. geogr. Epheme-iden*, welche für jeden Geographen und Landrtenzeichner ganz unentbehrlich sind.

§. 7.

vollständig in Rödlers practischer Astronomie I. Th. VIII Capitel, in Kästners astronomischen Abhandlungen und andern Büchern finden.

4. Methoden aus den an zwey Oertern auf der Erdfläche beobachteten Sonnenfinsternissen, Bedeckungen der Fixsterne vom Monde u. s. w. die Oerter geographische Längen, oder Unterschiede der Meridiane zu bestimmen, lehren z. E. *Du Sejour* in den *Memoires de l'Ac. des Sciences a Paris* für das Jahr 1771 p. 445.; *De la Grange* im Berliner astronomischen Jahrbuche 1782. S. 163 — *Cagnoli methode pour calculer les longitudes geographiques d'apres l'observation d'eclipses de soleil ou de l'occultation d'etoiles* Verone 1789. Lexell in den *Nov. Comment. Ac. Petropol.* Tom. XV. und in den Abh. der Schwed. Acad. d. Wissenschaften 1773. (der Uebersetzung 35ster Band), *de la Lande Astronomie* §. 1881. der IIten Ausgabe. Vorzüglich Hrn. Prof. Bohnenbergers *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung vermittelst der Spiegelsextanten.* Göttingen 1796. welches vortrefliche Werk fast alle andern entbehrlich macht. Hrn. Prof. Arzbergers

§. 7.

1. Höchst unentbehrlich ist einem Landcharten-Zeichner ein möglichst genaues und vollständiges Verzeichnis von den geographischen Längen und Breiten der vorzüglichsten Oerter auf der Erde. Es fehlt uns zwar nicht an dergleichen Verzeichnissen, allein sie sind grossentheils nur nach Landcharten selbst verfertigt worden, die Fehler der Charten sind also auch in diese Verzeichnisse hineingekommen, und damit ist dem, der sich solcher Angaben bedienen will, nichts genützt, man müßte denn von der Güte der gebrauchten Charten überzeugt seyn, d. h. daß die Charten entweder nach astronomischen Bestimmungen, oder genauen trigonometrischen Operationen verfertigt waren. Allein dergleichen haben wir sehr wenige, und die meisten Verzeichnisse von Längen und Breiten sind daher dem Zwecke, die Geographie zu verbessern, nicht entsprechend. Sie leisten nicht mehr, als die Charten selbst, woraus sie genommen worden, und wer daher diese hat, kan jene entbehren.

2. Ich habe mir Mühe gegeben, so viel als möglich, solche Längen und Breiten von Oertern zu sammlen, welche astronomisch bestimmt, oder aus guten Feldmesseroperationen gefolgert worden sind. So unvollständig dies Verzeichniß in diesem Be-

tracht

ausfallen muß, indem von sehr vielen wich.
Oertern noch gar keine solche Beobachtungen
iden sind, so kann es doch zu einer Grund.
ienen, und durch sorgfältiges Sammlen im.
iehr ergänzt werden. Es ist daher auch in
Rücksicht nöthig, sich astronomische Jahrbü.
Reisejournale u. dgl. anzuschaffen, worinn
der unmittelbare Bestimmungen von Längen
Breiten, oder doch solche Beobachtungen vor.
en, woraus sich jene herleiten lassen, z. E.
rnisse, Bedeckungen von Fixsternen, Weiten
Monds von Sternen u. dgl.

3. Die Polhöhe oder geographische
te eines Orts zu finden, habe ich schon im
neinen im 343ten u. f. §. meiner practischen
etrie gezeigt. Um sie in hinlänglicher Ge.
keit zu erhalten, bedient man sich nur grösserer
zeuge, die Mittagshöhen der Sonne oder ei.
Fixsterns zu messen. Andere Methoden, z. E.
allein durch Hülfe eines Fernrohrs, das mit
Micrometer versehen ist, worauf Secunden
eigt sind, die Polhöhe eines jeden Orts auf
festen Lande zu finden, welches sehr bequeme
ahren Hr. Hell vorgeschlagen hat, oder auch
gemessenen Sternhöhen ausserhalb dem Mit.
kreise, dieß zu leisten u. dgl., kan man sehr
voll.

vollständig in Röslers practischer Astronomie I. Th. VIII. Kapitel, in Kästners astronomischen Abhandlungen und andern Büchern finden.

4. Methoden aus den an zwey Oertern auf der Erdfläche beobachteten Sonnenfinsternissen, Bedeckungen der Fixsterne vom Monde u. s. w. dieser Oerter geographische Längen, oder Unterschiede der Meridiane zu bestimmen, lehren z. E. *Du Sejour* in den *Memoires de l'Ac. des Sciences a Paris* für das Jahr 1774. p. 445.; *De la Grange* im Berliner astronomischen Jahrbuche 1782. S. 16. — *Cagnoli methode pour calculer les longitudes geographiques d'apres l'observations d'eclipses de soleil ou de l'occultation d'etoile.* Verone 1789. Lexell in den *Nov. Comment. Ac. Petropol.* Tom. XV. und in den Abh. der Schwed. Acad. d. Wissenschaften 1773. (der Uebersetzung 35ter Band), *de la Lande Astronomie* §. 1881. der IIten Ausgabe. Vorzüglich Hrn. Prof. Bohnenbergers *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung vermittelst der Spiegelsextanten.* Göttingen 1795. welches vortrefliche Werk fast alle andern entbehrlich macht. Hrn. Prof. Arzbergers

es in Coburg *Versuch einer geogra-*
*en Ortsbestimmung etc.* Cob. 1801.
vie man ohne Winkelmesser und genaue Uh-
zliche hieher gehörige Beobachtungen anstel-
ne. Wie bey Mondsfinsternissen und Ver-
ngen der Jupiterstrabanten zu verfahren ist,
schon die Anfangsgründe der Astronomie,
Bemerkungen hierüber in Hell *Epheme-*
*tronom.* 1764. Jetzt ist ein sehr beque-
erfahren, den Unterschied der Mittagskreise
en, dasjenige, welches Christian Maier
r Abhandlung: *Nouvelle methode pour*
*en peu de tems et a peu de frais une*
*generale et exacte de toute la Russie.*
tersbourg 1770. vorgeschlagen hat, nem-
) einer Uhr zu bedienen, die sehr lange ih-
ung gleichförmig behält, wenn man auch mit
n einem Orte zu einem andern reist, und
us genauer Beobachtung dessen, was die
lemahl in dem Mittage eines jeden Orts,
an sie hingebracht, zeigte, die Differenzen
eridiane herzuleiten. In Engelland sind der-
n wegen ihrer geringen Größe leicht zu trans-
nde Uhren, oder Taschen-Chronometer
: großer Vollkommenheit von Mudge und
y verfertigt worden, und werden jetzt auch
von

von mehr andern Künstlern verfertigt. Ueber die Genauigkeit ihres Ganges sehe man des Leipziger Magazins für Mathematik 1787. 4tes Stück. Hr. Obrist Freyherr von Zach hat in den Berliner astronomischen Ephemeriden an mehreren Orten, z. E. im Jahrgange 1794. S. 194. u. f. Proben von der Anwendbarkeit und Genauigkeit dieses Verfahrens gegeben, das gewiß eines der einfachsten ist, die sich gedenken lassen, und die mühsamen Berechnungen aus Sonnenfinsternissen u. dgl. erspart, wenn es allgemeiner im Gebrauche wird. Viel hieher gehörige Beyspiele geographischer Ortsbestimmungen in den Allgemeinen geographischen Ephemeriden des Freyh. v. Zach, und in der monatlichen Correspondenz desselben zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde. Gotha vom Jahr 1798. an.

5. Zu nachstehendem Verzeichnisse der geographischen Längen und Breiten, habe ich die schätzbaren Berliner astronomischen Jahrbücher des Hrn. Prof. Bode, die *Connoissances de tems*, Hell's *Ephemerides* und andere astronomische Kalender benützt.

6. Gewöhnlich kommen in solchen Kalendern schon dergleichen Verzeichnisse vor, aus welchen

ich

aber nur diejenigen Bestimmungen gewählt
, welche sich angeblich auf astronomische Be-
tungen gründen, oder aus trigonometrischen
rationen hergeleitet worden sind. Ausserdem
t sich aber auch in den Anhängen zu diesen
ndern immer eine Menge von Beobachtungen
Nachrichten, welche Längen und Breiten der
ter zum Gegenstande haben, welche mit gehö-
: Auswahl benützt worden sind. Ferner habe
die Berliner Sammlung astronomi-
r Tafeln des Hrn. Schulze (Berlin
6.), Freyherrn v. Zachs *Tabulas motuum*
*s novas et correctas.* — Gothae 1792.,
inn eine nachahmungswürdige Sammlung der
chiedenen Angaben des Unterschieds der Mit-
kreise dieser oder jener Oerter vorkömmt, dann
gge's oben (§. 6. 19.) beschriebene Werke,
Petersburger Commentarien, Tries-
ers *Ephem. Astron.* Vindob. ad annum
92., Ammans geographische Ortsbe-
mungen in Schwaben (Dillingen 1796.),
Hrn. Oberappell. R. v. Ende Geographi-
e Ortsbestimmungen im Niedersächsi-
en Kreise (Celle 1801.) und mehrere ein-
e Schriften zu Rathe gezogen, die ich hier nicht
anführen mag.

7. In

7. In Pfennigs Geographie ist ein sehr vollständiges Verzeichnis von Längen und Breiten zu finden, allein die meisten Bestimmungen sind nur aus Homännischen und ähnlichen Charten genommen. Die Vergleichung derselben mit den von mir angegebenen genauern Angaben, kan dienen, einzusehen, wie sehr solche Charten oft von unmittelbaren Beobachtungen abweichen.

8. Seit der zweyten Ausgabe des IVten Theiles dieser practischen Geometrie haben sich besonders auch die *Allgemeinen Geographischen Ephemeriden* zum Geschäfte gemacht, gute Sammlungen von astronomischen Ortsbestimmungen zu veranstalten. Z. B. im 27ten Bande S. 238. 28ten B. S. 213. 34ten B. S. 216. 437. 35ten B. S. 468. 37ten B. S. 481. 40n B. S. 493. 41ten B. S. 407. 489. Zum Gebrauche der Geographen und Astronomen sind diese Sammlungen auch besonders in dem geographischen Institut zu finden, unter dem Titel: Möglichst vollständige Sammlung aller bekannten geographischen Ortsbestimmungen, zum Gebrauch der Geographiefreunde aus den *All. Geogr. Ephem.* besonders herausgegeben v. F. J. Bertuch.

9. Wem aus der Astronomie bekannt ist, wie viele und genaue Beobachtungen insbesondere zur Bestimmung der Längen der Oerter nöthig sind, wird nicht erwarten, daß die Secunden, welche ich mit angegeben habe, überall vollkommen richtig seyn werden. Man kann zufrieden seyn, wenn die meisten Längen innerhalb einer halben Minute zuverläßig sind. Mehr Genauigkeit läßt sich in den Angaben der Breiten annehmen.

---

## Tafel der Längen und Breiten der vorzüglichsten Oerter in verschiedenen Ländern.

### Deutschland, Schweiz, Böhmen.

| Nahmen der Oerter. | Länge. | Breite. |
|---|---|---|
| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
| Altenburg | 29. 55. 24. | 51. 0. 11. |
| Altona a) | | 53. 32. 24. |
| Augsburg | 28. 32. 32. | 48. 23. 35. |
| Basel | 25. 15. 12. | 47. 33. 35. |
| Berlin | 31. 2. 0. | 52. 31. 17. |
| Bern | 25. 22. 45. b) | 46. 56. 55. |
| Bonn | 27. 24. 30. c) | — — — |

Braun

---

a) Niebuhr.

b) Nach Hrn. v. Zach. Berlin, Astr. J. 1791. S. 148

c) Hr. v. Zach.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Braunschweig | 28. 11. 50. | 52. 15. 52. |
| Bregenz | 27. 23. 40. | 47. 30. 30. |
| Bremen | 26. 26. 42. d) | 53. 4. 50. |
| Breslau | 34. 42. 3. | 51. 6. 30. |
| Cassel | 27. 7. 30. | 51. 19. 20. |
| Celle | 27. 42. 48. e) | 52. 37. 27. |
| Coburg | 28. 38. 4. | 50. 15. 54. |
| Cölln am Rhein | 25. 35. 3. | 50. 55. 21. f) |
| Cremsmünster | 31. 47. 45. | 48. 3. 36. |
| Danzig | 36. 18. 5. | 54. 20. 48. |
| Delmenhorst | 26. 16. 14. | 53. 2. 59. |
| Dessau | 29. 56. 46. | 51. 50. 12. |
| Dillingen g) | 28. 9. 12. | 48. 34. 28. |
| Donauwörth | 28. 26. 8. | 48. 43. 4. |
| Dresden | 31. 22. 45. | 51. 2. 54. |
| Düsseldorf | 24. 25. 40. | 51. 14. 12. |
| Duisburg | 24. 24. 59. | 51. 26. 36. |
| Eichstädt | 28. 50. 26. | 48. 53. 30. |
| Erfurt | 28. 45. 31. | 50. 59. 8. |

Erlan-

d) Herr Triesneker aus Bedeckungen von Fixsternen 26°. 28′. 30″.

e) Hr. v. Ende.

f) v. Zach.

(g Amman. Nach Triesn. 28°. 10′. 42″.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| n h) | 28.44.45. | 49.35.36. |
| rt a. M. | 26.15.45. | 50. 6.40. |
| rt a. d. O. | 32.13. 0. | 52.22. 8. |
| | 23.49.28. | 46.12.17. |
| | 29.43.46. | 50.53.20. i) |
| dt | 27. 6.47. | 53.47.47. |
| en | 27.34.30. k) | 51.31.54. |
| Seeberg | 28.23.45. | 50.56. 7. |
| | 33. 7. 0. | 47. 4.18. |
| alde | 31.13. 8. l) | 54. 4.35. |
| adt | 28.43.18. | 51.54. 3. |
| | 29.37.47. | 51.29. 5. |
| g | 27.34.15. m) | 53.34.20. |
| | 26.59.55. | 52. 5.29. |
| er | 27.23.40. | 52.22.20. |
| rg | 26.21.23. | 49.24.43. |
| dt | 28.40.10. | 52.12.58. |
| nd J. | 26.31.22. | 54.11.34. |



---

ch meinen Bestimmungen. Hr. Triesneker findet
dem Vorüberg. des ♀ vor der Sonne 1799.
. 43′. 8″.
riststallm. v. Hardenberg.
ch Hrn. Prof. Seyfer 27°. 35′. 12″.
esneker hat 30°. 59′. 26″. Eph. Astr. anni 802.
r. hat 27°. 35′. 41″.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Jena n) | 29. 16. 45. | 50. 56. 28. |
| Jever | 25. 32. 31. | 53. 34. 25. |
| Ingolstadt | 29. 5. 38. o) | 48. 45. 52. |
| Inspruck | 29. 2. 20. | 47. 15. 30. |
| Kempten | 27. 58. 30. | 47. 44. 10. |
| Königsberg | 38. 6. 0. p) | 54. 17. 50. |
| Lausanne | 24. 25. 15. | 46. 31. 5. |
| Leipzig | 30. 2. 8. | 51. 20. 24. |
| Lilienthal | 26. 33. 30. | 53. 8. 25. |
| Lindau am Bodensee | 27. 21. 0. | 47. 33. 0. |
| Linz | 31. 56. 30. | 48. 18. 54. |
| Lüneburg | 28. 4. 37. | 53. 15. 8. |
| Magdeburg | 29. 18. 31. | 52. 8. 4. |
| Mannheim | 26. 7. 45. | 49. 29. 13. |
| Meinungen | 28. 3. 58. | 50. 55. 30. |
| Melnik | 32. 7. 37. | 50. 21. 50. |
| Memmingen | 27. 50. 5. | 47. 59. 40. |
| Mietau | 41. 23. 24. | 56. 39. 6. |
| Mühlheim | 25. 18. 15. | 47. 48. 40. |
| München | 29. 14. 30. | 48. 8. 22. |
| Nassau | 25. 22. 50. | — — — |
| Nürnberg | 28. 47. 0. | 49 27. 12. |

Nürting-

n) v Hardenberg.

o) Amman. Triesn. hat 29°. 4′. 53″.

p) Nach Hrn. Textor. Triesn. hat 38°. 8′. 44″.

| | ° ' " | ° ' " |
|---|---|---|
| ıgen | 27. 0. 5. | 48.37.37. |
| ıburg | 25.50.54. | 53. 8.19. |
| brück | 25.27.30. | 52.16.14. |
| born | — — — | 51.43.37. q) |
| ş | 31.31.53. | 51. 0.50. |
| | 32. 4.50. | 50. 5.30. |
| ont | — — — | 51.59.28. r) |
| ısburg | 29.44.18. | 49. 0.53. |
| üttel | 26.20.49. | 53.52. 8. |
| n | 33. 2.15. | 51.42.12. |
| urg | 30.43. 0. | 47.47.36. |
| ıkenau in Böh- | | |
| ıen | 32. 6.18. | 51. 0.30. |
| etzingen | 26.14. 7. | 49.23. 4. |
| ershausen | 28.30. 6. | 51.22.30. |
| er | 49.19. 4. | 26. 6. 1. |
| e | 27. 8.19. | 53.36.32. |
| sburg | 25.24.36. | 48.34.55. |
| ıgen | 26.43.30. | 48.31.15. |
| | 27.39.15. | 48.23.39. |
| ıar | 29. 0.45. | 50.59. 8. |
| l | 24.16.17. | 51.39.46. |
| | 34. 2.30. | 48.12.36. |

Wit-

Oberst. v. Le Coq.
v. Le Coq.

| | ° ' '' | ° ' '' |
|---|---|---|
| Wittenberg | 30.18. 8. | 51.52.29. |
| Wolfenbüttel | 28.11.52. | 52. 9.29. |
| Worms | 49.37.48. | 26. 0.57. |
| Würzburg | 27.35.15. | 49.46. 6. |
| Wurzen | 30.23.33. | 51.22.19. |
| Zürch | 26. 9.30. | 47.22.10. |

## Dänemark und zugehörige Inseln.

| | ° ' '' | ° ' '' |
|---|---|---|
| Aalborg | 27.36.26. | 57. 2. 7. |
| Aarhuß | 27.53.50. | 56. 9.35. |
| Anholt, Leuchtthurm | 29.20. 6. | 56.44.20. |
| Apenrade | 27. 6.19. | 55. 2.48. |
| Callundborg | 28.46.15. | 55.40.54. |
| Coppenhagen | 30.15.30. [s] | 55.41. 4. |
| Cronenburg | 30.17.15. | 56. 2.15. |
| Flensburg | 27. 7.24. | 54.47.18. |
| Gotheborg | 29.37.45. | 57.42. 4. |
| Hadersleben | 27.10.30. | 55.15. 6. |
| Helsingör | 30.16.15. | 56. 1.30. |
| Holbek | 29.24. 4. | 55.43. 2. |
| Husum | 26.44.22. | 54.28.29. |
| Korsör | 28.48.30. | 55.20.27. |
| Nestwed | 29.26.18. | 55.13.57. |

Nieks.

s) Triesn. hat 30°. 14'. 12''.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| ping | 29.22.30. | 55.56.12. |
| rg | 28.28.15. | 55.19.36. |
| ed | 29.28.10. | 55.26.55. |
| lde | 29.45.42. | 55.38.20. |
| lse | 29. 2.20. | 55.24.15. |
| swig | 27.13.42. | 54.31. 0. t) |
| | 29.14. 5. | 55.26.55. |
| en | 26.33.32. | 54.56.19. |
| nburg | 30.22.25. | 55.54.30. |
| | 27. 6. 5. | 56.27.11. u) |

Norwegen und Schweden.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| | 39.58.30. v) | 60.27.10. |
| | 28.37.45. | 59. 1.50. |
| | 22.54. 0. | 60.10. 0. |
| burg | 45.25.15. | 64.13.30. |
| krona | 33.11.30. w) | 56.10. 0. |
| ania | 28.28.45. x) | 59.54.50. |

Engel-

iebuhr.

Mehrere unbeträchtlichere Oerter in Bugge Aus-
ssungsmethode ꝛc. auch Astr. Jahrb. 1795.
206.

riesn. hat 39°. 56′. 54″.

3°. 12. 15. von Zach A. G. E. 1798. Aug. S. 121.

ugge obs. astr. Hafn. p. XCIII.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Engelholm | 30.32.30. | 56.14.20. |
| Gothaab in Grönland | 325.43.15. y) | 64. 9.55. |
| Halmstadt | 30.31. 0. | 56.39.44. |
| Helsingborg | 30.23. 0. | 56. 2.41. |
| Hernösand | 45.32.45. | 62.38. 0. |
| Kulla, Leuchtthurm | 30.10.15. | 56.17.58. |
| Lambhuus auf Island | 355.40. 0. z) | 64. 6.17. |
| Landscrona | 30.28.45. | 55.52.14. |
| Lund | 24.14.44. | 58.27.10. |
| Pello in Lappland | 41.38.15. | 66.48.16. |
| Scara | 31.10.47. | 58.27. 0. |
| Skanor | 30.30.15. | 55.24.52. |
| Stokholm | 35.44.15. a) | 59.20.31. |
| Stromstadt | 28.38.15. | 58.55.33. |
| Tornea | 41.52. 0. b) | 65.50.50. |
| Trontheim | 28. 2.30. | 63.26.12. |
| Upsal | 35.17.55. | 59.51.50. |
| Warberg | 29.55.45. | 57. 6.18. c) |

Ruß-

y) Triesn. hat 325°. 51′. 58″. Eph. astr. 1802. p. 457.
z) Triesn. hat 355°. 35′. 42″.
a) Tr. hat 35°. 42′. 45″.
b) Tr. hat 41°. 49′. 0″.
c) Mehrere Städte und Dörfer s. m. astron. Jahrb. [illegible] S. 155.

bergers in Coburg *Versuch einer geographischen Ortsbestimmung etc.* Cob. 1801. zeigt, wie man ohne Winkelmesser und genaue Uhren nützliche hieher gehörige Beobachtungen anstellen könne. Wie bey Mondsfinsternissen und Verfinsterungen der Jupiterstrabanten zu verfahren ist, lehren schon die Anfangsgründe der Astronomie, indessen Bemerkungen hierüber in Hell *Ephemerid. astronom.* 1764. Jetzt ist ein sehr bequemes Verfahren, den Unterschied der Mittagskreise zu finden, dasjenige, welches Christian Maier in einer Abhandlung: *Nouvelle methode pour lever en peu de tems et a peu de frais une carte generale et exacte de toute la Russie.* St. Petersbourg 1770. vorgeschlagen hat, nemlich sich einer Uhr zu bedienen, die sehr lange ihren Gang gleichförmig behält, wenn man auch mit ihr von einem Orte zu einem andern reist, und nun aus genauer Beobachtung dessen, was die Uhr allemahl in dem Mittage eines jeden Orts, wo man sie hingebracht, zeigte, die Differenzen der Meridiane herzuleiten. In Engelland sind dergleichen wegen ihrer geringen Größe leicht zu transportirende Uhren, oder Taschen-Chronometer in sehr großer Vollkommenheit von Mudge und Emery verfertigt worden, und werden jetzt auch

von

7. In Pfennigs Geographie ist ein sehr vollständiges Verzeichnis von Längen und Breiten zu finden, allein die meisten Bestimmungen sind nur aus Homännischen und ähnlichen Charten genommen. Die Vergleichung derselben mit den von mir angegebenen genauern Angaben, kan dienen, einzusehen, wie sehr solche Charten oft von unmittelbaren Beobachtungen abweichen.

8. Seit der zweyten Ausgabe des IVten Theiles dieser practischen Geometrie haben sich besonders auch die *Allgemeinen Geographischen Ephemeriden* zum Geschäfte gemacht, gute Sammlungen von astronomischen Ortsbestimmungen zu veranstalten. Z. B. im 27ten Bande S. 238. 28ten B. S. 213. 34ten B. S. 216. 437. 35ten B. S. 468. 37ten B. S. 481. 40ten B. S. 493. 41ten B. S. 407. 489. Zum Gebrauche der Geographen und Astronomen sind diese Sammlungen auch besonders in dem geographischen Institut zu finden, unter dem Titel: Möglichst vollständige Sammlung aller bekannten geographischen Ortsbestimmungen, zum Gebrauch der Geographiefreunde aus den *All. Geogr. Ephem.* besonders herausgegeben v. F. J. Bertuch.

9. Wem

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| ißt | 57. 30. 0. | 47. 13. 34. |
| | 51. 52. 45. | 66. 44. 30. |
| | 73. 33. 30. | 54. 42. 45. |
| nesch | 56. 55. 20. | 51. 40. 30. |
| n *) | 62. 7. 30. | 48. 42. 20. |

## Polen und Litthauen.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| iek | 44. 41. 15. | 48. 40. 0. e) |
| w | 37. 35. 45. | 50. 3. 52. |
| w | 41. 23. 29. | 53. 40. 30. |
| rg | 42. 22. 15. f) | 49. 51. 0. g) |
| t | — — — | 51. 16. 0. h) |
| mie | 34. 59. 45. i) | 52. 22. 0. |
| hau | 38. 42. 30. | 52. 14. 28. |
| t | 42. 55. 0. k) | 54. 41. 0. |

Ungarn,

Noch mehrere Oerter sehe m. im Astron. Jahrb.
'89. S. 164. und Act, Ac. Petr. ad ann, 1799—
801.
Niebuhr.
Sonnenfinst. 1764. Conn. de T. 1775. p. 323. 41°.
1′. 30″. nach Liesganig. Die Wiener astr. Ephem.
iben 41°. 48′. 45″.
Niebuhr.
Derselbe.
Conn. de T. 1775. p. 324.
Cr. hat 42. 57. 12.

| | ° | ′ | ″ | ° | ′ | ″ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Jena n) | 29. | 16. | 45. | 50. | 56. | 28. |
| Jever | 25. | 32. | 31. | 53. | 34. | 25. |
| Ingolstadt | 29. | 5. | 38. o) | 48. | 45. | 52. |
| Inspruck | 29. | 2. | 20. | 47. | 15. | 30. |
| Kempten | 27. | 58. | 30. | 47. | 44. | 10. |
| Königsberg | 38. | 6. | 0. p) | 54. | 17. | 50. |
| Lausanne | 24. | 25. | 15. | 46. | 31. | 5. |
| Leipzig | 30. | 2. | 8. | 51. | 20. | 24. |
| Lilienthal | 26. | 33. | 30. | 53. | 8. | 25. |
| Lindau am Bodensee | 27. | 21. | 0. | 47. | 33. | 0. |
| Linz | 31. | 56. | 30. | 48. | 18. | 54. |
| Lüneburg | 28. | 4. | 37. | 53. | 15. | 8. |
| Magdeburg | 29. | 18. | 31. | 52. | 8. | 4. |
| Mannheim | 26. | 7. | 45. | 49. | 29. | 13. |
| Meinungen | 28. | 3. | 58. | 50. | 55. | 30. |
| Melnik | 32. | 7. | 37. | 50. | 21. | 50. |
| Memmingen | 27. | 50. | 5. | 47. | 59. | 40. |
| Mietau | 41. | 23. | 24. | 56. | 39. | 6. |
| Mühlheim | 25. | 18. | 15. | 47. | 48. | 40. |
| München | 29. | 14. | 30. | 48. | 8. | 22. |
| Nassau | 25. | 22. | 50. | — | — | — |
| Nürnberg | 28. | 47. | 0. | 49 | 27. | 12. |



n) v. Hardenberg.

o) Ammans Triesn. hat 29°. 4′. 53″.

p) Nach Hrn. [illegible] Triesn. hat 38°. 8′. 44″.

| | ° ' " | ° ' " |
|---|---|---|
| Nirtingen | 27. 0. 5. | 48.37.37. |
| Oldenburg | 25.50.54. | 53. 8.19. |
| Osnabrück | 25.27.30. | 52.16.14. |
| Paderborn | — — — | 51.43.37. q) |
| Pilnitz | 31.31.53. | 51. 0.50. |
| Prag | 32. 4.50. | 50. 5.30. |
| Pyrmont | — — — | 51.59.28. r) |
| Regensburg | 29.44.18. | 49. 0.53. |
| Ritzebüttel | 26.20.49. | 53.52. 8. |
| Sagan | 33. 2.15. | 51.42.12. |
| Salzburg | 30.43. 0. | 47.47.36. |
| Schlukenau in Böhmen | 32. 6.18. | 51. 0.30. |
| Schwetzingen | 26.14. 7. | 49.23. 4. |
| Sondershausen | 28.30. 6. | 51.22.30. |
| Speyer | 49.19. 4. | 26. 6. 1. |
| Stade | 27. 8.19. | 53.36.32. |
| Strasburg | 25.24.36. | 48.34.55. |
| Tübingen | 26.43.30. | 48.31.15. |
| Ulm | 27.39.15. | 48.23.39. |
| Weimar | 29. 0.45. | 50.59. 8. |
| Wesel | 24.16.17. | 51.39.46. |
| Wien | 34. 2.30. | 48.12.36. |

Wit-

q) Oberst. v. Le Coq.
r) v. Le Coq.

## Indien t).

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Agra | 94.24. 0. | 26.43. 0. |
| Batavia | 124 33.40. | 6. 9.15. s. |
| Ballasore | 97.20. 0. | 21.22. 0. |
| Callicut | 106. 6.30. | 22.33.56. |
| Goa | 91.25. 0. | 15.31. 0. |
| Madras | 98. 8.42. | 13. 4.54. |
| Manille | 138.31.15. | 14.36. 8. |
| Masulipatam | 98.33.39. | 16.10.32. |
| Malacca | 119.45. 0. | 2.12. 0. |
| Pondichery | 97.31.30. | 11.55.42. |
| Rodrigues | 80.52. 0. | 19.40.30. s. |
| Siam | 118.30. 0. | 14.20.40. |
| Surate | 90. 2. 0. | 21.10. 0. |

## Afrika, und einige benachbarte Inseln und Vorgebürge.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Alexandria | 47.35.30. u) | 31.13. 5. |
| Algier | 19.52.45. | 36.49.30. |

Cairo

t) Sehr viele Oerter zwischen Madras und Calcutta astronomisch bestimmt, s. in den Asiatic. Researches u. im Auszuge in Zimmermanns Annalen 1790. 6. St. S. 139. u. in der Monatl. Corr. 1807. Oct. pag. 344.

u) Nach Nouet, der Leuchtthurm von Alexandria. Herr Niebuhr findet den Meridianunterschied von Paris

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| | 48. 58. 30. | 30. 2. 21. |
| Ins v) | 0. 0. 0. | 28. 0. 0. |
| s Insel, die | | |
| ordspitze | 346. 31. 26. | 39. 34. 0. |
| a Insel | 0. 15. 0. | 14. 40. 10. |
| Helena Insel | 11. 52. 0. | 15. 55. 0. s. |
| Jago Insel | 354. 8. 30. | 14. 53. 40. |
| Insel, die | | |
| üdspitze | 354. 30. 0. | 15. 6. 0. |
| agaskar, Foul- | | |
| inte | 67. 33. 0. | 17. 40. 14. s. |
| era, Stadt | | |
| ingal | 0. 37. 0. | 32. 35. 40. |
| Michael Insel, | | |
| stl. Spitze | 351. 40. 11. | 37. 49. 41. |
| Maria Insel, | | |
| Stadt | 352. 30. 50. | 36. 56. 40. |
| auf Pico Insel | 349. 11. 19. | 38. 35. 0. |
| igo Insel | 80. 51. 30. | 19. 40. 40. s. |

Tripo-

---

Paris und Alexandria in Zeit = 1h. 51′. 21″,2. lso die geogr. Länge von Alex. = 47°. 50′. 18″. ür die Breite wird auch angegeben 31°. 13′. 6″. . Zach M. C. Jan. 1801. S. 24. Daselbst finden ch auch noch viel andere Oerter in Aegypten.

Der Punkt von welchem die geograghischen Längen ngerechnet werden.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Tripolis, Stadt in Africa | 31. 1. 7. | 32.53.40. |
| Pic von Teneriffa | 1. 8. 0. | 28.12.54. |
| Terzera Insel, die Stadt Angra | 350.27.18. | 39.39. 7. |
| Vorgebürge, grünes | 0. 7. 0. | 14.43.45. |
| weißes w) | 0.30. 0. | 20.55.30. |
| Vorgebürg der guten Hoffnung | 36. 3.45. | 33.55.15.ſ. |

## Spanien und Portugall.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Aveiro | 9.10.45. | 40.38.25. |
| Barcellona | 19.53.49. | 41.22.52. |
| Cadix | 11.22.30. | 36.32. 0. |
| Carthagena | 16.32.24. | 37.36.36. |
| Coimbra | 9.14.30. | 40.12.30. |
| Ferrol | 9.24.45. | 43.29. 0. |
| Figueras | 20.38.18. | 42.15.59. |
| Gibraltar | 12.20.14. | 36. 6.30. |
| Lissabon | 8.32.15. | 38.42.18. |
| Majorca auf Majorc. | 20. 9.45. | 39.35. 0. |

Insel

w) Mehrere Bestimmungen an der Küste v. Africa, u. im atlandischen Nord- und Eismeere ſ. m. Astron. Jahrb. 1787. p. 173.

| | | |
|---|---|---|
| Mahon auf | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
| iorca | 21. 28. 30. | 39. 50. 46. |
| ) | 14. 10. 45. x) | 40. 25. 18. y) |
| | 9. 6. 15. | 42. 13. 24. |
| t. Vincent. | 8. 41. 6. | 37. 2. 50. |
| inisterrä | 8. 23. 30. | 42. 54. 0. |
| )rtegal | 9. 45. 45. | 43. 46. 37. |

## Italien.

| | | |
|---|---|---|
| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
| | 31. 10. 30. | 43. 37. 54. |
| no z) | 27. 20. 11. | 45. 41. 51. |
| a | 27. 53. 54. | 45. 32. 30. |
| ıa | 29. 1. 15. a) | 44. 29. 36. |
| Veggia | 29. 24. 30. | 42. 5. 24. |
| ıa b) | 27. 41. 57. | 45. 7. 43. |
| a | 29. 16. 15. | 44. 49. 56. |
| | 32. 5. 48. | 45. 20. 10. |
| s | 28. 55. 30. | 43. 46. 30. |
| | 26. 15. 45. | 44. 25. 0. |

Livor-

3°. 58′. 0″. u. Hrn. v. Humboldt. v. Zach A.G.
Aug. 1799. S. 161.
o. 24. 42. nach Hr. v. H. a. a. O.
:ach Oriani.
riesn. hat 29°. 0′. 32″.
)riani.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Engelholm | 30.32.30. | 56.14.20. |
| Gothaab in Grönland | 325.43.15. y) | 64. 9.55. |
| Halmstadt | 30.31. 0. | 56.39.44. |
| Helsingborg | 30.23. 0. | 56. 2.41. |
| Hernösand | 45.32.45. | 62.38. 0. |
| Kulla, Leuchtthurm | 30.10.15. | 56.17.58. |
| Lambhuus auf Island | 355.40. 0. z) | 64. 6.17. |
| Landscrona | 30.28.45. | 55.52.14. |
| Lund | 24.14.44. | 58.27.10. |
| Pello in Lappland | 41.38.15. | 66.48.16. |
| Scara | 31.10.47. | 58.27. 0. |
| Skanor | 30.30.15. | 55.24.52. |
| Stokholm | 35.44.15. a) | 59.20.31. |
| Stromstadt | 28.38.15. | 58.55.33. |
| Tornea | 41.52. 0. b) | 65.50.50. |
| Trontheim | 28. 2.30. | 63.26.12. |
| Upsal | 35.17.55. | 59.51.50. |
| Warberg | 29.55.45. | 57. 6.18. c) |

Ruß

y) Triesn. hat 325°. 51′. 58″. Eph astr. 1802. p.457

z) Triesn. hat 355°. 35′. 42″.

a) Tr. hat 35°. 42′. 45″.

b) Tr. hat 41°. 49′. 0″.

c) Mehrere Städte und Dörfer s. m. astron. Jahrb [illegible] S. 155.

Rußland.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| urg | 39. 57. 30. | 58. 15. 0. |
| gel | 56. 39. 15. | 64. 33. 36. |
| an | 65. 42. 30. | 46. 21. 12. |
| al. | 101. 6. 45. | 53. 20. 0. |
| eretsk | 174. 30. 0. | 52. 54. 0. |
| | 67. 9. 30. | 55. 43. 58. |
| ff | 53. 55. 0. | 49. 59. 20. |
| n d) | 50. 19. 45. | 46. 38. 30. |
| inenburg | 78. 30. 0. | 56. 50. 15. |
| St. Elisabeth | 50. 7. 30. | 48. 30. 27. |
| f oder Eupa-oria | 51. 5. 0. | 45. 14. 0. |
| off | 52. 0. 0. | 51. 40. 30. |
| sk | 109. 38. 30. | 58. 27. 17. |
| sk | 147. 23. 45. | 62. 1. 50. |
| sk | 122. 13. 30. | 52. 18. 15. |
| lavl | 57. 50. 0. | 57. 37. 30. |
| la | 54. 6. 30. | 45. 21. 0. |
| | 48. 7. 30. | 50. 28. 30. |
| gskoi ostrog | 125. 42. 45. | 57. 47. 0. |
| | 50. 40. 30. | 68. 52. 30. |
| a | 53. 45. 0. | 54. 30. 0. |

Kursk

Im Berliner astron. Jahrb. 1788, sind Länge und reite mit einander verwechselt.

## Ungarn, Siebenbürgen, Croatien, Moldau, Walachey.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Agram | 94. 24. 0. | 26. 43. 0. |
| Agria, Erlau | 38. 2. 56. | 47. 53. 54. |
| Akiermann | 48. 23. 45. | 46. 12. 0. |
| Brahilow | — — — | 45. 15. 20. |
| Bender | 47. 16. 0. | 46. 50. 32. |
| Bukarest | 43. 48. 0. | 44. 27. 0. |
| Chozim | 44. 40. 0. | 48. 31. 0. l) |
| Dubiza | — — — | 45. 11. 28. m) |
| Foktschany | 44. 42. 30. | 45. 38. 50. |
| Jassy | 45. 9. 45. | 47. 8. 30. |
| Ismail | 46. 30. 0. | 45. 21. 0. n) |
| Ofen | 36. 40. 0. o) | 47. 29. 44. |
| Presburg | 34. 50. 30. | 48. 8. 7. |
| Orsova | 40. 5. 5. | 44. 42. 3. |
| Tyrnau | 35. 14. 47. | 48. 22. 58. |
| Warasdin | 34. 5. 34. | 46. 18. 18. |

Tür-

l) Niebuhr.

m) v. Zach A. G. E. 1799. Sept.

n) Diese und mehrere Oerter aus Nov. act. ac. petr. T. XVIII. u. Hrn. v. Zach Nov. Tab. Sol.

o) Triesn. hat 36°. 42′. 15″.

| | ° ' " | ° ' " |
|---|---|---|
| Tzerkask | 57. 30. 0. | 47. 13. 34. |
| Umba | 51. 52. 45. | 66. 44. 30. |
| Ufa | 73. 33. 30. | 54. 42. 45. |
| Woronesch | 56. 55. 20. | 51. 40. 30. |
| Zarizin *) | 62. 7. 30. | 48. 42. 20. |

## Polen und Litthauen.

| | ° ' " | ° ' " |
|---|---|---|
| Caminiek | 44. 41. 15. | 48. 40. 0. e) |
| Cracow | 37. 35. 45. | 50. 3. 52. |
| Grodno | 41. 23. 29. | 53. 40. 30. |
| Lemberg | 42. 22. 15. f) | 49. 51. 0. g) |
| Lublin | — — — | 51. 16. 0. h) |
| Posnanie | 34. 59. 45. i) | 52. 22. 0. |
| Warschau | 38. 42. 30. | 52. 14. 28. |
| Wilna | 42. 55. 0. k) | 54. 41. 0. |

Ungarn,

*) Noch mehrere Oerter sehe m. im Astron. Jahrb. 1789. S. 164. und Act. Ac. Petr. ad ann. 1799—1801.

e) Niebuhr.

f) Sonnenfinst. 1764. Conn. de T. 1775. p. 323. 41°, 42'. 30". nach Liesganig. Die Wiener astr. Ephem. haben 41°, 48'. 45".

g) Niebuhr.

h) Derselbe.

i) Conn. de T. 1775. p. 324.

k) Tr. hat 42. 57. 12.

## Indien t).

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Agra | 94.24. 0. | 26.43. 0. |
| Batavia | 124.33.40. | 6. 9.15. s. |
| Ballasore | 97.20. 0. | 21.22. 0. |
| Callicut | 106. 6.30. | 22.33.56. |
| Goa | 91.25. 0. | 15.31. 0. |
| Madras | 98. 8.42. | 13. 4.54. |
| Manille | 138.31.15. | 14.36. 8. |
| Masulipatam | 98.33.39. | 16.10.32. |
| Malacca | 119.45. 0. | 2.12. 0. |
| Pondichery | 97.31.30. | 11.55.42. |
| Rodrigues | 80.52. 0. | 19.40.30. s. |
| Siam | 118.30. 0. | 14.20.40. |
| Surate | 90. 2. 0. | 21.10. 0. |

## Afrika, und einige benachbarte Inseln und Vorgebürge.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Alexandria | 47.35.30. u) | 31.13. 5. |
| Algier | 19.52.45. | 36.49.30. |

Cairo

t) Sehr viele Oerter zwischen Madras und Calcutta astronomisch bestimmt, s. in den Asiatic. Researches u. im Auszuge in Zimmermanns Annalen 1790. 6. St. S. 139. u. in der Monatl. Corr. 1807. Oct. pag. 344.

u) Nach Nouet, der Leuchtthurm von Alexandria. Herr Niebuhr findet den Meridianunterschied von Paris

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| | 48.58.30. | 30. 2. |
| Inſ v) | 0. 0. 0. | 28. 0. |
| s Inſel, , die rdſpitze | 346.31.26. | 39.34. 0. |
| Inſel | 0.15. 0. | 14.40. |
| elena Inſel | 11.52. 0. | [illegible] |
| ſago Inſel | 354. 8.30. | 14.53.40 |
| Inſel, die ıdſpitze | 354.30. 0. | 15. 6. 0. |
| gaskar, Foul. inte | 67.33. 0. | 17.40.14. ſ. |
| ra, Stadt ngal | 0.37. 0. | 32.35.40. |
| Michael Inſel, ſtl. Spitze | 351.40.11. | 37.49.41. |
| Maria Inſel, Stadt | 352.30.50. | 36.56.40. |
| uf Pico Inſel | 349.11.19. | 38.35. 0. |
| igo Inſel | 80.51.30. | 19.40.40. ſ. |

Tripo-

---

aris und Alexandria in Zeit = 1h. 51′. 21″,2.
lſo die geogr. Länge von Alex. = 47°. 50′. 18″.
ir die Breite wird auch angegeben 31°. 13′. 6″.
. Zach M. C. Jan. 1801. S. 24. Daſelbſt finden
ch auch noch viel andere Oerter in Aegypten.
Der Punkt von welchem die geographiſchen Längen
ngerechnet werden.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Tripolis, Stadt in Africa | 31. 1. 7. | 32.53.40. |
| Pic von Teneriffa | 1. 8. 0. | 28.12.54. |
| Terzera Insel, die Stadt Angra | 350.27.18. | 39.39. 7. |
| Vorgebürge, grünes | 0. 7. 0. | 14.43.45. |
| weißes w) | 0.30. 0. | 20.55.30. |
| Vorgebürg der guten Hoffnung | 36. 3.45. | 33.55.15.s. |

## Spanien und Portugall.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Aveiro | 9.10.45. | 40.38.25. |
| Barcellona | 19.53.49. | 41.22.52. |
| Cadix | 11.22.30. | 36.32. 0. |
| Carthagena | 16.32.24. | 37.36.36. |
| Coimbra | 9.14.30. | 40.12.30. |
| Ferrol | 9.24.45. | 43.29. 0. |
| Figueras | 20.38.18. | 42.15.59. |
| Gibraltar | 12.20.14. | 36. 6.30. |
| Lissabon | 8.32.15. | 38.42.18. |
| Majorca auf Majorc. | 20. 9.45. | 39.35. 0. |

Insel

w) Mehrere Bestimmungen an der Küste v. Africa, u. im atlandischen Nord- und Eismeere s. m. Astron. Jahrb. 1787. p. 173.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Cairo | 48.58.30. | 30. 2.21. |
| Ferro Ins v) | 0. 0. 0. | 28. 0. 0. |
| Flores Insel, die Nordspitze | 346.31.26. | 39.34. 0. |
| Gorea Insel | 0.15. 0. | 14.40.10. |
| St. Helena Insel | 11.52. 0. | 15.55. 0. s. |
| St. Jago Insel | 354. 8.30. | 14.53.40. |
| Majo Insel, die Südspitze | 354.30. 0. | 15. 6. 0. |
| Madagaskar, Foulpointe | 67.33. 0. | 17.40.14. s. |
| Madera, Stadt Fungal | 0.37. 0. | 32.35.40. |
| St. Michael Insel, westl. Spitze | 351.40.11. | 37.49.41. |
| St. Maria Insel, die Stadt | 352.30.50. | 36.56.40. |
| Pic auf Pico Insel | 349.11.19. | 38.35. 0. |
| Rodrigo Insel | 80.51.30. | 19.40.40. s. |

Tripo-

Paris und Alexandria in Zeit = 1h. 51′. 21″,2. also die geogr. Länge von Alex. = 47°. 50′. 18″. für die Breite wird auch angegeben 31°. 13′. 6″. v. Zach M. C. Jan. 1801. S. 24. Daselbst finden sich auch noch viel andere Oerter in Aegypten.

v) Der Punkt von welchem die geographischen Längen angerechnet werden.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Livorno c) | 27. 56. 30. | 43. 33. 5. |
| Malta | 32. 10. 30. | 35. 53. 47. |
| Mantua d) | 28. 28. 10. | 45. 9. 15. |
| Mayland oder Milano | 26. 50. 30. | 45. 27. 53. |
| Murano, Insel | 29. 45. 45. e) | — — — |
| Messina | 33. 27. 0. | 38. 22. 0. |
| Neapel | 31. 56. 2. | 40. 50. 15. |
| Nizza | 24. 57. 15. | 43. 41. 54. |
| Padua | 29. 32. 30. | 45. 23. 40. |
| Palermo in Sicil. | 31. 1. 38. | 38. 6. 44. |
| Parma | 28. 6. 29. | 44. 48. 1. |
| Pavia f) | 26. 49. 33. | 45. 10. 47. |
| Perinaldo | 25. 23. 48. | 43. 53. 20. |
| Piacenza g) | 27. 22. 17. | 45. 2. 44. |
| Pisa | 28. 3. 45. | 43. 43. 7. |
| Roma | 30. 8. 22. | 41. 53. 54. |
| Tortona h) | 26. 32. 38. | 44. 53. 26. |
| Turin | 25. 20. 0. | 45. 4. 14. |

Vene-

c) Hr. v. Zach im astron. Jahrb. 1791. S. 132.
d) Oriani.
e) Conn. d. T. 1775. p. 323. aus der Sonnenfinst. 1764.
f) Oriani.
g) Derselbe.
h) Derselbe.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| ;zig | 30. 0.44. | 45.25.32. |
| ;na | 28.41. 8. | 45.26. 7. |

## Frankreich.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| lle | 19.29.40. | 50. 7. 1. |
| | 17.24. 9. | 43.41.52. |
| | 23. 6.34. | 43.31.35. |
| | 19.48.18. | 43.55.36. |
| eysach | 25.15.27. | 48. 2. 4. |
| ise | 18.39. 7. | 47.24.54. |
| ns | 19.57.56. | 49.53.38. |
| rs | 17. 6. 8. | 47.28. 8. |
| uleme | 17.49. 1. | 45.39. 3. |
| es | 24.47.35. | 43.34.50. |
| ion | 22.28.18. | 43.57. 8. |
| lac | 20. 7. 0. | 44.55. 0. |
| n | 21.57.44. | 46.56.46. |
| rre | 21.14. 6. | 47.47.54. |
| nne | 23. 3.35. | 47.11.24. |
| le Duc | 22.50. 0. | 48.46. 5. |
| ux | 16.57.49. | 49.16.30. |
| onne | 16.11.19. | 43.29.15. |
| wais | 19.45.45. | 49.26. 2. |
| rt | 24.32.30. | 47.38.18. |

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Besançon | 23.42.30. | 47.13.45. |
| Beziers | 20.52.25. | 43.20.23. |
| Bourdeaux | 17. 5.46. | 44.50.18. |
| Boulogne | 19.16.44. | 50.43.31. |
| Brest | 13.11. 0. | 48.23.15. |
| Cahors | 19. 7. 2. | 44.25.59. |
| Calais | 19.31. 1. | 50.57.31. |
| Cambrai | 20.53.31. | 50.10.37. |
| Carcasonne | 20. 0.49. | 43.12.45. |
| Chalons s. Marne | 22. 1.46. | 48.57.16. |
| Chalons s. Saone | 22.31.25. | 46.46.50. |
| Chartres | 19. 9. 5. | 48.26.54. |
| Clermont in Auvergne | 20.45. 7. | 45.46.45. |
| Colmar | 25. 2.11. | 48. 4.44. |
| Compiegne | 20.29.41. | 49.24.59. |
| Dieppe | 18.44.21. | 49.55.34. |
| Dole in der Franche Comte | 23.10. 6. | 47. 5.52. |
| Dole in Bretagne | 15.54.48. | 48.33. 9. |
| Donai | 20.44.47. | 50.22.12. |
| Dunkerque | 19.57.37. | 51. 2.10. |
| Embrun | 24. 5.54. | 44.34. 8. |
| Evreux | 18.49. 4. | 48.55.30. |
| Fort-Louis | 25.44.10. | 48.48. 1. |

Gal

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| | 23.44.13. | 44.33.46. |
| ville | 16. 3.48. | 48.50.16. |
| oble | 23.23.40. | 45.11.40. |
| e de Grace | 17.46.23. | 49.29.14. |
| , Insel | 15.28.58. | 49.12.59. |
| chelle | 16.30. 5. | 46. 9.21. |
| u | 25.47.30. | 49.11.38. |
| es | 22.59.58. | 47.51.57. |
| y | 21.33.21. | 45.25. 2. |
| rre | 16.42.57. | 45.18.33. |
| | 20.44.16. | 50.37.50. |
| es | 18.55. 9. | 45.49.53. |
| | 22.29. 9. | 45.45.51. |
| es | 18.34. 9. | 43.28.30. |
| | 16.30. 0. | 46.27.14. |
| ille | 24.10. 6. | 48.35.33. |
| 'eille | 23. 2. 0. | 43.17.48. |
| ix | 20.32.38. | 48.57.40. |
| e | 21. 9.19. | 44.30.42. |
| eres | 22.23.16. | 49.45.47. |
| | 23.50.10. | 49. 7.10. |
| poix | 19.32.11. | 43. 5. 7. |
| pellier | 21.32.24. | 43.36.39. |
| lins | 20.59.59. | 46.34. 4. |
| y | 23.50.16. | 48.41.55. |

Nantes

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Nantes | 16. 7. 2. | 47.13. 7. |
| Narbonne | 20.40. 0. | 43.10.58. |
| Nevers | 20.49.15. | 46.59.18. |
| Noyon | 20.40.35. | 49.34.42. |
| Orleans | 19.34.22. | 47.54.10. |
| Ouessant. Insel | 12.36.37. | 48.28. 8. |
| Paris. Observ. | 20. 0. 0. | 48.50.14. |
| Perpignan | 20.33.57. | 42.41.48. |
| Rheims | 21.42.32. | 49.14.41. |
| Rennes | 15.58.57. | 48. 6.45. |
| Rhodes | 20.14.20. | 44.21. 0. |
| Rouen i) | 18.45.44. | 49.26.27. |
| Saintes | 17. 1. 6. | 45.44.43. |
| St. Omer | 19.54.57. | 50.44.50. |
| Seez | 17.50.44. | 48.36.28. |
| Sisteron | 23.35.47. | 44.11.51. |
| Strasburg | 25.24.36. | 48.34.56. |
| St. Brieux | 14.55.20. | 48.31.21. |
| St. Croix | 25. 3.55. | 48. 0.35. |
| St. Malo | 15.38.38. | 48.39. 3. |
| Thionville | 23.50.30. | 49.21.30. |
| Tonnere | 21.38.44. | 47.51. 8. |

Tou-

i) Nach Conn. d. T. 1815. Triesneker Eph. Vi ad ann. 1802. giebt für Rouen die Länge 21°. 35. Breite 49°. 56′. 44″.

| | ° ' ″ | ° ' ″ |
|---|---|---|
| n | 23.35.25. | 43. 7. 9. |
| use | 19. 6.21. | 43.35.46. |
| s | 21.44.35. | 48.18. 5. |
| ciennes | 21.11.40. | 50.21.27. |
| es | 14.54.41. | 47.39.26. |
| e | 24.46.28. | 43.43.16. |
| illes | 19.47. 9. | 48.48.18. |
| rs | 22.20.45. | 44.29.14. |

## Großbrittanien.

| | ° ' ″ | ° ' ″ |
|---|---|---|
| eim | 16.19. 0. | 51.50.29. |
| ridge | 17.44.15. | 52.12.36. |
| Lezard | 12.27.30. | 49.57.30. |
| ea | 17.30.15. | 51.29.14. |
| het | 17. 5. 0. | 51.37.30. |
| es | 18.58.57. | 51. 7.47. |
| in | 11.21.45. k) | 53.21.11. |
| burg | 14.29.30. | 55.56.22. |
| m | 17.24.30. | 51.20. 0. |
| er | 14. 5.30. | 50.44. 0. |
| nouth | 12.11.45. | 50. 8. 0. |
| gow | 13.23. 8. l) | 55.51.35. |

Green-

Triest. hat 11°. 18'. 36″.

Sonnenfinst. 1764. u. 1769.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Nantes | 16. 7. 2. | 47.13. 7. |
| Narbonne | 20.40. 0. | 43.10.58. |
| Nevers | 20.49.15. | 46.59.18. |
| Noyon | 20.40.35. | 49.34.42. |
| Orleans | 19.34.22. | 47.54.10. |
| Quessant. Insel | 12.36.37. | 48.28. 8. |
| Paris. Observ. | 20. 0. 0. | 48.50.14. |
| Perpignan | 20.33.57. | 42.41.48. |
| Rheims | 21.42.32. | 49.14.41. |
| Rennes | 15.58.57. | 48. 6.45. |
| Rhodes | 20.14.20. | 44.21. 0. |
| Rouen i) | 18.45.44. | 49.26.27. |
| Saintes | 17. 1. 6. | 45.44.43. |
| St. Omer | 19.54.57. | 50.44.50. |
| Seez | 17.50.44. | 48.36.28. |
| Sisteron | 23.35.47. | 44.11.51. |
| Strasburg | 25.24.36. | 48.34.56. |
| St. Brieux | 14.55.20. | 48.31.21. |
| St. Croix | 25. 8.55. | 48. 0.35. |
| St. Malo | 15.38.38. | 48.39. 3. |
| Thionville | 23.50.30. | 49.21.30. |
| Tonnere | 21.38.44. | 47.51. 8. |

Tou

i) Nach Conn. d. T. 1815. Triesnecker Eph. Vienn. ad ann. 1802. giebt für Rouen die Länge 21°. 14 [illegible] Breite 49°. 56′. 44″.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| | 22. 2. 0. | 50.51. 0. |
| | 22. 8.54. | 52. 9.30. |
| | 20.44.16. | 50.37.56. |
| | 21.37.15. | 50.27. 0. |
| t | 20.24.55. | 51. 7.41. |
| | 20.35. 1. | 51.13.49. |
| m | 22. 8.56. | 51.55.22. |
| | 22.47. 1. | 52. 5.12. |

erika und die benachbarten Inseln.

| Ins. Fort | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| lton | 315.42. 0. | 17. 4.30. |
| Lake | 298 35. 0. p) | 48.45. 0. |
| chouse | 295. 1. 4. | 50.14.23. |
| | 306.41. 0. | 42.22. 0. |
| aires | 319. 8.45. | 34 35.26. s. |
| ge | 306.57.57. | 42 23.28. |
| eton Louisb. | 317.45. 0. | 45.53.45. |
| arles | 303.28. 0. | 62.46. 0. |
| rn. | 309.55. 0. | 55.58.30. s. |
| jena | 302.10. 0. | 10.25.15. |
| Insel | 325.25. 0. | 4.56 18. |
| ion in Chili | 304.48. 0. | 36.49.10. s. |

Coquim-

iese und mehrere Bestimmungen aus dem astron. rbuche. 1794. S. 256.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Coquimbo | 306.24.15. | 29.54.40. s. |
| Coudre Insel | 307.16.26. | 47.23. 0. |
| Cumberlandhouse | 275.34. 2. | 53.56.40. |
| Cuba Ins. Havana | 295.16.50. | 23. 9.27. |
| St. Domingo | 316. 4.30. | 15.18.23. |
| Cappstadt | 305.22. 0. | 19.46.30. |
| Fort de Galles | 283.26. 0. | 58.47.32. |
| Fort St. Louis in Domingo | 304.23. 0. | 18.18.40. |
| Fort Pr. Wales | 283.27.30. | 58.37.32. |
| Gloucester | 290.37. 1. | 52.24.20. |
| Guadalouppe | 315.40.45. | 15.59.30. |
| Klein Goave | 304.45.26. | 18.26.50. |
| Hudsonshouse | 270.12.40. | 53. 0.32. |
| St. Jago della Vega in Jamaica | 301.20. 0. | 17.40. 0. |
| St. Joseph in Californien | 267.58.50. | 23. 3.13. |
| Jamaica Ins. Haf. | 300.55.30. | 18. 0. 0. |
| Juan Fernandez J. | 298. 2. 0. | 33.48. 0. |
| Kebek in Canada | 306.30. 0. | 46.47.30. |
| Lewestown | 302.33.45. | 38.47.27. |
| Lima | 300.32.15. | 12. 2.35. s. |
| Louisbourg | 317.45. 0. | 45.53.40. |
| Martinique Fort | 316.34. 0. | 14.35.55 |

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| | 278.34.30. | 19.25.45. |
| Fort | 296.43.36. | 51.15.54. |
| mbridge | 306.30. 0. | 42.25. 0. |
| rleans | 287.41.15. | 29.57.45. |
| | 303.31. 0. | 40.43. 0. |
| | 342.34.30. | 8.13. 0. ſ. |
| | 298.12.30. | 8.58.48. |
| lphia | 302.28.15. a) | 39.56.55. |
| ello | 298. 4.30. | 9.33. 5. |
| Rico | 311.26.27. | 18.29.10. |
| | 298.54.30. | 0.13.17. ſ. |
| neiro | 334.23. 0. | 22.54.10. ſ. |
| ry | 300.56. 0. | 63.29. 0. |
| Peru | 306.30. 0. | 17.36.15. ſ. |
| Fort | 285. 5.15. | 57. 1.48. |

## Südsee-Inseln.

### Australien.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| and .eb. York and Haf. | 159.20. 0. | 10.37. 0. ſ. |
| sgill | 183.58. 9. | 45.47.26. ſ. |
| ledon. Cap du Gales | 184.38. 0. | 22.29. 0. ſ. |

Freund-

---

iesn. hat 302°. 28′. 9″.

| | ° ′ ″ | ° ′ ″ |
|---|---|---|
| Freundschafts-Inseln. | | |
| Rotterdam oder Namoca | 203. 11. 30. | 20. 16. 30. s. |
| Amsterdam od. Tonge Tabu | 202. 26. 46. | 21. 7. 35. s. |
| Gesellschafts-Inseln. | | |
| Tahiti Vorgeb. ♀ | 228. 9. 30. | 17. 29. 17. s. |
| Huaheine | 226. 32. 45. | 16. 44. 0. s. |
| Das südl. Thule auf Sandwichs-Land | 349. 56. 0. | 59. 34. 0. s. |

Mehrere Plätze und Inseln der Südsee sehe man in Cooks und Forsters Reisen, auch Bodens Anleitung zur allgemeinen Kenntnis der Erdkugel, Berlin 1786. S. 165. u. Auch Astron. Jahrbuch 1784. S. 171. rc.

§. 8.

I. In dieser Tafel sind die Längen alle von dem gewöhnlichen Merid. der Insel Ferro angerechnet, welcher 20 Grad westwärts von Paris liegt. Die Breiten sind alle nördlich. Wo sie südlich sind, steht ein s. dabey.

Wer sich dieser oder jener Hülfscharten, zumal älterer, zur Mappirung neuer bedienen

2.. Gegenwärtig geschieht es fast durchgängig
nem Meridiane, welcher 20 Grad westwärts
aris durch einen gewissen Punkt der Insel
gedacht wird.

3. Auf sehr vielen, zumahl ältern holländi-
Charten, sind die Längen von einem Meridiane
chnet, welchen man sich durch den Pik von
iffa 18°. 52′ westwärts von Paris gedenken
so daß also die Länge von Paris = 18°.
der nach genauerer Bestimmung 18°. 50′. 54″
Dies ist der Fall bei den Vischerischen,
ischen, Dankertichen, Volkischen,
iedenen Schenkischen und Homänni-
Charten.

4. Aber die Franzosen, und mit ihnen die
n neuern Geographen, rechnen von dem ober-
ten Punkte der Insel Ferro, 20° westlich von

wo die Abweichung der Magnetnadel = o ist, ge-
legt. Dieser Insel geographische Länge von der
Insel Ferro ist 350°. 27'. 18'' liegt also unge-
fähr 10½ Grad westwärts von Ferro.

6. Janson in seinen Planisphären, [illegible]
velius in seiner Universalcharte, Gerhard
Mercator der Jüngere, Bertius in seiner
Europa contracta, Wilhelm Blaeu und
andere, liesen den ersten Meridian durch die Insel
del Fuego oder St. Philipp, eine von den Inseln
des grünen Vorgebürges, wo man ebenfalls glaubte,
daß die Abweichung der Magnetnadel = o sey, ge-
gehen. Indessen that Wilhelm Blaeu in der
Folge selbst den Vorschlag, den ersten Meridian
auf die Canarische Insel Teneriffa (3), wo der
Pik als einer der höchsten Gebürge bekannt ist,
zu verlegen, worinn ihm denn nachher fast alle
holländische Geographen gefolgt sind.

7. Die meisten englischen Seecharten rech-
nen von dem Greenwicher Meridian, unterweilen
auch vom Cap Lezard (man s. oben in der Tafel
§. 7. Grosbrittannien). Die französischen See-
charten von dem Pariser Meridian, z. E. die
*Hydrographie française de Mr. Bellin.*

8. Die Charten von Gerhard Merca-
tor (gest. 1592), welche den großen durch Hon-
dius

s herausgegeben Atlas ausmachen, geben der
el Ferro 3 Grad Länge, rechnen also von einem
ridiane 3 Grad westwärts von Ferro.

9. Doppelmaier auf einer Homannischen
rte (Basis geographiae recentioris), welche
seinem Himmelsatlas zu finden, legt den ersten
ridian 22½ Grad westlich von Paris, weil dies
ade einen aliquoten Theil, nemlich $\frac{1}{16}$ des Um-
ses ausmache, und behauptet, daß dieser Meri-
n in die Gegend der Insel Ferro falle.

10. Diese Verschiedenheit des ersten Meri-
ns, von welchem auf diesen oder jenen Charten
Längen angerechnet werden, ist beym Gebrauche
Landcharten etwas sehr unangenehmes.

Indessen ist es leicht, auf einer vorgegebenen
arte, wenn es nicht besonders auf ihrem Rande
nerkt ist, den Meridian zu finden, von welchem
Längen angerechnet worden sind.

11. Man suche auf der Charte einen, oder
besserer Vergleichung, mehrere Oerter, deren
ographische Längen von der Insel Ferro durch
naue Beobachtungen, aus der Tafel (§. 7.) be-
nnt sind. Stimmen diese Längen auf der Charte
cht mit denen der Tafel überein, so wird sich
ld zeigen, welchen Meridian die Charte für den

ersten

ersten nimmt, und wie weit solcher von dem jetzt üblichen der Insel Ferro absteht.

Ex. Auf einer Homännischen Charte von dem Herzogthum Niederöstreich (auf deren Rande sowohl die Längen als Breiten von Minuten zu Minuten abgetheilt sind) finde ich die Länge von Wien angegeben = 37°. 13′. 30″.
Nun ist aber die wahre von der Insel Ferro = 34°. 2′. 30″.

Also ist sie zu groß angegeben 3°. 11′.

d. h. der erste Meridian für diese Charte ist 3°. 11′. westlich von der Insel Ferro angenommen. — Es muß demnach jede auf der Charte angegebene Länge um 3°. 11′. vermindert werden, um die Länge, von der Insel Ferro angerechnet, zu erhalten.

Ohne Zweifel rechnete man damals, als die Charte verfertigt wurde, den Meridian der Insel Ferro noch 22½ Grad westwärts von dem Pariser (9), da man doch nachher fand, daß die Entfernung nur 19°. 52′. betrug, wofür man in der Folge die runde Zahl 20 Grad annahm. Es müßte also die Länge jedes Orts auf der Charte, wenn ihre Meridiane von der vermeintlichen Insel Ferro (9) angerechnet werden, eigentlich nur um 2°. 30′. größer seyn, als die, von der wahren Insel Ferro, 20 Grad westlich von Paris, angerechnete. Wir haben

aber gefunden, daß die Länge von W
harte um 3°. 11'. zu groß war, das
rühren, daß man damals in der wahr
Zien selbst noch nicht so gewiß war, als n
t ist; Vielleicht wurde auch von dem Meri-
(8) angerechnet, da denn die 11' Ueberschuß
von der nicht hinlänglich genauen Lage von
herrühren könnten.

12. Dies Beyspiel wird zeigen, wie in an-
Fällen die Vergleichungen anzustellen sind.
t man solchergestalt für mehrere Oerter auf
harte, daß die angegebenen Längen, mit den
en verglichen, einerley Unterschiede,
. E. in dem obigen Beyspiele, immer 3°. 11'.
, so zeigt dieses, daß wenigstens die Mittags-
der Oerter auf der Charte, unter sich selbst
richtige Lage haben. Zeigen sich aber Ab-
ungen, so folgt daraus, daß die Meridiane
ren gegenseitigen Lagen selbst fehlerhaft sind,
aher nach Maasgabe genauerer Bestimmungen,
Berichtigung bedürfen. Uebrigens muß man
t, nach welcher Projectionsart das Netz der
te gezeichnet worden ist, damit man die auf
Charte angegebene Länge eines Orts gehörig
sen, und mit der wahren vergleichen kan. Wie
zu bewerkstelligen, wird die Folge ausweisen.

die Fehler in den gemessenen Graden mit Schuld seyn können. Doch findet Hr. Prof. Klügel (Berlin. Astr. Jahrbuch 1788 S. 213.), daß wenn man die Erde für einen vollkommen elliptischen Körper, d. h. für einen Körper, der durch die Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entstehen würde, annehmen wollte, die gemessenen Grade am besten auf eine Ellipse passen würden, deren kleiner Durchmesser oder Axe = 6524894 Toisen, der größere = 6559982 wäre. Dies gäbe demnach das Mittel zwischen beyden Durchmessern = 6542438 T. merklich von dem oberwähnten Mittel (2) verschieden. Auch würde dann die Größe eines Grades = 57093 T.

6. Klügel nimmt indessen die Erde für eine Kugel, deren Umfang dem mittlern Umfange des Erdsphäroids gleich wäre, und berechnet hieraus die Größe eines Grades auf dieser Kugel = 57173,5 Toisen. Also

1 Minute = 952,89 Tois.
1 Secunde = 15,881 Tois.

7. Die würklich gemessenen Meridian-Grade auf der Erde verhalten sich aber unter den verschiedenen geographischen Breiten folgendermaasen:

Die Columme I. bedeutet, unter welchem Abstande vom Aequator der Grad des Meridians gemessen

messen worden, also die geographische Breite der Mitte des gemessenen Grades. II. bedeutet den Werth des Grades in Toisen und III. wer ihn gemessen.

| I. | II. | III. |
|---|---|---|
| ° ' | | |
| 0. 30 | 56753 | Bouguer und Condamine a) |
| 33. 18 s. | 57037 | de la Caille b) |
| 39. 12 n. | 56888 | Mason und Dixon c) |
| 43. 0 | 56979 | Boscowich d) |
| 44. 44 | 57069 | Beccaria e) |
| 45. 0 | 57028 | Mem. de l'Ac. 1758. p. 244. |
| 45. 57 | 56881 | Liesganig in Ungarn f) |
| 48. 43 | 57086 | Liesganig in Oestreich g) |
| 49. 23 | 57069 | Maupertuis h) |
| 66. 20 | 57422 | Unter dem Polarkreise i) |

Noch

a) La fig. de la Terre par les observ. de Mrs. Bouguer et de la Condamine par Mr. Bouguer. Par. 1749. Mesure de trois premiers degrés du Merid. dans l'hemisphère austral. . par Mr. de la Condamine. Par. 1751.

b) diverses obs. astronomiques. . faites au Cap de b. Esper. Mem. de l'Ac. des Sc. 1751. p. 435.

c) In Nordamerica — Phil. Transact. 1768. p. 326.

d) de litteraria exped. franz. mit Noten vermehrt Voyage astron. et geogr. dans l'état de l'église 1770.

e) Gradus Taurinensis 1774.

f u. g) Dimensio graduum viennens. et hungarici 1770.

h) Degrès du Mer. entre Paris et Amiens par Mr. de Maup. 1740.

i) Maupertuis figure de la Terre.

die Fehler [illegible] ... Gradmessungen sind die von seyn f... [illegible] durch die Hrn. Mechain (Ber... [illegible] Delambre, wovon man in des Freyh. v. mo... [illegible] Geogr. Ephemeriden, und f... [illegible] Monathlicher Corresp. die weitern Nachrichten findet. Man hat mit dieser Messung auch noch die Balearischen Inseln verbunden, wodurch diese grosse Gradmessung über 12 Grade in sich fasset. Eine kurze geschichtliche Darstellung derselben s. m. in der *Monathlichen Correspondenz* des Freyh. v. Zach XXIII. B. S. 229 ꝛc. Von andern neuen Gradmessungen in Lappland und Engelland ebendas. S. 239. Die Resultate derselben geben für die Abplattung der Erde einen Bruch, welcher zwischen $\frac{1}{300}$ und $\frac{1}{340}$ fällt, welcher um ein beträchtliches von dem gewöhnlichen $\frac{1}{186}$, welchen die ältern Gradmessungen gegeben haben, abweichet. M. s. unten (12).

8. Hr. Prof. Klügel k) hat gesucht, eine Formel anzugeben, welche mit der kleinsten merklichen Abweichung die berechneten Grade so giebt, wie sie nach der unmittelbaren Messung (7) gefunden worden. Die Formel ist folgende

$$G = 57100 - 460 \cos. 2\beta + 97 \cos. 4\beta + 8 \cos. 6\beta$$

statt deren auch folgende

G =

---

k) Astronomisches Jahrb. 1787. u. 1788.

$= 56745 + 1160 \sin \beta^4 - 256 \sin$ [illegible]
uchst werden kan, wo denn G den [illegible]
idians bedeutet, dessen Mitte der g[illegible]
Breite β entspricht.

9. Nach dieser Formel kommen nu[illegible] 5
Graden der Breite, folgende Werthe [illegible]
ngrade.

| β | |
|---|---|
| 0 | [illegible] |
| 5 | [illegible] |
| 10 | [illegible] |
| 15 | [illegible] |
| 20 | [illegible] |
| 25 | 56781 |
| 30 | 56813 |
| 35 | 56861 |
| 40 | 56925 |
| 45 | 57003 |
| 50 | 57093 |
| 55 | 57190 |
| 60 | 57289 |
| 65 | 57386 |
| 70 | 57473 |
| 75 | 57547 |
| 80 | 57603 |
| 85 | 57637 |
| 90 | 57649 |

10. Man

und dieser Halbmesser des Parallels = dem Halbmesser des Aequators = AO = n, und = einem Grade des Meridians unter dem Aequator seyn müssen.

13. Nennt man daher den Grad des Meridians bey A oder unter dem Aequator, = g, so hat man

$$n = \sqrt[3]{\left(\frac{n^4}{m^2} \cdot g \cdot \frac{180}{\pi}\right)}$$

$$\frac{n}{\sqrt[3]{g}} = \sqrt[3]{\left(\frac{n^4}{m^2} \cdot \frac{180}{\pi}\right)}$$

mithin nach in (11) der Halbmesser des Parallels bey M oder

$$\rho = n \cos\beta \sqrt[3]{\frac{G}{g}}$$

dieses Parallels, weil sich ähnliche Bogen, überhaupt auf zwey Kreisen, verhalten wie die Halbmesser. Heißt man also einen Grad des Parallels durch M = $\gamma$, so hat man

n : G = $\varrho : \gamma$ also

statt $\varrho$ den Werth (13) gesetzt,

$$\ldots \sqrt[3]{\frac{G}{g}}.$$

…er Formel den Grad des …, sondern vielmehr den …s, so darf man, wie in (11), statt G nur setzen $\frac{n.\pi}{180}$, wo denn $\frac{\pi}{180}$ = 0,017453 und zum Behufe der Rechnung mit Logarithmen $\log 0{,}0174.. = \log \pi - \log 180$

$= 0{,}2418774 - 2$

ist.

16. Will man aber den bereits berechneten Grad des Aequators, also den Werth von G = 57247 (§. 9. 12.) brauchen, so ist in (14)

$$\log \gamma = \log G + l \cos \beta + \tfrac{1}{3} (\log G - \log g)$$

17. Würde die Erde als eine Kugel betrachtet, auf der alle Grade des Meridians einander gleich, und zwar den Graden des Aequators gleich wären, so hätte man in di

$$\gamma = g \sqrt[5]{\frac{G}{g}}$$

denn erhellet, daß man die Grade wie g, Parallelkreise einer Kugel wie (17) t $\sqrt[5]{\frac{G}{g}}$ multipliciren dürfe, um die Grade rallelkreise auf dem wahren Erdsphä- zu erhalten.

9. In nachstehender Tabelle zeigen sich von Graden der Breite, die Werthe der Grade Parallelkreisen, sowohl für eine Kugel wie als auch für das wahre Erdsphäroid.

)ie Columne I. enthält die geographischen , also die Werthe von β.

)ie Columne II. die ihnen entsprechenden der Parallelkreise, auf einer Kugel wie

Sphäroid, dergleichen die Erde ist, also die Wer
von γ.

Und endlich die Columne IV. die Unterschi
der Werthe der IIten und IIIten Columne, alles
Toisen.

| I. | II. | III. | IV. |
|---|---|---|---|
| 0 | 57247 | 57247 | 0 |
| 5 | 57029 | 57029 | 0 |
| 10 | 56377 | 56377 | 0 |
| 15 | 55296 | 55298 | 2 |
| 20 | 53794 | 53799 | 5 |
| 25 | 51883 | 51895 | 12 |
| 30 | 49577 | 49597 | 20 |
| 35 | 46894 | 46926 | 32 |
| 40 | 43854 | 43900 | 46 |
| 45 | 40479 | 40541 | 62 |
| 50 | 36798 | 36875 | 77 |
| 55 | 32835 | 32921 | 86 |
| 60 | 28623 | 28715 | 92 |
| 65 | 24194 | 24283 | 89 |
| 70 | 19580 | 19663 | 83 |
| 75 | 14816 | 14887 | 71 |
| 80 | 9941 | 9991 | 50 |
| 85 | 4989 | 5015 | 26 |
| 90 | 0 | 0 | 0 |

(§. 9.) = 56745 ergiebt.

So ist z. E., wenn man den Werth von $\gamma$ $\beta$ = 40° berechnen wollte, aus der Tafel ). erstlich G = 56925 für $\beta$ = 40°, also

$$\frac{G}{g} = \frac{56925}{56745}; \text{ und nun}$$

$$\begin{array}{rl} \log \mathfrak{G} = \log 57247 = & 4,7577527 \\ \log \cos \beta = & 9,8842540 - 10 \\ \hline \text{Summe} = \log \mathfrak{g} = & 4,6420067 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{Ferner} \quad \log G = & 4,7553030 \\ \log g = & 4,7539276 \\ \hline \log G - \log g = & 0,0013754 \\ \text{hievon } \tfrac{1}{3} \quad & 0,0004584 \\ \text{dies addirt zu } \log \mathfrak{g} = & 4,6420067 \\ \hline \text{Giebt } \log \gamma = & 4,6424651 \end{array}$$

Graden des Parallels auf der Kugel (17) und de[r] wahren Sphäroide, ohngefähr zwischen dem 60[sten] und 65sten Grad der Breite, am größten sind, u[nd] sich auf 90 und etliche Toisen belaufen. Kann Aber doch sind sie immer gering genug, um sie b[ey] Verzeichnung der Landcharten beyseite setzen zu [las]sen, und also die Parallelgrade so zu nehm[en] wie sie auf einer würklichen Kugel statt finden.

24. Von etwas größerem Belange sind [die] Unterschiede der Meridiangrade auf der Ku[gel] und auf dem Sphäroid. Auf ersterer würden [sie] alle von gleicher Größe, auf dem letztern aber, [in] dem Verhältnisse nach den Polen zu, größer wer[den], wie solches aus der Tafel (§. 9.) zu ersehe[n] ist. Allein auch bey diesen ist doch die Ungleichhe[it] nicht so groß, daß es sich der Mühe verlohn[en] sollte, bey Verzeichnung der Charten Rücksicht da[r]auf zu nehmen, wie bereits (9. 10.) erinnert wor[den], und also nur in Fällen der äussersten Genauig[keit] dürfte dieses Wachsen der Meridiangrade nac[h] den Polen des Erdsphäroids, in einige Betrach[tung] kommen.

Die bisherigen Untersuchungen waren nöthig um zu zeigen, daß in allen gewöhnlichen Fällen bey Verzeichnung der Landcharten, es vollkommen ver[stattet] sey, die Abweichung der Erde von der Ku-

gelge-

...n bestätigen, so würde es noch vielmehr ...tet seyn, bey geographischen Charten die Ab... ...ung der Erde von der Kugelgestalt, bey Seite ...en.

§. 11.

## Geographische Maaße.

1. Da auf den Landcharten gewöhnlich ein ...stab zur Bestimmung der Entfernungen der ...r gezeichnet wird, hiezu aber keine so kleine ...it, als eine Toise, eine Ruthe oder ein ...h, wie bei geometrischen Rissen, gebraucht ...n kan, so pflegt man sich dazu der im gemeinen ... eingeführten Meilen zu bedienen.

2. Allein da die Größe der Meilen, in ver...

messen worden, also die geographische Breite der Mitte des gemessenen Grades. II. bedeutet den Werth des Grades in Toisen und III. wer ihn gemessen.

| I. | II. | III. |
|---|---|---|
| ° ′ | | |
| 0. 30 | 56753 | Bouguer und Condamine a) |
| 33. 18 s. | 57037 | de la Caille b) |
| 39. 12 n. | 56888 | Mason und Dixon c) |
| 43. 0 | 56979 | Boscowich d) |
| 44. 44 | 57069 | Beccaria e) |
| 45. 0 | 57028 | Mem. de l'Ac. 1758. p. 244. |
| 45. 57 | 56881 | Liesganig in Ungarn f) |
| 48. 43 | 57086 | Liesganig in Oestreich g) |
| 49. 23 | 57069 | Maupertuis h) |
| 66. 20 | 57422 | Unter dem Polarkreise i) |

Noch

a) La fig. de la Terre par les observ. de Mrs. Bouguer et de la Condamine par Mr. Bouguer. Par. 1749. Mesure de trois premiers degrés du Merid. dans l'hemisphère austral. . par Mr. de la Condamine. Par. 1751.

b) diverses obs. astronomiques. . faites au Cap de b. Esper. Mem. de l'Ac. des Sc. 1751. p. 435.

c) In Nordamerica — Phil. Transact. 1768. p. 326.

d) de litteraria exped. franz. mit Noten vermehrt Voyage astron. et geogr. dans l'état de l'église 1770.

e) Gradus Taurinensis 1774.

f u. g) Dimensio graduum viennens. et hungarici 1770.

h) Degrès du Mer. entre Paris et Amiens par Mr. de Maup. 1740.

i) Maupertuis figure de la Terre.

die Fehler in den ... ungen sind die
seyn können. Da ... durch die Hrn. Meck
(Berlin. Astr. ... wovon man in des Frey
man die E... Geogr. Ephemeriden.
Körper, ... Corresp. die weitern Nachri
Umbre... Man hat mit dieser Messung auch noch
... Inseln verbunden, wodurch diese g
... über 13 Grade in sich fasset. (
Gradmessung ... geschichtliche Darstellung derselben s. m
... der Monathlichen Correspondenz des Fr
v. Zach XXIII. B. S. 229 ꝛc. Von an
neuen Gradmessungen in Lappland und Engel
ebendas. S. 239. Die Resultate derselben g
für die Abplattung der Erde einen Bruch, wel
zwischen $\frac{1}{300}$ und $\frac{1}{340}$ fällt, welcher um ein
trächtliches von dem gewöhnlichen $\frac{1}{186}$, welchen
ältern Gradmessungen gegeben haben, abwei
M. s. unten (12).

8. Hr. Prof. Klügel [k]) hat gesucht,
Formel anzugeben, welche mit der kleinsten m
lichen Abweichung die berechneten Grade so gi
wie sie nach der unmittelbaren Messung (7) ge
ben worden. Die Formel ist folgende

$G = 57100 - 460 \cos. 2\beta + 97 \cos. 4\beta + 8 \cos$

statt deren auch folgende

G

k) Astronomisches Jahrb. 1787. u. 1788.

wäre ein Grad auf einem größten Kreise
Kugel = 57107,5 Toisen, also die geogra

Meile = $\frac{57107,5}{15}$ = 3807 Toisen.

9. Nähme man die Erde für eine
deren Grade denen des Erdäquators gleich
so würde der Werth einer Meile = $\frac{572}{15}$

3816,5 Toisen (§. 9. 12.).

10. Am besten mögte es seyn, die Klü
Bestimmung (7) zum Grunde zu legen, un
derselben die Verhältnisse anderer Meilen un
graphischen Maaße zu bestimmen.

11. Was nemlich im gemeinen Lebe
Meile genannt wird, weicht oft sehr merkli
der geographischen Meile, von der
die Rede war, ab. Man heißt letztere au
deutsche Meile, weil sie von den Nied
schen Schiffern und Geographen zuerst b
Verzeichnung und dem Gebrauche der Land
eingeführt wurde. Sie ist aber fast nirgen
deutschen Reiche gebräuchlich, indem fast in
Provinz eine andere Meile, zur größten Unb
lichkeit der Reisenden, und der Geographen
geführt ist. Die geographische Meile wird i

ge

Noch neuere Gradmessungen sind die von Dünkirchen bis Barcellona durch die Hrn. Mechain und De Lambre, wovon man in des Freyh. v. Zachs *Allgem. Geogr. Ephemeriden.* und *monathlicher Corresp.* die weitern Nachrichten findet. Man hat mit dieser Messung auch noch die Balearischen Inseln verbunden, wodurch diese grosse Gradmessung über 12 Grade in sich fasset. Eine kurze geschichtliche Darstellung derselben s. m. in der *Monathlichen Correspondenz* des Freyh. v. Zach XXIII. B. S. 229 rc. Von andern neuen Gradmessungen in Lappland und Engelland ebendas. S. 239. Die Resultate derselben geben für die Abplattung der Erde einen Bruch, welcher zwischen $\frac{1}{300}$ und $\frac{1}{340}$ fällt, welcher um ein beträchtliches von dem gewöhnlichen $\frac{1}{186}$, welchen die ältern Gradmessungen gegeben haben, abweichet. M. s. unten (12).

8. Hr. Prof. Klügel[k]) hat gesucht, eine Formel anzugeben, welche mit der kleinsten merklichen Abweichung die berechneten Grade so giebt, wie sie nach der unmittelbaren Messung (7) gefunden worden. Die Formel ist folgende

$$G = 57100 - 460 \cos. 2\beta + 97 \cos. 4\beta + 8 \cos. 6\beta$$

statt deren auch folgende

G =

k) Astronomisches Jahrb. 1787. u. 1788.

$= 56745 + 1160 \sin \beta^4 - 256 \sin \beta^6$

...ucht werden kan, wo denn G den Grad des ...dians bedeutet, dessen Mitte der geographi. Breite β entspricht.

9. Nach dieser Formel kommen nun von 5 Graden der Breite, folgende Werthe der Me...grade.

| β | G |
|---|---|
| 0 | 56745 |
| 5 | 56745 |
| 10 | 56746 |
| 15 | 56750 |
| 20 | 56760 |
| 25 | 56781 |
| 30 | 56813 |
| 35 | 56861 |
| 40 | 56925 |
| 45 | 57003 |
| 50 | 57093 |
| 55 | 57190 |
| 60 | 57289 |
| 65 | 57386 |
| 70 | 57473 |
| 75 | 57547 |
| 80 | 57603 |
| 85 | 57637 |
| 90 | 57649 |

10. Man

10. Man übersieht aus diesem Täfelchen, wie die Meridiangrade vom Aequator nach den Polen immer mehr zunehmen. Nimmt man den Unterschied zwischen dem Meridiangrade unter dem Pole = 57649 Toisen und dem unter dem Aequator = 56745 T., so ist solcher = 57649 — 56745 = 904 T. Dieser Unterschied von 904 T. beträgt ohngefähr den 60ten bis 61ten Theil des Grades unter dem Aequator, also ungefähr 1 Minute, und ist demnach in Landcharten kaum merklich.

11. Berechnet man nach der Formel (8) auch die Meridiangrade (7), welche unmittelbar gemessen worden, so zeigen sich so geringe Unterschiede zwischen Rechnung und Messung, daß für die folgenden Betrachtungen diese Fehler ganz für nichts gelten können.

12. Endlich berechnet Klügel auch den Halbmesser der Krümmung eines Meridiangrades unter dem Aequator, d. h. den Halbmesser eines Kreises, auf welchem 1 Grad übereinstimmen würde, mit einem Grade des Meridians unter dem Aequator, und findet diesen Halbmesser = 3251249 Toisen, und so auf eine ähnliche Art den Halbmesser der Krümmung für einen Meridiangrad unter dem Pole = 3303045. Ferner den Halbmesser des Aequators = 3279991, die halbe Axe der

Erde

Erde = 3262447, alles in Toisen. Also das Verhältniß des Halbmessers des Aequators zur halben Axe der Erde = 3279991 : 3262447 = 187 : 186. Mithin die Abplattung = $\frac{1}{187}$.

Die Größe eines Grades auf dem Aequator findet er = 57247 T.

13. In der Formel (8) nennt Klügel die Zahl 57100 den mittlern Grad der Breite. Ihm würde ein Krümmungshalbmesser = 3271589 entsprechen.

14. Die Größe eines Grades auf dem von Klügel sogenannten mittlern Umfange der Erde (6) ist das arithmetische Mittel zwischen dem mittlern Meridiangrade 57100 (13) und einem Grade des Aequators (12).

## §. 10.

### Tafel für die Grade auf den Parallelkreisen, je nachdem man die Erde für eine Kugel, oder für ein elliptisches Sphäroid annimmt.

1. Es sey APDQ Fig. 1. ein Meridian auf dem elliptischen Erdsphäroid, P und Q die beyden Pole. AD der Durchmesser des Aequators, also A und D ein paar Punkte im Aequator und PQ die Erdaxe. M ein beliebiger Punkt auf dem Meridiane, und MN senkrecht auf PQ, so ist MN

Formel besteht aus zwey Theilen, wovon jeder für sich durch Logarithmen zu berechnen ist.

Uebrigens ist noch zu bemerken, daß wenn in der Formel (4) Bogen oder Winkel vorkommen, welche über 90° sind, ihre Cosinusse negativ zu nehmen sind, nach den Regeln, wie solches die Trigonometrie, die ich als bekannt voraussetzen muß, besiehlt.

## I. Exempel.

A bedeutet Paris, B Stokholm.

So ist aus der Tafel (§. 7.)

$a = 90^\circ - 48^\circ.50'.14'' = 41^\circ.\ 9'.46''$

$b = 90 - 59.\ 20.\ 31. = 30.\ 39.\ 29$

Der Unterschied beyder Längen

$\lambda = 35^\circ.44'.15'' - 20 = 15.\ 44.\ 15$

So ist $\log \cos a = 9{,}8767061 - 10$

$\log \cos b = 9{,}9346124 - 10$

Summe $= 0{,}8113185 - 1$

Hierzu gehört die Zahl $0{,}64761 = \cos a \cos b$

Ferner $\log \sin a = 9{,}8183557 - 10$

$\log \sin b = 9{,}7074962 - 10$

$\log \cos \lambda = 9{,}9834072 - 10$

Summe $= 0{,}5092591 - 1$

Hier-

Hierzu gehört die Zahl 0,32304 = $\sin a \sin b \cos \lambda$.

Hierzu addirt 0,64761

giebt $\cos c$ = 0,97065 für den Halbmesser 1, woraus denn aus den Sinustafeln $c = 13°.55'$ gefunden wird. Dies nach (14. I. Ex.) in Meilen verwandelt, giebt für den Abstand Stokholms von Paris 208,75 Meilen.

## II. Exempel.

A sey wieder Paris, B aber in der südlichen Halbkugel Batavia, so ist, weil die geographische Breite von Batavia südlich = $6°.9'.15''$ ist.

$$b = 90° + 6°.9'.15'' = 96°.9'.15''.$$

Ferner

$$\lambda = 124°.33'.40'' - 20° = 104°.33'.40''.$$

wo ich die Secunden weglassen, und der Kürze wegen, $b = 96°.9'$ und $\lambda = 104°.34'$ setzen will. Der Werth von $a$ bleibt wie im vorhergehenden Beispiele. Man hat demnach erstlich $\sin b = \sin(180° - 96°.9') = \sin 83°.51'$ und $\cos b = -\sin 6°.9'$ negativ, weil $b > 90°$. Eben so $\cos\lambda = \cos 104°.34' = \cos(90° + 14°.34') = -\sin 14°.34'$. gleichfalls negativ.

Demnach

$$\cos c = -\cos 41°.9'.45''.\sin 6°.9'$$
$$-\sin 41°.9'.45''.\sin 83°.51'.\sin 14°.34'$$

Es

| ...nd ...n ...tor. | γ in Meilen, und Meilentheilchen der Grade. | β. Abstand vom Aequator. | γ Meile... Meile... chen der... |
|---|---|---|---|
| Gr. | 15 Meil. | | |
| | 14,999 | 45½ | 10,[illegible] |
| | 14,998 | 46 | 10,[illegible] |
| | 14,994 | 46½ | 10,[illegible] |
| | 14,990 | 47 | |
| | 14,986 | 47½ | 10[illegible] |
| | 14,979 | 48 | |
| | 14,972 | 48½ | 9,[illegible] |
| | 14,963 | 49 | |
| | 14,954 | 49½ | 9,[illegible] |
| | 14,944 | 50 | 9,642 |
| | 14,931 | 50½ | 9,541 |
| | 14,918 | 51 | 9,440 |
| | 14,904 | 51½ | 9,338 |
| | 14,888 | 52 | 9,234 |
| | 14,871 | 52½ | 9,131 |
| | 14,853 | 53 | 9,027 |
| | 14,835 | 53½ | 8,922 |
| | 14,815 | 54 | 8,817 |
| | 14,794 | 54½ | 8,699 |
| | 14,771 | 55 | 8,604 |
| | 14,748 | 55½ | 8,496 |
| | 14,724 | 56 | 8,388 |

| [illegible] | γ in Meilen, und Meilentheilchen der Grade. | β Abstand vom Aequator. | γ, in Meilen, und Meilentheilchen der Grade. |
|---|---|---|---|
| [illegible] | 14,698 | 56½ | 8,279 |
| [illegible] | 14,672 | 57 | 8,169 |
| [illegible] | 14,644 | 57½ | 8,059 |
| [illegible] | 14,615 | 58 | 7,949 |
| [illegible] | 14,585 | 58½ | 7,837 |
| [illegible] | 14,554 | 59 | 7,726 |
| [illegible] | 14,522 | 59½ | 7,613 |
| [illegible] | 14,488 | 60 | 7,500 |
| [illegible] | 14,454 | 60½ | 7,386 |
| 16 | 14,418 | 61 | 7,272 |
| 16½ | 14,382 | 61½ | 7,157 |
| 17 | 14,344 | 62 | 7,042 |
| 17½ | 14,305 | 62½ | 6,925 |
| 18 | 14,265 | 63 | 6,810 |
| 18½ | 14,224 | 63½ | 6,693 |
| 19 | 14,182 | 64 | 6,575 |
| 19½ | 14,139 | 64½ | 6,458 |
| 20 | 14,095 | 65 | 6,339 |
| 20½ | 14,050 | 65½ | 6,220 |
| 21 | 14,003 | 66 | 6,101 |
| 21½ | 13,956 | 66½ | 5,981 |
| 22 | 13,907 | 67 | 5,861 |
| 22½ | 13,858 | 67½ | 5,740 |

β

| γ in Meilen, und Meilentheilchen der Grade. | β Abstand vom Aequator. | γ in Meilen, und Meilentheilchen der Grade. |
|---|---|---|
| 13,807 | 68 | 5,619 |
| 13,755 | 68½ | 5,497 |
| 13,703 | 69 | 5,375 |
| 13,649 | 69½ | 5,253 |
| 13,605 | 70 | 5,130 |
| 13,538 | 70½ | 5,007 |
| 13,482 | 71 | 4,884 |
| 13,424 | 71½ | 4,759 |
| 13,365 | 72 | 4,636 |
| 13,305 | 72½ | 4,522 |
| 13,244 | 73 | 4,385 |
| 13,182 | 73½ | 4,260 |
| 13,119 | 74 | 4,134 |
| 13,055 | 74½ | 4,008 |
| 12,990 | 75 | 3,882 |
| 12,924 | 75½ | 3,756 |
| 12,857 | 76 | 3,629 |
| 12,789 | 76½ | 3,502 |
| 12,721 | 77 | 3,374 |
| 12,651 | 77½ | 3,247 |
| 12,580 | 78 | 3,119 |
| 12,508 | 78½ | 2,990 |
| 12,430 | 79 | 2,862 |

β

| [illegible] | γ in Meilen, und Meilentheilchen der Grade. | β Abstand vom Aequator. | γ in Meilen, und Meilentheilchen der Grade. |
|---|---|---|---|
| [illegible] | 12,362 | 79½ | 2,733 |
| [illegible] | 12,287 | 80 | 2,605 |
| [illegible] | 12,212 | 80½ | 2,476 |
| [illegible] | 12,135 | 81 | 2,346 |
| [illegible] | [illegible] | 81½ | 2,217 |
| [illegible] | [illegible] | 82 | 2,088 |
| [illegible] | ,900 | 82½ | 1,958 |
| [illegible] | 11,820 | 83 | 1,828 |
| [illegible] | 11,739 | 83½ | 1,698 |
| 39 | 11,657 | 84 | 1,568 |
| 39½ | 11,574 | 84½ | 1,438 |
| 40 | 11,491 | 85 | 1,307 |
| 40½ | 11,406 | 85½ | 1,177 |
| 41 | 11,321 | 86 | 1,046 |
| 41½ | 11,234 | 86½ | 0,916 |
| 42 | 11,147 | 87 | 0,785 |
| 42½ | 11,059 | 87½ | 0,654 |
| 43 | 11,970 | 88 | 0,523 |
| 43½ | 10,881 | 88½ | 0,393 |
| 44 | 10,790 | 89 | 0,262 |
| 44½ | 10,699 | 89½ | 0,131 |
| 45 | 10,607 | 90 | 0 |

§. 13

10. Man sieht hieraus, daß diese Sehne z
ie dritte Seite eines geradlinigten Dreyecks seyn
würde, dessen beyde andere Seiten die Werthe x
und y wären, und der eingeschlossene Winkel = λ.

11. Um demnach diese Sehne zu finden, so
zeichne man auf dem Papiere jenen Triangel nach
einem 1000theiligten Maaßstabe, so ist die dritte
Seite dieses Triangels nach eben dem Maaßstabe
die Sehne des Bogens AB, welche halbirt, des
Bogens Sinus giebt, den man in den Tabellen für
den Halbmesser 1000 aufschlagen, und solcherge-
stalt den Bogen AB finden kann.

12. Es kommt jetzt nur darauf an, auch die
Werthe von x und y, als die beyden Seiten jenes
Triangels, welche den Winkel λ einschliessen (10),
durch eine leichte Construction zu erhalten. Dazu
dient nun folgendes.

13. Es ist in dem rechtwinklichten Dreyecke
Qpa, der Winkel bey Q, nemlich pQa = $\frac{1}{2}$ a,
weil er als ein Winkel am Umkreise PAQ, zu sei-
nem Maaße den halben Bogen PA, oder den hal-
ben Abstand des Orts A vom Pole P hat, welcher
Bogen PA oben §. 14. III. F. = a genannt
worden ist.

14. Eben so ist auch in dem rechtwinklich-
ten Dreiecke pQb, der Winkel pQb = $\frac{1}{2}$ b,
wenn

Ferner log 46926 = 4,6714135
log 3811,6 = 3,5811073
log y = 1,0903062
also y = 12,311 Meilen.

[illegible] Auf der Erde als eine Kugel wie (§. 10. 17.) [illegible], würde x = 15 Meilen, und y = [illegible] (§. [illegible] 2.) seyn müssen. Die Unter- [illegible] von den ([illegible]enen Werthen sind für [illegible]en [illegible]t in den gewöhnlichsten Fäl- [illegible]be

## §. 14.

## Bestimmung des Abstandes der Oerter auf der Erde in Meilen.

1. Auch diese Frage kann dem Geographen sehr oft vorkommen, daher ich ihre Auflösung hier beybringen muß.

2. Unter dem Abstande zweyer Oerter auf der Erde (als Kugel betrachtet), versteht man den Bogen eines größten Kreises, den man sich durch beyde Oerter gedenken muß. Hier lassen sich nun unterschiedene Fälle betrachten.

Erster Fall. Wenn zwey Oerter einerley geographische Länge haben, und folglich auch in einerley Mittagskreise liegen, aber der geographischen

reite nach, von einander unterschieden
nd.

Aufl. Hier braucht man nur die Differenz, oder die Summe ihrer geographischen Breiten, je nachdem beyde Oerter nemlich auf einerlei, oder verschiedenen Seiten des Aequators liegen, zu nehmen, sie durch Grade und Decimal-Theile von Graden auszudrücken und mit 15 zu multipliciren, so hat man den verlangten Abstand in Meilen. Es verursacht keinen merklichen Fehler, wenn auch beyde Oerter nicht ganz genau in einerley Mittagskreise lägen.

I. Exempel. Nach der obigen Tafel (§. 7) liegen Leipzig und Koppenhagen ohngefähr in einerley Mittagskreise, indem der Unterschied der geographischen Längen nur ohngefähr 13 Minuten beträgt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Die Breite von Leipzig ist | 51°. | 20′. | 24″ |
| Koppenhagen | 55. | 41. | 4 |
| Unterschied | 4. | 20. | 40 |

Dieses beträgt in Graden und Decimaltheilen von Graden 4,344 Grad. Also der Abstand beyder Oerter = 4,344 mahl 15 = 65,16 Meilen.

Man kann indessen auch so rechnen
1 Grad = 15 Meilen

 1 Min.

1 Min. = $\frac{1}{4}$ Meile = 0,25 M.
1 Sec. = $\frac{1}{240}$ Meile = 0,0042 M.

Also

4° = 4. 15 = 60 Meilen
20′ = 20. 0,25 = 5,00
40″ = 40. 0,0042 = 0,16

Also 4°. 20′. 40″ = 65,16 Meilen
wie vorhin gefunden worden.

II. Exempel. Das Vorgebürge der guten Hofnung hat mit Danzig beynahe einerley Länge.

Die Breite von Danzig ist aber = 54°. 20′. 48″ nördl.
vom Vorgebürge = 33. 55 15 südl.
also der Abstand beyder Oerter = 88. 16. 3

Nun sind 88° = 88. 15 = 1320 Meilen
16′ = 16. 0,25 = 4 . .
3″ = 3. 0,0042 = 0 0 .
Summe = 1324,0 M.

für die Entfernung des Vorgebürgs der guten Hofnung von Danzig.

Zweyter Fall. Wenn die Oerter im Aequator liegen, also einerley (oder auch beynahe einerley) Breite haben.

Aufl. Man ziehe die geographischen Längen beyder Oerter von einander ab, und verwandle den Unterschied in Meilen, wie in den vorhergehenden Beyspielen geschehen.

Anm

Anm. Es kann sich ereignen, daß der Unterschied dieser Längen größer als 180° wird. In diesem Falle nimmt man die Ergänzung zu 360°, weil, wenn zwey Oerter auf einem größten Kreise liegen, man unter ihrem Abstande allemahl den kleinsten Bogen des größten Kreises zwischen ihnen, versteht.

Dritter Fall. Wenn die Oerter weder in dem Aequator, noch in einerley Mittagskreise liegen.

Aufl. In diesem Falle muß man zur sphärischen Trigonometrie seine Zuflucht nehmen, und den Bogen, der den Abstand beyder Oerter mißt, durch Rechnung bestimmen.

1. Es sey demnach (Fig. II.) P der Pol, PAC der Meridian des einen Ortes A, und PBD der des andern B.

2. Beyde Meridiane schneiden auf dem Aequator CL, einen Bogen CD, den Unterschied der Mittagskreise, oder der Längen beyder Oerter ab, und dieser Bogen CD ist das Maaß des sphärischen Winkels CPB, oder der Neigung beyder Mittagskreise gegen einander. Es heiße CPB = A.

3. Der Bogen PA, also der Abstand des Orts A vom Pole P, mithin die Ergänzung der geographischen Breite CA des Orts A, zu 90°,

heisse

heisse a, und eben so PB = b, so hat man i
sphärischen Dreyecke APB, worin AB der
eines durch A und B gehenden größten Kr
den Abstand beyder Oerter mißt, zwey
PA = a, PB = b, und den eingeschlossenen
kel APB = λ, woraus sich denn AB = c
Rechnung finden läßt.

4. Die Formel dazu ist nach Kästners
gonometrie, oder auch nach den trigonomet
Formeln im 2ten Theile meiner praktischen G
trie (Tr. S. LIII, 2.) folgende

$$\cos AB = \cos AP . \cos BP + \sin AP . \sin PB . \cos$$

oder

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin c \cos \lambda .$$

5. In dieser Formel sind alle trigono
schen Linien für den Sinus totus = 1 zu neh
d. h. man muß von jeder, die man in den
aufschlägt, von der rechten Hand gegen die
7 Decimalstellen abschneiden (Tr. S. I.),
man mit den Linien selbst rechnen will. Da
dieses sehr beschwerlich seyn würde, so bedient
sich der Logarithmen, da denn, wie bekannt,
jedem Logarithmen einer trigonometrischen
allemahl 10 ganze Einheiten abgezogen w
müssen, um den Logarithmen derselben für de
nus totus 1 zu erhalten (Tr. S. II.). Die gesu

ien sind, nach den Regeln, wie solches die
onometrie, die ich als bekannt voraussetzen
, befiehlt.

## I. Exempel.

A bedeutet Paris, B Stokholm.

st aus der Tafel (§. 7.)

$= 90^\circ - 48^\circ.50'.14'' = 41^\circ.\ 9'.46''$

$= 90 - 59.\ 20.\ 31. = 30.\ 39.\ 29$

Unterschied beyder Längen

$= 35^\circ.44'.15'' - 20 = 15.\ 44.\ 15$

ist $\log \cos a = 9{,}8767061 - 10$
$\log \cos b = 9{,}9346124 - 10$
Summe $= 0{,}8113185 - 1$

zu gehört die Zahl $0{,}64761 = \cos a \cos b$

zu gehört die Zahl 0,32304 = $\sin a \sin b \cos \lambda$.
Hierzu addirt 0,64761

giebt $\cos c = 0{,}97065$ für den Halbmesser 1, woraus denn aus den Sinustafeln $c = 13^\circ.\ 55'$ gefunden wird. Dies nach (14. I. Ex.) in Meilen verwandelt, giebt für den Abstand Stokholms von Paris 208,75 Meilen.

## II. Exempel.

A sey i … is, B aber in der süd- … so ist, weil die geographisch… südlich $= 6^\circ.\ 9'.\ 15''$ ist.

$$b = 90^\circ + 6^\circ.\ 9'.\ 15'' = 96^\circ.\ 9'.\ 15''.$$

Ferner

$$\lambda = 124^\circ.\ 33'.\ 40'' - 20^\circ = 104^\circ.\ 33'.\ 40''.$$

wo ich die Secunden weglassen, und der Kürze wegen, $b = 96^\circ.\ 9'$ und $\lambda = 104^\circ.\ 34'$ setzen will. Der Werth von a bleibt wie im vorhergehenden Beispiele. Man hat demnach erstlich $\sin b = \sin(180^\circ - 96^\circ.\ 9') = \sin 83^\circ.\ 51'$ und $\cos b = -\sin 6^\circ.\ 9'$ negativ, weil $b > 90^\circ$. Eben so $\cos \lambda = \cos 104^\circ.\ 34' = \cos(90^\circ + 14^\circ.\ 34') = -\sin 14^\circ.\ 34'$. gleichfalls negativ.

Demnach

$$\cos c = -\cos 41^\circ.\ 9'.\ 45''.\ \sin 6^\circ.\ 9'$$
$$-\sin 41^\circ.\ 9'.\ 45''.\ \sin 83^\circ.\ 51'.\ \sin 14^\circ.\ 34'$$

Es

Es sind also jetzt beyde Theile, woraus der cos c besteht, negativ. Die Rechnung giebt für den ersten Theil

$l \cos 41^{\circ}.9'.45'' = 9,8767061 - 10$
$l \sin 6.9 = 9,0299182 - 10$
Summe $= 0,9066243 - 2$

wozu die Zahl 0,08065 gehört.

Ferner

$l \sin 41^{\circ}.9'.45'' = 9,8183557 - 10$
$l \sin 83.51 = 9,9974933 - 10$
$l \sin 14.34 = 9,4005489 - 10$
Summe $= 0,2163979 - 1$

wozu die Zahl 0,16459 gehört.

Also $\cos c = -0,16459 - 0,08065$
$= -0,24524$

Da dieser Werth negativ ist, so zeigt dieses an, daß c über 90° ist. Man suche also einen Bogen, dessen Sinus die für cos c gefundene Größe, bejaht genommen, ist, und addire diesen Bogen zu 90°, so hat man c, oder den Abstand beyder Oerter, welchen man hierauf in Meilen verwandeln kann.

Nun ist ein Bogen, dessen Sinus $= 0,24524$ ist $= 14^{\circ}.11'$ zunächst, also

$c = 90^{\circ} + 14^{\circ}.11' = 104^{\circ}.11'$

Dem-

Demnach in Meilen

c = 1562¾ Meilen.

Diese Beispiele werden hinlänglich zeigen, wie in andern Fällen die Rechnung zu führen ist.

Wenn übrigens λ in der Formel grösser seyn sollte als 180°, so nimmt man die Ergänzung zu 360°, wie in (II. Fall Anm.)

§. 15.

Ein leichtes Verfahren, den Abstand zweyer Oerter A und B (Fig. III.), oder den Bogen AB eines größten Kreises zwischen A und B, durch Construction zu finden.

1. Wenn (Fig. III.) P und Q die beyden Pole, und WR den Aequator vorstellt, welcher die Meridianbogen PAQ, PBQ der beyden Oerter A und B, in m und n schneidet, so ist der Bogen mn erstlich dem Unterschiede der erwähnten Mittagskreise gleich, und das Maaß des Winkels mpn, welchen die beyden in der Ebene des Aequators nach m und n hingezogenen Halbmesser pn, pm, am Mittelpunkte p der Erde mit einander machen, also mpn = λ.

2. Von

2. Von dem Pole Q ziehe man nach A und die Linien QA, QB, welche die Halbmesser n, pn in a und b durchschneiden.

3. Zieht man nun auch ab, so hat man in m Dreyecke apb, aus den beyden Seiten pa, b, und dem eingeschlossenen Winkel apb = λ, ich den Regeln der ebenen Trigonometrie (Tr. .XVII.) erstlich

$$pa^2 + pb^2 - 2\ pa.\ pb.\ \cos\lambda = ab^2$$

4. Nun ist aber, wenn man PA als Sehne es Bogens PA zieht, der Winkel PAQ in dem albkreise PAmQ = 90°.

5. Da nun auch Qpa = 90°, weil PQ auf er Ebene des Aequators senkrecht steht, so sind egen des gemeinschaftlichen Winkels PQA, beyde dreyecke Qpa, QPA einander ähnlich, mithin

$$QP : Qa = QA : Qp$$

der

$$Qp\ .\ QP = Qa\ .\ QA.$$

6. Eben so wird denn auch für den Ort B

$$Qp\ .\ QP = Qb\ .\ QB.$$

7. Demnach (5. 6.)

$$Qa\ .\ QA = Qb\ .\ QB$$

der

$$Qa : Qb = QB : QA.$$

8. Folg-

8. Folglich sind in den geradlinigten
ecken Qab, QAB, wo in dem letztern die
Linie AB die Sehne des Abstandes der beyde
ter, oder des Bogens AB ist, die Seiten,
den gemeinschaftlichen Winkel AQB einsch
einander proportional; demnach beyde Dreye
ander ähnlich, und daher auch

$$QB : AB = Qa : ab$$

oder

$$ab = \frac{Qa}{QB} . AB.$$

9. Diesen Werth für ab setze man
Gleichung (3) und multiplicire sie alsda
beyden Seiten mit $\frac{QB^2}{Qa^2}$; so kömmt, wen
der Kürze halber

$$\frac{QP . pa}{Qa} = x$$

$$\frac{QB . pb}{Qa} = y$$

$$AB = z$$

setzt, statt jener Gleichung folgende zum Vors

$$x^2 + y^2 - 2 xy \cos \lambda = z^2$$

wo denn z die Sehne des Abstandes der l
Oerter A und B, für den Halbmesser A
Bp bedeutet.

10.

1. Um demnach diese Sehne zu finden, so
man auf dem Papiere jenen Triangel nach
000theiligten Maaßstabe, so ist die dritte
ieses Triangels nach eben dem Maaßstabe
ne des Bogens AB, welche halbirt, des
Sinus giebt, den man in den Tabellen für
lbmesser 1000 aufschlagen, und solcherge-
 Bogen AB finden kann.

2. Es kommt jetzt nur darauf an, auch die
von x und y, als die beyden Seiten jenes
ls, welche den Winkel λ einschliessen (10),
ine leichte Construction zu erhalten. Dazu
m folgendes.

3. Es ist in dem rechtwinklichten Dreyecke
der Winkel bey Q, nemlich $pQa = \frac{1}{2} a$,
als ein Winkel am Umkreise PAQ, zu sei-

wenn der Bogen PB, worauf er steht,
oben $= b$.

15. Weil nun die rechten Winkel in den b
den Dreyecken (13. 14.) sich am Mittelpunkte
befinden, so hat man, wenn man den Halbme
$Qp = Ap = pm = 1$ nennt, in dem Dreye
Qpa

$$pa = \tang pQa = \tang \tfrac{1}{2} a \ (13)$$

oder auch

$$pa = \frac{\sin \frac{1}{2} a}{\cos \frac{1}{2} a}$$

und $Qa = \sec pQa = \dfrac{1}{\cos \frac{1}{2} a}$

Eben so in dem rechtwinklichten Dreyecke Qpb

$$pb = \frac{\sin \frac{1}{2} b}{\cos \frac{1}{2} b}$$

16. Ferner weil der Triangel PQB, bei
rechtwinklicht ist, wie oben der PAQ (4),
hat man

$$QB = QP \cos PQB = 2\, Qp. \cos \tfrac{1}{2} b$$

oder wegen $Qp = 1$ (15)

$$QB = 2 \cos \tfrac{1}{2} b.$$

17. Diese Werthe für pa, pb, QB, subst
tuire man in die obigen Gleichungen (9), so kömmt
$x = 2 \sin \frac{1}{2} a \cos \frac{1}{2} b = \sin \frac{1}{2}(a+b) + \sin \frac{1}{2}(a-b$

un

## Regel.

Wenn man die Sehne des Abstandes AB
r Oerter A und B, deren Unterschied der
gskreise = λ, und Weiten vom Pole = a,
= b sind, finden will, so zeichne man (Fig.
einen Winkel IKL, gleich dem erwähnten
chiede der Mittagskreise, und trage auf dessen
Schenkel IK, nach einem tausendtheiligten
stabe, die Summe von den Sinussen der
Summe und der halben Differenz der Wei-
r beyden Oerter vom Pole, also den Werth
in (17) aus K in A, und eben so auf den
Schenkel KL die Differenz jener beyden
e, also den Werth von y aus K in B, so
Dreyeck ABK das (10) erwähnte, dem-
ie dritte Seite AB oder z = der Sehne des

§. 16.

Anmerkung I. Hat man statt eines tausendtheiligten Maaßstabes, einen würklichen Sehnen-Maaßstab, auf dem man alle Sehnen von 0 bis 180°, nach Art des geradlinigten Transporteurs, abfassen kann, so läßt sich auch ohne Beyhülfe der Sinustafeln, die Sehne z des Bogens AB finden.

Man trage auf den einen Schenkel des gezeichneten Winkels λ, die Summe der Sehnen von a + b und a — b (also nicht wie vorhin, die Summe der Sinusse von $\frac{1}{2}$ (a+b) und $\frac{1}{2}$ (a — b), sondern das Doppelte dieser Sinusse, mithin die erwähnten Sehnen) und auf den andern die Differenz dieser Sehnen, so ist alsdann die dritte Seite des sich ergebenden Triangels die doppelte Sehne von dem gesuchten Abstande der beyden Oerter A und B, welche man demnach nur halbiren, und auf den Sehnen-Maaßstab tragen darf, um die Größe des Abstandes beyder Oerter, als den Werth von c, in Graden und noch kleinern Theilen zu erfahren.

Anmerk. II. Wenn man sich auf diese Art eines nicht allzu kleinen Sehnen-Maaßstabes bedient, so kann man in den meisten Fällen, den Abstand der beyden Oerter, innerhalb einer Genauigkeit

kei

richtige Entfernung der Spitze x von u leichter, als im erstern.

VI. Da es beym Landchartenzeichnen vorkömmt, Kreisbögen von beträchtlich großen Halbmessern zu ziehen, so ist es vortheilhaft, wenn sich die Stangen der eben beschriebenen Stangenzirkel, verlängern lassen, um erforderlichen Falles Kreisbögen, von 6 bis 8 Schuhen im Halbmesser, ziehen zu können. Man kann also die Stange aus mehreren einzelnen Stücken zusammensetzen, die mit ihren Enden entweder an einander geschraubt, oder auf eine andere Art verbunden werden, wie ohngefähr bey C (Fig. VI.) zu ersehen ist: q, l sind Schrauben, wodurch die Enden zweyer solcher Stangen, wie B und C, mit einander verbunden sind. Am besten mögte es seyn, die einzelnen Stücke an einander zu schrauben, so daß man einen langen oder kurzen Stangenzirkel machen kann, je nachdem man es zum Gebrauche nöthig findet.

VII. Soll ein Kreisbogen, z. E. mit einem Halbmesser von mehreren Schuhen, auf einem Reisbrette beschrieben werden, so würde der Mittelpunkt desselben ausserhalb des Reisbrettes fallen. Man muß also auch auf eine Verlängerung des Reisbrettes bedacht seyn, um die eine Spitze des

Stan-

dian durch B, vorstellt, ohne merklichen Irrth
den sphärischen Triangel ABC als geradlinigt
sehen, in welchem bey C ein rechter Winkel
Verwandelt man nun den Unterschied des Abstan
beyder Oerter vom Pole P, also den Bogen
des Meridians, in Meilen, jeden Grad zu 15 M
len gerechnet, und sucht aus der Tafel (§. 12.
die Anzahl der Meilen, welche auf dem Para
AC so viel Graden entsprechen würden, als
Unterschied der Längen beyder Oerter A und
groß ist, (weil allemahl jeder Bogen eines Pa
lels, zwischen zwey Meridianen, so viel Gr
faßt, als der Unterschied der Längen beträgt) so
man in dem rechtwinklichten Dreyecke ACB,
Hypothenuse AB, also den Abstand der bey
Oerter $= \sqrt{(AC^2 + BC^2)}$.

2. Findet sich des Orts A geographische Br
nicht genau in der Tafel, um den Bogen AC
Parallels sogleich in Meilen verwandeln zu könn
so verfährt man folgendermaaßen.

3. Es sey BC, oder der Unterschied des
standes beyder Oerter vom Pole P, $= \mu$ M
diangraden; so ist erstlich BC $= \mu$. 15 Meilen

Der Unterschied der Mittagskreise, oder
Winkel APB am Pole, sey $= \lambda$ Grade, und
Orts A Abstand vom Pole $= a$, so ist ein G

PA und PB beträgt, so ist der Werth des
s AC $= 15 . \gamma . \sin a$ Meilen

Demnach (1)

$= \surd (15^2 \mu^2 + 15^2 \lambda^2 \sin a^2)$

$= 15 . \surd (\mu^2 + \lambda^2 \sin a^2)$

4. Um zu sehen, wie viel z. E. der Fehler
n Abstande der beyden Oerter A und B be-
kann, wenn man das sphärische Dreyeck
für ein geradliniges nimmt, und AB nach
erechnet, so will ich z. B. $\mu = \lambda = 5$ Grad
so wird nach (3) erstlich AB $= 15 . \mu \surd$
$\sin a^2$). Wäre nun die Breite von A z. E
°, also $a = 60°$, so wird $\sin a = \cos 30°$.
in $30° = \frac{1}{2}$ für den Sinus totus 1, also
$0° = \surd (1 - \frac{1}{4}) = \surd \frac{3}{4}$. und also
$= \frac{3}{4}$, mithin

wo dorten für den gegenwärtigen Fall $\lambda =$ a $= 60°$, b $= 60° + 5° = 65°$ gesetzt w muß, so findet sich der Bogen AB $= 6°$ Also in Meilen 100,25; welches von dem gefundenen Werthe nur um ohngefähr 1 M also etwa um den 100ten Theil der g Entfernung AB verschieden ist. Woraus folgt, daß wenn ein Land sich nicht über 5 Grad in der Länge und Breite erstreckt, auch, daß wenn innerhalb eines Raumes auf Charte, der nicht über so viel Grade der und Breite faßt, Distanzen bestimmt werde len, es ohne erheblichen Fehler verstattet diese Distanzen als gerade Linien zu betrac und nach den Regeln der ebenen Trigonon zu berechnen, oder auch durch Construction zu den. Der Fehler beträgt so wenig, daß, da hin gewöhnlich die Längen und Breiten der ter nicht ganz genau bestimmt sind, derselbe beyseite gesetzt werden kann. Unterweilen is Entwerfungsart der Charte so beschaffen, man die Distanzen der Oerter auf ihr, unm bar, oder doch durch eine leichte Construc die sich auf die Formel (3) gründet, ab kann, welches unten mit mehrerem erläutert den wird.

6.

die Spitze des Winkels den verlangten Bogen MABN über der Sehne MN beschreiben.

2. Dieser Bogen wird flächer oder erhabener, d. h. er gehört zu einem Kreise von einem größern oder kleinern Halbmesser, je nachdem man den Winkel MAN stumpfer oder spitziger nimmt.

3. Um überhaupt zu sehen, wie der Halbmesser RM des zu beschreibenden Bogens, der Winkel MAN, und die Sehne MN von einander abhängen, so gedenke man sich aus dem Mittelpunkte R auf die Sehne MN ein Perpendikel RTK, so halbirt solches den Bogen MKN bey K, und die Sehne MN bey T, und man hat in dem rechtwinklichten Dreyecke MRT, den Winkel MRT $= \frac{1}{2}$ MRN $=$ dem Winkel MLN am Umkreise $= 180° -$ MAN (weil MAN + MLN $= 180°$ (Käſtn. Geom. 22 Satz 9ter Zus.) und folglich MN $= 2$ MR sin MRT $= 2.$ MR sin MAN. Also

$$\text{RM} = \frac{\text{MN}}{2 \sin \text{MAN}}.$$

Je mehr sich also der Winkel MAN einem rechten nähert, desto kleiner wird der Halbmesser des zu beschreibenden Kreisbogens MABN. Für MAN $= 90°$ wird RM $= \frac{1}{2}$ MN, d. h. der

8. Um das Ausziehen der Quadratwurzel da-bey zu ersparen, kann man auch so verfahren

Weil auch $BA = 15\mu . \sqrt{(1 + \frac{\lambda^2}{\mu^2} \sin (a + \frac{1}{2}\mu)^2}$

so suche man einen Winkel $= \psi$, dessen Tangent $= \frac{\lambda \sin (a + \frac{1}{2}\mu)}{\mu}$, so ist

$BA = 15\mu . \sqrt{(1 + \tan\psi^2)} = 15 . \mu \sec\psi$

Welches sich alles sehr leicht durch Logarithmen rechnen läßt.

9. Will man BA durch Zeichnung finden, so mache man einen geradlinigten rechtwinklichten Triangel, dessen einer Cathete $= 15\mu$ ist, d. h. = dem Bogen BC = $\mu$ in Meilen ausgedrückt, der andere aber gleich dem Bogen eines Parallelkreises (in Meilen ausgedrückt), dessen Abstand vom Pole das oben (6) erwähnte arithmetische Mittel ist, so wird die Hypothenuse dieses Dreyecks die verlangte Weite der beyden Oerter A und B geben.

Anwendungen dieser Sätze beym Landcharten-zeichnen werden unten vorkommen.

§. 18.

... auf die Kupferplatten selbst gezeichnet, ...hl letzteres etwas mehr Aufmerksamkeit erfor... und voraussetzt, daß der Kupferstecher unter ...eständigen Aufsicht des Geographen arbeite, ... selbst die zum Landchartenzeichnen nöthigen ...tnisse habe. Da dies aber selten der Fall ist, ...rden die Charten gewöhnlich erst zu Papiere ...ht, und von diesem auf die Kupferplatten ...agen.

Hierzu sind nun Werkzeuge nöthig, die hier ... Kürze beygebracht werden sollen.

I. Zum Ziehen gerader Linien, muß ...mit mehreren kleinen und großen, sehr genau ...eiteten Linialen, von guten und dauerhaften ..., z. E. Büchen- oder Ebenholze, versehen ... Von Messing und polirten Stahle ist es

genen kann man 1000theiligte Maaßstäbe von unterschiedener Größe verzeichnen.

Die Lineale zu prüfen, findet man Vorschriften in Büchern, welche von der practischen Geometrie handeln. Z. E. im 62ten §. meiner practischen Geometrie. Ueber die Verzeichnung tausendtheiligter Maaßstäbe, und deren Gebrauch das. §. 65. XI.

II. Zum Ziehen paralleler Linien dient ein hölzernes Dreyeck von hinlänglicher Größe, welches man längst eines Lineals fortschiebt, wie im 64ten §. meiner pract. Geom. gezeigt worden. Vortheilhafter wird, zumahl auf Reisbrettern, das sogenannte Anschlag-Lineal mit einem beweglichen Kopfe gebraucht. Die Einrichtung desselben ist fast jedem Tischler bekannt. Indessen dient die Vte Figur, sich ohngefähr einen Begriff davon zu machen. Der Kopf abc dieses Linials besteht aus zwey genau auf einander passenden Brettchen, von der Gestalt, wie sie die Figur darstellt. Zwischen denselben geht das Linial m hervor, das an dem untern Brettchen festsitzt, und genau rechtwinklicht mit demselben verbunden ist. Das obere Brettchen ist um einen Zapfen n beweglich, der durch die Mitte des untern geht, und läßt sich vermittelst einer Schraube in jeder Lage, hergleichen z. E. $\alpha b \gamma$ eine abbildet, feststellen.

bey

t werden können, je nachdem die schmale
fläche ac des unteren Brettchens, oder
einem beliebigen Winkel festgestellte $\alpha\gamma$ des
s, an das Reisbrett angelegt und verschoben
Die hiebey nöthigen Vorsichten ergeben sich
m Gebrauche von selbst. Dies Linial kann
h zu Ziehung senkrechter Linien auf dem
rette gebraucht werden, wenn das Reisbrett
echtwinklich und die untere Anschlagseite ac
mit der Schärfe des Linials m einen rechten
l macht. Die Anschlagseiten ac, $\alpha\gamma$, müssen
ns wenigstens 8 bis 10 Zoll lang, und voll-
n gerade seyn.
III. Die Reisbretter müssen von guten trocke-
nden holze und aus mehreren einzelnen Stücken
ält zusammengesetzt, und mit starken Quer-

Reisbretter, auf welchen das Papier vermittelst eines Rahmens angespannt wird, taugen nichts, weil erstlich das Papier, auch wenn es, wie allemahl geschehen muß, naß aufgezogen wird, dennoch nicht straff genug aufliegt, und dann zweytens, weil die Reisbretter mit Rahmen, sich leicht werfen, und mit der Zeit ihre Figur verlieren.

Die Reisbretter gehörig rechtwinklicht zu machen, ist erforderlich, wenn sich vermittelst des Anschlag-Linials Perpendikel bequem auf Linien sollen fällen lassen, welche etwa mit einer von den Seiten des Reisbrettes parallel gezogen worden sind. Ist das Anschlag-Linial selbst genau rechtwinklicht, so wird ein kleines Nachdenken zeigen, wie sich vermittelst desselben, auch die rechtwinklichte Gestalt eines Reisbretts wird prüfen lassen.

IV. Kreise zu beschreiben, Entfernungen und Maaße abzutragen, muß man mit Zirkeln von allerley Größe versehen seyn. Dreyfüßigte können zum Kopiren u. dgl. dienen. — Dann sind zur Mappirung der Charten, Stangen-Zirkel von verschiedener Größe nöthig, insbesondere auch, um Kreisbogen auf Kupferplatten zu reissen, wozu die gewöhnlichen Zirkel zu schwach seyn würden.

...gende Einrichtung scheint noch etwas besser
...ienlicher zu seyn. AB (Fig VI.) ist eine
...echtwinklichte metallene Stange, längs der
...e Hülse m, der Cursor oder Läufer,
...ben, und wenn es nöthig ist, vermittelst
...Schraube α feststellen läßt. k, in dem
... dieser Hülse, ist das viereckigte Loch, durch
... die Stange AB geht.

...yw, ist ein gabelförmiger Fortsatz dieser
..., und n, n, sind ein paar Löcher in der
...n, durch welche dieser Fortsatz gesteckt wird.
...ne Loch p, in dem Profile dieser zweyten
... enthält die Mutter für die Stellschraube
... vermittelst deren man die Hülse n sanft zwi-
...schen längs wyv verschieben kann. μν
...Ansatz, welcher durch ein paar Schräubchen

Stangenzirkel abgebildet, den man ebenfalls
Ausübung sehr bequem finden wird. Der T
woran die eine Spitze befindlich, sitzt an den
der Stange fest, der andere Theil a aber
sich längs der Stange verschieben, ist aber
dem, um der Stellung der Spitze c, etwas
helfen zu können, noch mit einem um ein S
i beweglichen stählernen Bogen mn versehe
sich rechts und links um i drehen läßt, so d
durch die stählerne Spitze c, welche mit de
gen mn aus einem Stücke besteht, auch n
sonders der Spitze $\gamma$ etwas genähert oder
entfernt werden kann, und r ist eine geg
Bogen drückende Schraube, um die Spitze
dann in der gehörigen Entfernung von $\gamma$
erhalten.

Ich finde es vortheilhafter, eine Hülse

Entfernung der Spitze t von u leichter,
stern.

Da es beym Landchartenzeichnen vor-
Kreisbögen von beträchtlich großen Halb-
t ziehen, so ist es vortheilhaft, wenn sich
gen der eben beschriebenen Stangenzirkel,
:n lassen, um erforderlichen Falles Kreis-
on 6 bis 8 Schuhen im Halbmesser, ziehen
1. Man kann also die Stange aus mehre-
elnen Stücken zusammensetzen, die mit
den entweder an einander geschraubt, oder
andere Art verbunden werden, wie ohnge-
C (Fig. VI.) zu ersehen ist: q, l sind
en, wodurch die Enden zweyer solcher
, wie B und C, mit einander verbunden
Am besten mögte es seyn, die einzelnen
in einander zu schrauben, so daß man einen
oder kurzen Stangenzirkel machen kann, je
man es zum Gebrauche nöthig findet.

II. Soll ein Kreisbogen, z. E. mit einem
ser von mehreren Schuhen, auf einem Reis-
schrieben werden, so würde der Mittel-
esselben ausserhalb des Reisbrettes fallen.
uß also auch auf eine Verlängerung des
tes bedacht seyn, um die eine Spitze des

Stan-

Stangenzirkels in das Centrum des zu rei
Bogens einsetzen zu können.

Diese Verlängerung des Reisbrettes
(Fig. VIII.) bloß in einem etwa 4 Zoll
und 18 bis 20 Zoll langen Brette AB, mi
ein anderes längeres G, z. E. von 6 Sch
rechtwinklicht verbunden ist. Soll nun au
Reisbrette M ein Kreisbogen $\mu\nu$, z. E. mit
Halbmesser von 5 Schuhen, beschrieben w
daß demnach das Centrum dieses Bogens auß
des Brettes bey c hinfallen würde, so schieb
die Vorrichtung ABG, an den Rand mn des
brettes, so daß das Centrum c auf den Ans
fallen würde, und beschreibe nun aus c, mi
Stangenzirkel, den verlangten Bogen $\mu\nu$, zu
cher Absicht denn der Stangenzirkel so besc
seyn muß, daß man z. E. die Spitze t an der
in (Fig. VI.) abschrauben und dagegen eine
Reisfeder, oder eine Fassung mit einem Bl
daran schrauben kann. Bey k (Fig. VIII.
die untern Leisten des Reisbrettes zu sehen,
denen es auf dem Arbeitstische aufliegt; Die
richtung ABG, ruhet auf drey stählernen Sp
w, w, die so hoch sind, daß die Verläng
ABG, in einer Ebene, mit dem Reisbrette z
gen komme. Das Reisbrett darf sich während

nicht verrücken, und es ist daher vortheil-
etwa bey M ein bleiernes Gewicht hinter
e zu stellen. Die Vorrichtung ABG, wird
die stählernen Spitzen w, vor dem Verrücken
glich gesichert. Soll auf einer Kupferplatte
ogen gerissen werden, so wird diese Platte
Stiftchen auf das Reisbrett befestigt.

VIII. Begreiflich muß man bey solchen Arbei-
it einem hinlänglich großen Arbeitstische
ien seyn, damit die ganze Vorrichtung MABG
darauf habe, oder wenn dies nicht ist, so läßt
die an dem längern Brette G befindliche Spitze
uf einem besondern kleinern Tische ruhen,
ber mit dem, worauf sich das Reisbrett M,
iem daran geschobenen Brette AB befindet,
ey Höhe haben muß.

IX. Auf diese Art hat es bei gehöriger Ver-
rung der Stangenzirkel, gar keine Schwürig-
Kreise von 8 bis 9 Schuhen im Halbmesser,
schreiben, wie ich selbst öfters den Versuch
cht habe. Es kann indessen vorkommen, daß
e mit noch größern Halbmessern, vielleicht von
is 30 Schuhen, zu beschreiben sind. In diesem
reicht man mit den Stangenzirkeln, und der
rigen Vorrichtung nicht aus. Daher ich nun
diejenigen Werkzeuge, womit Kreise,
von

erklären will.

α) Vermittelst der Spitze e
Winkels.

Dies Verfahren gründet sich auf eine
kannten Satz in der Geometrie, daß nehmli
Winkel am Umfange eines Kreises, welch
einerley Bogen stehen, z. E. (Fig. IX.) die
kel MAN, MBN u. dgl., deren Schenkel s
lich durch die Endpunkte M, N, einer un
selben Sehne MN gehen, und demnach all
einerley Bogen MLN, dessen Hälfte das
eines jeden der genannten Winkel ist, stehen,
gleicher Größe sind.

1. Will man demnach einen Kreisbogen
MABN, beschreiben, so darf man nur einen u
änderlichen Winkel, wie mAn, so herumfü
oder in Lagen, wie mAn, μBν bringen,
dessen Schenkel mA, An; μB, Bν immer
die Endpunkte M, N, der Sehne, über w
der Bogen beschrieben werden soll, gehen, so

... stumpfer oder spitziger nimmt.

Um überhaupt zu sehen, wie der Halb-
M des zu beschreibenden Bogens, der
MAN, und die Sehne MN von einander
t, so gedenke man sich aus dem Mittel-
auf die Sehne MN ein Perpendikel
so halbirt solches den Bogen MKN bey
die Sehne MN bey T, und man hat in
twinklichten Dreyecke MRT, den Winkel
$= \frac{1}{2}$ MRN = dem Winkel MLN am
$= 180° -$ MAN (weil MAN + MLN
° (Kästn. Geom. 22 Satz 9ter Zus.)
lich MN = 2 MR sin MRT = 2. MR
N. Also

$$RM = \frac{MN}{2 \sin MAN}.$$

beschriebene Bogen MABN, ein Halbkreis von dem Durchmesser MN.

4. Ist der Halbmesser des zu beschreibenden Kreises, und die Sehne MN gegeben, so kann man den Winkel MAN durch die Formel $\sin MAN = \frac{MN}{2\,MR}$ finden; wo denn MAN entweder den stumpfen Winkel in der Figur, oder auch den spitzigen MLN, der die Ergänzung des stumpfen MAN zu 180° ist, bedeuten kann, je nachdem man den Bogen MAN, oder MLN, auf die (1) erwähnte Art über der Sehne MN beschreiben will. Gewöhnlich ist es der kleinere Bogen MAN, und man nimmt also den stumpfen Winkel, dessen Sinus $= \frac{MN}{2\,MR}$ ist, also die Ergänzung des spitzigen, der dem erwähnten Sinus zugehört, zu 180°.

5. Zur Ausübung des beygebrachten Verfahrens gehört eine Vorrichtung, z. B. ein paar Liniale mA, An, in ein Gewinde zusammengefügt, etwa wie beym Proportionalzirkel, so daß man sie in jeden besonders stumpfen Winkel MAN gegen einander stellen, und in dieser Lage befestigen kann. Im Scheitel des Winkels A etwa ein Stift,

, Die 41e Figur stellt das Werkzeug selbst
vor Augen.

IA, AN, sind zwey etwa 15 bis 18 Zoll
iniale, um einen Zapfen A beweglich, wel-
nau mit den Schärfen αε dieser beyden
in einer geraden Linie liegen muß, berge-
daß wenn sich die Liniale um A drehen, die
igen αε sich beständig in A durchschneiden.
ein drittes Linial, gleichfalls um A beweg-
Bey I, K, T, erscheinen die Köpfe dieser
auseinander gelegt. Bey S ist der Zapfen,
durch diese Liniale geht. n ist eine Lap-
chraube, welche oben auf den durch die
gesteckten Zapfen p geschraubt wird, um die
festzustellen. q ist eine kleine Hülse an dem
p, in welche ein Bleistift u, oder auch
eisfeder, zum Beschreiben des Bogens, ge-

26. Da x gewöhnlich sehr klein gegen den Halbmesser r ist, weil man das Werkzeug nur zu Ziehung sehr flacher Bogen gebraucht, so kann man in der Formel (23) ohne merklichen Fehler $x^2$ als sehr gering gegen $2rx$ ansehen, mithin ohne merklichen Fehler

$$y^2 = 2rx, \text{ und folglich } \frac{y^2}{2r} = x$$

setzen.

27. Man könnte also auch y nach Gefallen (versteht sich, allemahl kleiner als MT, oder die halbe Sehne) annehmen, und das zugehörige x berechnen, wodurch man sich denn eine Wurzelausziehung ersparte, wenn man anderst nicht durch Logarithmen rechnen wollte.

28. Wenn man (Fig. XIII.) für den Bogen KL, dem die Abscisse KS $= x$ und Ordinate SL $= y$ zugehört, die Sehne KL zieht, so ist eigentlich $KL^2 = 2r.x$, weil $KL^2 = y^2 + x^2$ und $y^2 = 2rx - x^2$. Also nimmt man in (26) eigentlich KL für y oder SL an, welches ohne merklichen Fehler verstattet ist, so lange x sehr klein gegen den Halbmesser r ist.

29. Indessen sieht man, daß der Punkt L des Bogens, sich für jedes x, auch vermittelst der Sehne KL bestimmen läßt. Man nehme

der unter A befindliche Stift den verlangten bogen x$\alpha$y beschreiben.

8. Wenn es nicht verstattet ist, in die Punkte
y Stiften einzuschlagen, so verbindet man
esem Werkzeuge ein anderes, welches Fig. XI.
ieben ist. Daselbst ist TU ein 18 bis 20
oder wenn man will, noch ein längerer pris-
her Stab von festen Holze, etwa von 1 star-
oll in der Dicke und Breite, längst dessen sich
oinklicht ein paar eiserne, etwa 1 Schuh
, oder wenn es nöthig seyn sollte, noch län-
ergleichen Liniale, F und G, in Hülsen rechts
inks verschieben lassen, so daß man die an den
r dieser Liniale befindlichen Schrauben mit
Stiften, x und y, so weit von einander
nen kann, daß ihr Abstand der Sehne xy

fünftige Rechnung aus den Quadrattafeln ½ ...
312,5; 200; 312,5; alles also mit 100...
dividirt, die zugehörigen
KS = 0,000112.r; 0,000200.r; 0,0003...

Ist demnach der Halbmesser r so groß, ...
Milliontheilchen desselben auf dem Papiere
eine sichtbare Größe ausmachen, so kann man
200; 312 solcher Theilchen aus K in S, ...
in U; und aus K in T tragen, hierauf durc...
U, T, Perpendikel setzen, und diese mit KL =
Kp = 20; KM = 25 Tausendtheilchen, d. ...
KL = 15000; KP = 20000; KM = 2...
Milliontheilchen des Halbmessers in L, P, ...
und eben so in V, Q, N durchschneiden, s...
man die Punkte M, P, L, u. s. w. des zu
zeichnenden Kreisbogens.

Ließen sich keine Milliontheilchen des ...
messers auf dem Papiere mehr erkennen, so ...
man bloß Hunderttausendtheilchen, oder Zeh...
sendtheilchen ab, und verführe, wie gew...
worden.

32. Wir werden in der Folge sehen, ...
der Halbmesser r gewöhnlich, und zwar am beq...
sten, in Meilen gegeben ist. Dann würde ...
die Werthe von KL, KS u. s. w. ebenfalls ...
Meilen ausdrücken, wo es denn auf die Th...

...nie Parallelen, wenn sie zu sehr großen
ssern gehörten, bedient. Ich finde es eben-
rauchbar, wenn die Schenkel AM, AN,
kurz sind. Der Kopf A, um welchen sich
ale drehen, verhindert zwar, daß man den
enden Kreisbogen nicht ganz bis zu Ende der
xy beschreiben kann. — Nach dem Zuge,
indessen der beschriebene Bogen hat, ist es
das wenige, was sich von ihm nicht zeichnen
us freyer Hand zu ergänzen.

2. Man muß immer bedenken, daß dies
ug zu keiner andern Absicht dienen soll, als
von *sehr großen Halbmessern* zu be-
n. Also ist der Winkel MAN, unter wel-
e Liniale festgestellt werden, gewöhnlich sehr
Sobald der Halbmesser des zu beschreiben-

13. Man kann den beyden Linialen A... AN (Fig. X.), auch den gehörigen Winkel geben, wenn (Fig. IX.) ausser der Sehne MN, ... der der Bogen beschrieben werden soll, also ... den beyden Punkten M und N, noch ein dritter, z. E. B, in dem zu beschreibenden Bogen gegeben ist. Man würde nemlich die Spitze ... Kopfe der beyden Liniale, in B einsetzen, und ... auf die Liniale so weit eröffnen, daß ihre Schenkel durch M und N giengen. Dann würden sie die gehörige Oeffnung haben, welche erforderlich ist, den Bogen durch die 3 Punkte M, B, N zu ziehen.

14. Meistens ist ausser der Sehne MN, noch ein dritter Punkt des zu beschreibenden Bogens gegeben. Wäre er aber auch nicht unmittelbar gegeben, so kann man ihn berechnen, und dazu nimmt man am bequemsten den Punkt des Bogens, welcher zwischen dem M und N in der Mitte liegt, z. E. K. Dann wäre also KR senkrecht auf MN, und KT der Quersinus des Winkels MRT am Mittelpunkte, welcher die Hälfte des der Sehne MN zugehörigen Winkels MRN ist. Nun ist aus (3)

$$\frac{MN}{2\,MR} = \sin MRT.$$

Hat man diesen Winkel gefunden, so ist weiter $KT = KR - RT = MR - MR \cos MRT$

$= MR$

$1 - \cos MRT) = 2MR \sin \frac{1}{2} MRT^2$,
an durch Logarithmen berechnen kann. Ist
rgestalt gefunden, so setzt man KT durch
der Sehne MN senkrecht, und stellt das
nach den drey Punkten M, K, N.

Exemp. Gesetzt über einer Sehne
; Schuh, soll ein Bogen von einem Halb-
R = 25 Schuhen beschrieben werden,
ich

$$\frac{MN}{2MR} = \frac{3}{50} = \sin MRT.$$

log 3 = 10,4771213 — 10
log 50 = 1,6989700

1 MRT = 8,7781513 — 10

Sinus totus 1; also MRT = 3°. 26′. 23″.
RT = 1°. 43′. 11″.

$\frac{1}{2}$ MRT = 8,4772704 — 10
doppelt = 16,9545408 — 20
g 2 MR = 1,6989700

og KT = 0,6535108 — 2
KT = 0,045031. Also ohngefähr

$$KT = \frac{45}{1000}$$ eines Schuhes, oder

5 Scrupel Decimalmaaß.
n halbire also die Sehne MN in T, und
s Perpendikel TK = 4 Lin. 5 Scrup.
Deci-

Decimalmaaß, so hat man die 3 Punkte M,
nach denen man den Linialen des Werkzeu
gehörige Oeffnung geben kann.

Man sieht leicht, daß man in der Bere
des Werthes von KT, die Secunden in den
kel MRT, hätte ohne merklichen Fehler w
können.

16. Dies Verfahren verstattet ohnstrei
größere Genauigkeit, als das (7) erwähnt
man dorten doch wohl den Winkel höchstens
halb einigen Minuten genau zeichnen kann.

17. Beym Landchartenzeichnen wird d
wohl eben nicht vorkommen, mit einem Wer
wie (6), einen ganzen Kreis, oder auch ein
Stück eines Kreises, beschreiben zu müssen.
dessen wird ein kleines Nachdenken zeigen,
man einen bereits beschriebenen Bogen, wie N
(Fig. IX.) noch weiter wird verlängern k
Man drehe nemlich, nachdem etwa ein Theil I
des Bogens, durch Herumführung des W
NBM beschrieben worden ist, und also die
A des Werkzeugs (Fig. X.) sich über k (Fig
mithin die beyden Liniale desselben sich in de
ku, kw, befinden, das ganze Werkzeug u
Punkt k, so daß die beyden Schenkel des be
benden Winkels ukN, bey unveränd

S

neide. Nun hebe man das Hülfswerkzeug
. XI.), dessen Stiften x, y, während Be
bung des Bogens NBk in M und N sich
den, in die Höhe, und bringe den Stift y
uvor in N stand, in den Punkt B, wo kl
n Bogen einschneidet, den andern Stift x aber
man, durch gehörige Umdrehung des ganzen
zeugs um die in B bleibende Spitze y, bis
en Schenkel kw des beschreibenden Winkels,
, wenn der Abstand der beyden Spitzen x, y,
Aenderung gelitten hat, so daß sie noch immer
ie Länge der Sehne MN von einander abste-
der Punkt x abermahls in dem Umfange des
es, und man kann nunmehr den Winkel lkw
Nku, weiter herumführen, und den Bogen
: von k bis x fortsetzen.

*het maken van de Hemelsche en Aardsche Globe* etc. Amst. 1720. p. 130 — 133. Tab. 22. Fig. 51 und 52.

19. Kreisbogen vermittelst eines Winkels zu beschreiben, lehrt auch Leupold im *Theatro arithmetico-geometrico,* Cap. 19. Tab. XX[b] Fig. 9 und 10.

*β*) Durch Bestimmung einzelner Punkte.

20. Wenn mehrere nahe genug neben einander liegende Punkte eines Kreisbogens gegeben sind, so kann durch sie entweder aus freyer Hand der Bogen gezogen werden, oder man bedient sich dazu eines Linials, welches sich biegen, und nach jenen Punkten krümmen läßt. Dergleichen wäre ein stählerner Bogen, dem man durch Schrauben die verlangte Krümmung geben könnte. Die Vorrichtung dazu ist ohngefähr in der XIIten Figur abgebildet, und kommt mit derjenigen überein, deren sich Lowitz zur Verzeichnung seiner Kugelsegmente bedient hat.

AB ist eine stählerne sehr elastische Regel, ohngefähr 2 bis 3 Schuh lang, einen Zoll breit, und $\frac{3}{4}$ bis 1 Linie dick. Sie ist bey a, a, a u. s. w. mit Durchbrechungen oder länglichten Einschnitten versehen, um die Zapfen von 3 oder mehreren eisernen

bel[i]ebiger Größe, errichte in S ein
KT, und durchneide dies Perpendikel
$x = \sqrt{2r . KS}$, so hat man den
, und so andere, je nachdem

.. KL nach Gefallen, so hat
..gehörige $KS = \frac{KL^2}{2r}$; welches dem
e Ausziehung der Würzel erspart. Dies
en möchte wohl das bequemste seyn,
des Bogens zu bestimmen.

. Wenn man KL = n Tausendtheilchen
messers KR annimmt, also

$\frac{n}{1000} r$ setzt, so wird

$$KS = \frac{\frac{1}{2} n^2}{1000000} . r$$

fast so viele Milliontheilchen des Halb-
r, als die Zahl $\frac{1}{2} n^2$ Einheiten enthält.
denn $\frac{1}{2} n^2$ nur aus den Quadrattafeln
darf, wenn $n > 9$ seyn sollte.

empel. Für $KL = \frac{15}{1000} r$;

$\frac{25}{1000} r$ u. s. w., also für $n = 15$;

u. s. w. fände sich solchergestalt ohne weit-

 läuf-

Winkel mit CD machen können, brauchen nur
$\frac{3}{4}$ Schuh lang zu seyn.

So stellt dieses Werkzeug gleichsam eine
re vor, der man durch Hülfe der Schrauben
b, diese oder jene Krümmung geben kann.
die Punkte n, n, n, vorgegeben, durch
ein Kreisbogen gezogen werden soll, so kr
man die Regel AB vermittelst der Schrauben
bis ihre Krümmung durch die vorgegebenen P
geht, und zieht nun längs ihr, den verlangte
gen. Es versteht sich, daß dies Werkzeug n
Bögen von großen Halbmessern gebraucht
Ist die Krümmung zu beträchtlich, so läuft
Gefahr, daß die Regel entweder ihre Elas
verliehrt, oder das Werkzeug durch die Gewal
Schrauben sonst Schaden leidet.

21. Beym Gebrauche dieses Werkzeuges
sen einige Punkte des zu beschreibenden Bo
entweder schon vorgegeben seyn, oder man
dergleichen erst durch Rechnung bestimmen,
man der elastischen Regel des Werkzeugs die
rige Krümmung geben, und den ganzen Bogen
ziehen kann. Dazu dient nun folgendes.

22. Wäre (Fig XIII) der Halbmesser
= RN = r des über der Sehne MN zu bes
benden Bogens MKN, nebst der Sehne MN

2

$lRT = \frac{1}{r}$. Man könnte also die elastische
l AB (Fig. XII.) sogleich nach den drey
ten M, K, N des zu ziehenden Bogens
nen, und längs ihr alsdann den verlangten
n ziehen.

Da indessen zu befürchten ist, daß, wenn die
l blos nach drey Punkten M, K, N, ge
mt wird, ihre Krümmung etwas von der eines
bogens durch M, K, N, abweichen mögte,
ohl die Abweichung selten beträchtlich seyn
, so ist es vortheilhaft, noch ein paar andere
te des Bogens MKN zu bestimmen, und also
legel nach mehreren Punkten des Kreisbo
zu krümmen.

23. Man nehme auf den die Sehne MN
enden Halbmesser KR, nach Gefallen eine

S angerechneten übrigen Stücke des Durchm
2r; oder man hat

$$x : y = y : 2r - x \text{ also}$$

$$y^2 = (2r - x)\, x$$

Und $y = \sqrt{(2r - x)\, x}$. Mithin
Logarithmen

$$\log y = \tfrac{1}{2} (\log (2r - x) + \log x$$

24. So läßt sich für jedes nach Beliebe
genommene KS = x das zugehörige SL
berechnen. Nimmt man hierauf KS von de
genommenen Werthe, und SL = SV von
daraus gefundenen, so hat man nunmehr 5 P
M, L, K, V, N, des zu beschreibenden K
bogens, und man kann nun entweder durch
L, K, V, N, aus freyer Hand den Kreis
ziehen, oder die Regel (20) dergestalt krüm
daß ihre Krümmung durch die erwähnten 5 P
gehe, und nun den Bogen längst dieser
ausziehen.

25. Nimmt man x = KT, so wird y =
= der halben Sehne, über der der Bogen z
schreiben ist. Begreiflich bestimmt man alle
Punkte des Bogens zwischen M und N,
rechnet also bloß die Werthe y für angenom
$x < KT$.

E.

es, so ist

$-x^2 = 49,98$ und $y^2 = 49,98 - 0,02 = $
6, woraus die Wurzel gezogen $y = 0,9998$
Für $x = 0,03$ wird $y = 1,2243$.

Für ein größeres x brauchte man keine y mehr zu berechnen, weil der Kreisbogen, weit die Sehne reicht, gezogen werden soll. nehme also KS = 0,02 eines Schuhes, und rpendikel SL = SV = 0,9998 Schuh, KU = 0,03 Schuh und UP = UQ = 3 Schuh, so hat man hier 7 Punkte, M, , K, V, Q, N, durch welche man den aus freier Hand, oder nach der gehörig mten Regel (20) ausziehen kann. Gewöhn-ichen schon 5 Punkte vollkommen hin, den mit der gehörigen Genauigkeit ziehen zu

26. Da x gewöhnlich sehr klein gegen den Halbmesser r ist, weil man das Werkzeug nur zu Ziehung sehr flacher Bogen gebraucht, so kann man in der Formel (23) ohne merklichen Fehler $x^2$ als sehr gering gegen $2rx$ ansehen, mithin ohne merklichen Fehler

$$y^2 = 2rx, \text{ und folglich } \frac{y^2}{2r} = x$$

setzen.

27. Man könnte also auch y nach Gefallen (versteht sich, allemahl kleiner als MT, oder die halbe Sehne) annehmen, und das zugehörige x berechnen, wodurch man sich denn eine Wurzelausziehung ersparte, wenn man anderst nicht durch Logarithmen rechnen wollte.

28. Wenn man (Fig. XIII.) für den Bogen KL, dem die Abcisse KS = x und Ordinate SL = y zugehört, die Sehne KL zieht, so ist eigentlich $KL^2 = 2r \cdot x$, weil $KL^2 = y^2 + x^2$ und $y^2 = 2rx - x^2$. Also nimmt man in (26) eigentlich KL für y oder SL an, welches ohne merklichen Fehler verstattet ist, so lange x sehr klein gegen den Halbmesser r ist.

29. Indessen sieht man, daß der Punkt L des Bogens, sich für jedes x, auch vermittelst der Sehne KL bestimmen läßt. Man nehm

= x von beliebiger Größe, errichte in S ein
pendikel auf KT, und durchneide dies Perpendikel
KL = $\sqrt{2rx} = \sqrt{2r.KS}$, so hat man den
ikt L des Bogens, und so andere, je nachdem
ı KS annimmt.

30. Nimmt man KL nach Gefallen, so hat
ı das zugehörige KS = $\frac{KL^2}{2r}$; welches dem
h die Ausziehung der Wurzel erspart. Dies
rfahren möchte wohl das bequemste seyn,
nkte des Bogens zu bestimmen.

31. Wenn man KL = n Tausendtheilchen
Halbmessers KR annimmt, also
. = $\frac{n}{1000}$ r setzt, so wird

$$KS = \frac{\frac{1}{2} n^2}{1000000} . r$$

h. KS faßt so viele Milliontheilchen des Halb-
ssers r, als die Zahl $\frac{1}{2} n^2$ Einheiten enthält.
o man denn $\frac{1}{2} n^2$ nur aus den Quadrattafeln
hmen darf, wenn n > 9 seyn sollte.

Exempel. Für KL = $\frac{15}{1000}$ r;
$\frac{0}{00}$ r; $\frac{25}{1000}$ r u. s. w., also für n = 15;
; 25 u. s. w. fände sich solchergestalt ohne weit-

eine sichtbare Grösse ausmachen, so kann man
200; 312 solcher Theilchen aus K in S,
in U; und aus K in T tragen, hierauf du
U, T, Perpendikel setzen, und diese mit KL =
Kp = 20; KM = 25 Tausendtheilchen, d.
KL = 15000; KP = 20000; KM = 2
Milliontheilchen des Halbmessers in L, P
und eben so in V, Q, N durchschneiden,
man die Punkte M, P, L, u. s. w. des
zeichnenden Kreisbogens.

Ließen sich keine Milliontheilchen des
messers auf dem Papiere mehr erkennen, so
man bloß Hunderttausendtheilchen, oder Ze
sendtheilchen ab, und verführe, wie ge
worden.

92. Wir werden in der Folge sehen
der Halbmesser r gewöhnlich und ihnen am ...

KL = 0,015. 1212 M. = 18,18 Meilen
das zugehörige KS = 0,000112. 1212 M.
,13. . . Meilen. Man würde hier nur bis
100theilchen der Meilen gehen dürfen. Ge-
lich sind bey Verzeichnung der Charten die
ngsten Meilen auf dem Papiere so klein, daß
ertheilchen derselben einen bloßen Punkt
achen.

34. Wollte man, um die Verwandlung in
en zu ersparen, die Werthe von KS, KL rc.
durch Decimaltheile des Halbmessers, wie
(31) ausdrücken, so müßte man den Halb-
r r selbst getheilt vor sich haben, um die
the von KL, KS rc. in Decimaltheilen von
abfassen zu können. Gewöhnlich ist aber der
messer so groß, daß er auf dem Papiere selbst
Platz haben würde, man theile also nur ein

100000 : x. Also x = 16501,6, wo
16502 annehmen will. Theilte man also a
Papiere einen Raum von 200 verjüngten
= a in 16502 Theile, so würden diese
chen sich auf Hunderttausendtheilchen des H
sers r beziehen.

35. Es mögte etwas unbequem seyn,
Linie in 16502 Theile zu theilen. Daher
lieber eine Anzahl von Meilen = b suchen
welche man nur, nach der gewöhnlichen Art
verjüngten Maaßstabes, in tausend Theil
theilen dürfte, um Theilchen zu erhalten,
auf Hunderttausendtheilchen des Halbmessers
bezögen.

Man schließe demnach

100000 : 1000 = 1212 M : b

, einen Raum von $z = 121,2$ Meilen in
o Theile theilen, so hätte man einen Maaß-
dessen Länge z ein Stück des Halbmessers
0000 Hunderttausendtheilchen desselben vor-
würde.

37. Es kann geschehen, daß die Sehne
$= 2 \cdot TM = 2y$, und die Höhe des Bo-
also der Quersinus $KT = x$ gegeben sind;
verlangt den Halbmesser des über MN zu
eibenden Bogens.

In diesem Falle ist aus der obigen Gleichung
$2rx - x^2$; der Werth von

$$r = \frac{y^2}{2x} + \frac{1}{2}x.$$

38. Wäre die Sehne KM, und der Quer-
KT des Bogens KM gegeben, so ist erstlich
$KM^2$

Man kann also, wenn für einen ge
Punkt M, KM und KT gegeben sind, für
andern L, für welchen man LK willkührlic
genommen hätte, das zugehörige KS berec
und solchergestalt den Punkt L wie (29) bestin

39. Um Punkte des Kreisbogens MK
erhalten, könnte man auch die Werthe von
KM, aus der nach Gefallen angenommenen
des Bogens KM = $\varphi$ berechnen und auftr
Man hat nehmlich, wenn der Halbmesser RM
heißt, TM = r sin $\varphi$ und KT = KR — R
r — r cos $\varphi$ = r (1 — cos $\varphi$), wofür man
2 r sin $\frac{1}{2}\varphi^2$ schreiben könnte. So fände ma
die Punkte M, P, L, je nachdem man fü
den Bogen KM, oder KP, oder KL annähm

Diese Methoden mögen hinlänglich seyn
für den Gebrauch des Werkzeugs (Fig. XII
viel Punkte eines Bogens, als man für r
erachtet, bestimmen zu können. Das Verf
(31) mögte unter allen wohl das bequemste se

γ) Vermittelst eines Kegels K
zu beschreiben.

40. Die Theorie dieses Verfahrens, w
*Perrault* in seiner Uebersetzung des Vitr
(*Les dix livres d'Architecture de Vitr
corrigés et traduits par Mr. Perr*

43. III.

Die Peripherie AB der Grundfläche F eines
chten Kegels ABE (Fig. XIV.), welcher
n einer Ebene dergestalt wälzt, daß seine
e E immer an einerley Stelle der Ebene
, beschreibt offenbar einen Kreis MN, dessen
nesser der Seitenlinie AE des Kegels gleich ist.
Man gedenke sich statt des ganzen Kegels
, nur ein paar auf der Axe FE senkrecht
de Querschnitte F und G desselben, oder statt
in F und G ein paar Räder, ein grösseres
t einem kleineren G, durch eine Stange FL,
nkrecht durch ihre Mittelpunkte geht, dergestalt
nden, daß das kleine Rad sich mit dem grossen
ich wälzen muß, so beschreibt der Umfang AB
rössern, ebenfalls einen Kreis, dessen Halb-

befestigt werden kann, damit es von dem größern F weiter entfernt, oder auch demselben mehr genähert werden kann, so erhellt, daß je weiter man G von F entfernt, desto weiter muß auch die Spitze E des Kegels, wozu F und G als Querschnitte gehören würden, hinausfallen, desto größer wird also auch der Halbmesser des Bogens seyn, den bey der Wälzung des ganzen Werkzeugs, der Umfang des Rades AB beschreibt.

Die Räder haben an ihrem Umfange kurz hervorstehende Spitzen, sowohl um zu verhüten, daß die Räder, indem sie sich gemeinschaftlich fortwälzen, nicht aus ihrer gehörigen Bahn kommen, als auch die beschriebene Bahn, durch sanfte Eindrücke auf dem Papiere, sichtbar zurückzulassen. Die Stange durch ihre Mittelpunkte hat Abtheilungen, denen gemäß die Räder in den gehörigen Abstand gebracht werden können, um einen Bogen von einem größern oder kleinern Halbmesser beym Fortwälzen zu beschreiben. Je weniger übrigens die Räder in Absicht auf ihre Größe verschieden sind, desto größer sind die Halbmesser der Kreise, die sie beym Wälzen beschreiben. Wären beyde Räder einander gleich, so wäre es, als wenn sich ein Cylinder auf einer Ebene fortwälzte, da denn jedes Rad eine gerade Linie, d. i. einen Kreisbogen von

einem

pariser Zoll, das andere 11,6 Zoll im
er hielte, und beyde um 15 Zoll von ein-
tfernt wären, der beschriebene Kreis MN
lbmesser von 15 Toisen, also von 90 par.
haben würde, welches zeigt, daß das
z eben nicht sehr groß zu seyn braucht, um
Kreisbogen von sehr großen Halbmessern
schreiben zu können.

es mag hinreichen, um einen Begriff von
Werkzeuge zu geben. Soll ein Kreisbogen
ur vorgegebenen Sehne beschrieben
so mögte es wohl in der Ausübung nicht
eicht seyn, das Werkzeug von dem einen
e Sehne ganz genau durch das andere Ende
i lassen. Ich halte daher die ganze Vor-
mehr für sinnreich, als brauchbar, und

XI. Die übrigen Werkzeuge, welche zur Verfertigung der Charten erforderlich sin[d] stehen in solchen, welche zum Messen und zeichnen der Winkel auf dem Pa[pier] gehören.

1. Des gewöhnlichen kleinen Transpo[rteurs] in den Reiszeugen, wird sich Niemand bed[ienen,] dem es hiebey nur um einige Genauigkeit z[u thun] ist. Wenn man sich aber einen Transporteu[r von] etwa 15 Zollen im Durchmesser verfertigen [läßt,] so würde man in den meisten Fällen damit [aus]reichen. Er könnte alsdann etwa in halbe [Grade] getheilt werden, wiewohl für den, der ein [gutes] Augenmaaß hat, schon ganze Grade auf [einem] Werkzeuge von dieser Größe hinlänglich [sind.] Durch einige Uebung im Schätzen der Theile, [kann] man es leicht dahin bringen, einen Fehler [von 2] bis 3 Minuten zu vermeiden, welches für [Zeich]nungen immer hinlänglich ist.

2. Wer sich etwas mit Eintheilungen b[eschäf]tigt hat, wird sich einen solchen Transporteu[r] selbst verfertigen können. Die Regeln, einen [Kreis] oder Halbkreis aus freyer Hand zu theilen, [habe] ich mit den nöthigen Vorsichten im 89ten §. [der] practischen Geometrie gelehrt. Die Abthei[lungen] brauchen nur mit Punkten bemerkt zu werde[n]

Mittelpunkt des Transporteurs bis an Umfang, oder auch die Sehne von 60°, besonders messen. Der Mittelpunkt ist nicht, wie auf den gewöhnlichen Transporteuren, ausgeschnitten, oder eine Ecke bezeichnet, sondern bloß durch Punkt bemerkt, weil ich den Transporteur an die Spitze des auszumessenden Winkels, gewöhnlich, anlege, sondern die Sehne des messenden Winkels auf den Umfang des sporteurs, vermittelst eines Zirkels, trage, die ihr entsprechende Anzahl von Graden und ten bestimme.

3. Will man also einen vorgegebenen Winkel essen, so trage man erstlich den Halbmesser Transporteurs auf die beyden Schenkel des els, von dessen Spitze aus, fasse nunmehr

4. Hat man statt der bloßen Theil-Striche, welche bis an den Rand des Transporteurs gehen, so kann man den Transporte[ur] gewöhnlich einrichten, und durch würkliche [Anle]gung desselben, die Größe des auszumessende[n Win]kels erfahren. Einen Winkel von einer ver[langten] Größe aufzutragen, wird das Verfahren (3) umgekehrt, und bedarf keiner besondern [Erläu]terung.

5. Will man statt eines Transporteu[rs] (2), einen geradlinigten brauchen, so wird eben so verfahren, weil ein geradlinigter [Trans]porteur nichts anders, als ein Maaßstab ist, dem man die Sehnen abfassen kann, wie i[hn] von dem Umkreise des eingetheilten Halb[kreises] selbst. Der Gebrauch und die Einrichtung [eines] solchen **Sehnenmaaßstabes** ist leicht un[d kann] aus dem 106ten §. meiner practischen Geomet[rie] mehrerem ersehen werden.

6. Beym Landchartenzeichnen ist es vo[rtheil]haft, wenn der Halbmesser, für welchen die [Seh]nen auf den geradlinigten Transporteur aufge[tragen] worden sind, wenigstens 9 Zolle groß ist. [Die] Sehnen müssen auch wenigstens für alle ei[nzel]nen Grade berechnet, und von dem in [1000] Theile eingetheilten Halbmesser, mit mögl[ichster]

Maaßstab gemacht werden muß, dieser
wenn man die Sinustafeln zu Hülfe nimmt,
schon zur Ausmessung und Zeichnung der
el hinreicht, so ist der geradlinigte Transpor-
in sofern überflüßig, und erspart nur die
Berechnung der Sehne des in einem vor-
enden Falle auszumessenden Winkels. Hinge-
verden die Fehler vermieden, welche bey der
ruction des geradlinigten Transporteurs vor-
können, wenn man die Sehnen selbst unmit-
von dem 1000theiligten Maaßstabe abfaßt,
ergleichen man doch einmahl zu allerley Ar-
verfehen seyn muß.

8. Ist ein solcher tausendtheiligter Maaßstab,
essen ganzer Länge man allemahl den Bogen
eibt, in welchen man die Sehne für den zu

bey o, C die Mittelpunkte der Parallelkreise lie-weichen (Kästn. Geometrie 50 S.)

2. So ist Cc der Abstand der Mittelpunkte dieser Parallelkreise; Mc, KC seyen die Halbmesser derselben.

3. Nun lehrt die Geometrie, daß die ganze um die Kugel laufende Zone MNKV (die andere Hälfte ist hier nicht abgebildet) gleich sey der krummen Seitenfläche eines senkrechten Cylinders, dessen Durchmesser gleich ist dem Durchmesser der Kugel, die Höhe aber dem Abstande Cc der Mittelpunkte der beyden Parallelzirkel.

4. Es heiße also der Halbmesser der Kugel $= r$, so ist erstlich der Umfang jenes Cylinders (3) gleich dem Umfange der Erdkugel $= 2r\pi$, wo $\pi$ die bey der Kreisrechnung vorkommende Ludolphische Zahl $= 3{,}1415 \ldots$ bedeutet.

5. Dieser Umfang mit dem Abstande $Cc = x$ multiplicirt, giebt für die Seitenfläche jenes Cylinders, also für die Fläche der Zone MNKV, den Ausdruck $2r\pi . x$. (Kästn. Geom. 64 S.)

6. Gesetzt nun, des Parallels KV Abstand vom Aequator, die geographische Breite desselben, heiße $\beta$, und des Parallels MN geogr. Breite $= \beta + \gamma$; also $\gamma =$ dem Bogen des Meridians MK, zwischen beyden Parallelen; so ist, wenn

man

ahren umkehrt, messen, wie (§. 139.) in
er pract. Geom. hinlänglich gewiesen worden.

11. Sobald ein Winkel über 60° groß ist,
die Sehne größer, als der Halbmesser; man
te also den 1000theiligten Maaßstab, entwe-
bis auf 2000 Theile desselben erweitern, um
ıkel bis auf 180 Grade zeichnen zu können,
man müßte die Sehne aus zwey Stücken zu-
nen setzen, wenn man sie nicht auf einmahl
ssen könnte. Wäre die Sehne z. E. = 1315,
würde man erstlich 315 Theile vom Maaßstabe
ıssen, und sie irgendwo auf eine gerade Linie
tzen, dann noch die übrigen 1000 Theile daran
zen, und nun mit dem Stangenzirkel die ganze
ge = 1315 fassen, und als Sehne in den
hriebenen Bogen eintragen. Man könnte aber
h einen Winkel, der größer, als 60 Grad
te, aus zwey Theilen zusammensetzen, welches
aber für weitläuftiger halte, weil man da zwey
hnen berechnen müßte.

12. Die Winkel nach den beschriebenen Me-
den vermittelst ihrer Sehnen zu messen, oder
zeichnen, geht mit ziemlicher Genauigkeit an, so
ge sie nicht über 120 Grade groß sind. Wach-
sie darüber, so sind die Sehnen innerhalb 6
8 Minuten eines Grades, nicht mehr in Tau-

sendtheilchen des Halbmessers verschieden. Z. E. Sehne 120° = 1732. Sehne 120° 5' = 1732,8. Also innerhalb 5 Minuten sind hier die Sehnen noch nicht um $\frac{1}{1000}$ des Halbmessers verschieden. Kann man also nicht sicher Zehntausendtheilchen abfassen, so wird ein solcher Winkel, vermittelst seiner Sehne, auch nur innerhalb 5 oder 8 Minuten, und wenn er sehr stumpf wäre, nicht einmahl so genau verzeichnet werden können. Vortheilhafter bedient man sich daher in solchem Falle des Bogentransporteurs (4), dessen Theilstriche wie gewöhnlich, bis an den Rand desselben auslaufen, um die Anzahl von Graden und Minuten des zu verzeichnenden Winkels unmittelbar auf dem Papiere abstechen zu können. Nur muß ein solcher Transporteur größer, als die gewöhnlichen in den Reiszeugen seyn. Will man sich indessen der Sehnen bedienen, so kann man stumpfe Winkel, auch vermittelst ihrer spitzigen Nebenwinkel, mit aller erforderlichen Genauigkeit verzeichnen.

13. Man kann Winkel auch durch Hülfe ihrer Sinusse, Cosinusse und Tangenten, die man von einem tausendtheiligten Maaßstabe abträgt, verzeichnen. Da man aber hiebey Perpendikel ziehen muß, welches zur Ausübung etwas weitläuftig ist, auch das Verfahren für manche Winkel, aus ein

ähn

§. 19.

icke der Kugelfläche zu berechnen.

Da dies ebenfalls bey verschiedenen Ent-
karten vorkommt, und sonst zu Berechnun-
Länder gebraucht wird, so muß ich hier das
davon beybringen.

Um einen Begriff von der Grösse eines
der Erdfläche zu erhalten, ist nicht hin-
, seine Länge und Breite nach einem be-
Meilenmaaße anzugeben, sondern es muß
heninhalt nach gewissen bekannten, zur Ein-
enommenen Flächen-Maaßen bestimmt
, und dazu bedient man sich am besten der
aphischen Quadratmeilen.

Die gewöhnlich sehr unregelmäßige Ge-
Länder macht die Berechnung ihres In-

gende Vorschriften nützlich seyn.

4. Man gedenke sich ein ganzes Land
Kugel, durch geographische Parallelkreise in
schmale Streifen oder Zonen einge
welche am besten durchaus von gleicher Bre
nommen werden, dergestalt, daß wenn (Fig.
PR einen Mittagskreis durch das Land vor
die Distanzen AB, BC, CD, der Paralle
welche die Zonen begränzen, alle einander
sind.

5. Sind nun AB, BC, CD, von ge
Größe, z. E. etwa nur = ½ Grad (wenn da
sich nicht sehr ins Große erstreckt, können
BC rc. noch kleiner genommen werden), so lä
in den meisten Fällen ein Streifen, wie MI
ohne großen Fehler für eine Zone wie M
nehmen, welche zwischen zweyen Mittagskr
wie PL, PV, und den Parallelen MN,
enthalten ist, d. h. man kann die kleinen Fl
theile, wie MLK, TVN, als unbeträchtlich
lassen, oder sie wenigstens als kleine gerad
Dreyecke ansehen und berechnen, und sie z
Inhalte der Zone MLVT addiren, oder
abziehen, je nachdem sie außerhalb oder inn
der Zone zu liegen kommen.

6. Berechnet man auf diese Weise al
, in welche das Land getheilt worden, so
e Summe den Inhalt des ganzen Landes.

7. Alles kommt demnach hiebey auf die Be-
nnung schmaler Zonen an, welche zwischen zwey
gebenen Meridianbögen, wie ML, VT, und
ey Bögen von Parallelkreisen, wie MT, LV,
halten sind.

8. Da es indessen auch vorkommen kann,
s statt mehreren schmalen Zonen nur eine einzige
itere berechnet werden darf, so ist nöthig, hier
erhaupt von Berechnung der Zonen zu reden. Es
rd hiebey die Erde blos für eine Kugel genom-
n, welches zu geographischen Gebrauche wohl
ulänglich ist.

## §. 20.

### en Inhalt einer Zone zwischen zwey Paral- kreisen, deren geographische Breite, oder Abstand vom Aequator, bekannt ist, zu berechnen.

1. Ich will setzen, daß erstlich die Zone ganz
t die Erdkugel gehe.

Es seyen demnach (Fig. XVI.) MN, KV,
e Parallelkreise. P, Q, die Erdpole, also
e gerade Linie PQ, die Erdaxe, in welcher

bey

bey c, C die Mittelpunkte der Parallelkreise werden (Kästn. Geometrie 50 S.)

2. So ist Cc der Abstand der Mittelp dieser Parallelkreise; Mc, KC, seyen die messer derselben.

3. Nun lehrt die Geometrie, daß die um die Kugel laufende Zone MNKV (die a Hälfte ist hier nicht abgebildet) gleich sey der men Seitenfläche eines senkrechten Cylinders, Durchmesser gleich ist dem Durchmesser der K die Höhe aber dem Abstande Cc der Mittelp der beyden Parallelzirkel.

4. Es heiße also der Halbmesser der E gel = r, so ist erstlich der Umfang jenes Cyli (3) gleich dem Umfange der Erdkugel = 2r wo $\pi$ die bey der Kreisrechnung vorkommend dolphische Zahl = 3,1415 ... bedeutet.

5. Dieser Umfang mit dem Abstande Cc multiplicirt, giebt für die Seitenfläche jenes C ders, also für die Fläche der Zone MNKV Ausdruck $2r\pi . x$. (Kästn. Geom. 64 S.)

6. Gesetzt nun, des Parallels KV Ab vom Aequator, die geographische Breite dess heiße $\beta$, und des Parallels MN geogr. B $= \beta + \gamma$; also $\gamma$ = dem Bogen des Meri MK, zwischen beyden Parallelen; so ist,

i den Halbmesser der Erde KA zieht, in dem
)twinklichten Dreyecke KCA der Winkel KAC
$90^\circ - \beta$, und folglich $AKC = \beta$, und AC
$AK . \sin\beta = r \sin\beta$.

Eben so $Ac = r \sin(\beta + \gamma)$ Demnach
oder

$$x = r(\sin(\beta+\gamma) - \sin\beta)$$

) folglich die Zone (5)

$$= 2r^2 \pi . (\sin(\beta+\gamma) - \sin\beta)$$

7. In diesem Ausdrucke ist $2r^2 \pi$ die halbe
)erfläche der Erdkugel (Kästners Geom. 64 S.
3.) Um also die Fläche einer Zone zwischen zwey
rallelkreisen, welche um die geogr. Breiten $\beta$,
d $\beta + \gamma$, vom Aequator abstehen, zu finden,
ß man die halbe Oberfläche der Erdkugel, in
t Unterschied der Sinusse jener geogr. Breiten
iltipliciren.

8. Drückt man die halbe Oberfläche der Erde
Quadratmeilen aus, so hat man in eben solchen
ıadraten den Inhalt der Zone.

9. Die Rechnung zu erleichtern, kann man
tt $\sin(\beta+\gamma) - \sin\beta$, auch das Produkt
$\cos(\beta + \frac{1}{2}\gamma) \sin\frac{1}{2}\gamma$ (Trig. S. XIII. 12.)
brauchen, also die Oberfläche der Zone durch
$^2\pi . \cos(\beta+\frac{1}{2}\gamma) \sin\frac{1}{2}\gamma$ ausdrücken, wel-
es sich alles durch Logarithmen rechnen läßt.

$4r^2\pi$

$4r^2\pi$ bedeutet in diesem Ausdrucke, die g
Oberfläche der Erdkugel.

10. Den Umfang der Erde = 15.36
5400 geographische Meilen gesetzt, so finde
nach Herrn Hofrath Kästners Rechnung (G
Abhandl. II. Samml.) die Oberfläche
Erde $4r^2\pi$ = 9281916,28 Quadratm
Der Logarithme dieser Zahl = 6,9676376.

11. Exemp. Man soll den Quadrati
= Q einer Zone berechnen, welche sich vom
6′ der Breite, bis zum 54°. 42′ derselben ers
Dies sind nach meines Vaters critischer Chart
Deutschland, ohngefähr die Breiten der äuss
Parallelkreise, zwischen denen Deutschland
Also ist $\beta = 45°.6'$; $\gamma = 9°.36'$; $\frac{1}{2}\gamma = 4°$
Demnach

$l \cos(\beta + \frac{1}{2}\gamma) = l \cos 49°.54' = 9,808$
$l \sin \frac{1}{2}\gamma = l \sin 4°.48' = 8,922$
$l\, 4r^2\pi$ als beständ. Log. $= 6,967$
$\log Q = 5,699$

Also Q = 500285 geogr. Quadratm

## Stücke von Zonen zu berechnen.

12. Das Stück einer Zone, was z. E.
schen zwey Meridianen PL, PV (Fig. XV.)
halten ist, verhält sich zur ganzen Zone un

länge von Deutschland etwa 23°. 32′, und
lichen = 36°. 50′, also der Unterschied der
sten Mittagskreise, zwischen denen Deutsch-
nach meines Vaters Bestimmungen fällt,
3°. 18′. Dies verhält sich zu 360° =
: 21600 = 133 : 3600. Also ist der
cks auf der Kugel, innerhalb dessen Meridia-
und Parallelen Deutschland fällt, Inhalt

$$q = \frac{133}{3600} \cdot Q$$

$\log Q = 5{,}6992173$ (11)
$\log 133 = 2{,}1238516$

$7{,}8230689$

$\log 3600 = 3{,}5563025$
$\log q = 4{,}2667664$
$q = 18482$ Quadratmeilen.

13. Fällt nun ein Land innerhalb ei[...]chen Vierecks, wie die hier punctirte Grä[...] zeigt, und man will den Inhalt desselben [...] so muß man von dem Flächenraume des [...] Vierecks ABCD = q, die einzelnen Fläche[...] wie m, n, v, w, x, u. s. w., welche z[...]den etwa von halben zu halben, oder ga[...] ganzen Graden der Länge und Breite gez[...] Parallelen und Meridianen, ausserhalb der [...] des Landes fallen, und nicht zu dem Inhalte [...]ben gehören, abziehen.

14. Ist z. E. die Zone ABCD durch [...]diane und Parallelen in lauter Grade abg[...] so sind die kleinern Vierecke, wie m, n, [...]nannte Quadratgrade.

Den Inhalt eines solchen Quadratgra[...] finden, so gehöre der obere Parallelkreis [...] solchen Grades, der geographischen Breite [...] so ist $\varepsilon - 1^\circ$ die geographische Breite des [...] Parallels desselben. Man setze in (9) $\beta = \varepsilon$ und $\gamma = 1^\circ$, so ist die Zone zwischen beiden [...]len rings um die Kugel

$$= 4r^2\pi \cdot \cos(\varepsilon - \tfrac{1}{2}^\circ) \sin \tfrac{1}{2}^\circ = Q$$

Also die Größe eines Quadratgrades inn[...] dieser Zone $= \frac{Q}{360}$.

ganzen Zone, in welche das Land fällt; AB, CD, stellen hier die äussersten, durch eine ganze Zahl von Graden der Länge, gezogenen Mittagskreise, so wie BC, AD, die äussersten, durch eine ganze Zahl von Graden der Breite, gezogenen Parallelkreise vor, zwischen denen das Land fällt, d. h. AB, CD, sind die äussersten Mittagskreise, so wie BC und AD die äussersten Parallelen, welche nicht von der Gränze des Landes durchschnitten werden.

2. Nun nehme man jede der einzelnen Zonen, z. E. BCEF, vor, und untersuche, wie viel ganze Quadratgrade in dieser Zone liegen, welche nicht von der Gränze des Landes durchschnitten werden; ich will setzen, z. E. 2 derselben. Heißt nun der Quadratgrad in dieser Zone $= k$, so machen jene zwey Quadratgrade den Inhalt $2k$.

3. Dann betrachte man diejenigen Quadratgrade, wie v, w, in der Zone BCEF, welche von der Gränze des Landes durchschnitten werden, und schätze nach dem Augenmaaße, der wie vielste Theil eines jeden solchen Quadratgrades ausserhalb der Gränze des Landes falle.

Ich will setzen, von dem Quadratgrade v falle etwa $\frac{2}{3}$ seines Inhalts, und von dem w, $\frac{1}{4}$ seines Inhalts, ausserhalb der erwähnten Gränze, so

| Breite. | | Zonen, in geogr. Quadratmeilen. | Breite. | | Zonen, in geo Quadratmeil |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 30 | 40259 | 18° | 30′ | 38463 |
| 7 | 0 | 40219 | 19 | 0 | 38351 |
| 7 | 30 | 40177 | 19 | 30 | 38235 |
| 8 | 0 | 40130 | 20 | 0 | 38117 |
| 8 | 30 | 40081 | 20 | 30 | 37997 |
| 9 | 0 | 40029 | 21 | 0 | 37873 |
| 9 | 30 | 39973 | 21 | 30 | 37746 |
| 10 | 0 | 39915 | 22 | 0 | 37617 |
| 10 | 30 | 39853 | 22 | 30 | 37484 |
| 11 | 0 | 39789 | 23 | 0 | 37349 |
| 11 | 30 | 39721 | 23 | 30 | 37211 |
| 12 | 0 | 39651 | 24 | 0 | 37070 |
| 12 | 30 | 39578 | 24 | 30 | 36926 |
| 13 | 0 | 39502 | 25 | 0 | 36580 |
| 13 | 30 | 39422 | 25 | 30 | 36630 |
| 14 | 0 | 39339 | 26 | 0 | 36478 |
| 14 | 30 | 39254 | 26 | 30 | 36323 |
| 15 | 0 | 39165 | 27 | 0 | 36166 |
| 15 | 30 | 39074 | 27 | 30 | 36005 |
| 16 | 0 | 38979 | 28 | 0 | 35842 |
| 16 | 30 | 38882 | 28 | 30 | 35676 |
| 17 | 0 | 38782 | 29 | 0 | 35507 |
| 17 | 30 | 38678 | 29 | 30 | 35336 |
| 18 | 0 | 38572 | 30 | 0 | 35162 |

Breit

| [illegible]reite. | Zonen, in geogr. Quadratmeilen. | Breite. | | Zonen, Quadr[illegible] |
|---|---|---|---|---|
| 30' | 34985 | 42 | 30 | 29[illegible] |
| 0 | 34806 | 43 | 0 | 29740 |
| 30 | 34624 | 43 | 30 | 29497 |
| 0 | 34439 | 44 | 0 | 29257 |
| 30 | 34252 | 44 | 30 | 29010 |
| 0 | 34062 | 45 | 0 | 28762 |
| 30 | 33870 | 45 | 30 | 28512 |
| 0 | 33674 | 46 | 0 | 28261 |
| 30 | 33477 | 46 | 30 | 28006 |
| 0 | 33277 | 47 | 0 | 27750 |
| 30 | 33074 | 47 | 30 | 27491 |
| 0 | 32869 | 48 | 0 | 27231 |
| 30 | 32661 | 48 | 30 | 26968 |
| 0 | 32451 | 49 | 0 | 26704 |
| 30 | 32238 | 49 | 30 | 26437 |
| 0 | 32023 | 50 | 0 | 26168 |
| 30 | 31805 | 50 | 30 | 25897 |
| 0 | 31585 | 51 | 0 | 25625 |
| 30 | 31363 | 51 | 30 | 25350 |
| 0 | 31138 | 52 | 0 | 25073 |
| 30 | 30911 | 52 | 30 | 24795 |
| 0 | 30682 | 53 | 0 | 24515 |
| 30 | 30449 | 53 | 30 | 24232 |
| 0 | 30215 | 54 | 0 | 23948 |

| Breite. | | Zonen, in geogr. Quadratmeilen. | Breite. | | Zonen, in geog Quadratmeile |
|---|---|---|---|---|---|
| 54 | 30 | 23662 | 66 | 30 | 16311 |
| 55 | 0 | 23374 | 67 | 0 | 15987 |
| 55 | 30 | 23085 | 67 | 30 | 15662 |
| 56 | 0 | 22794 | 68 | 0 | 15336 |
| 56 | 30 | 22500 | 68 | 30 | 15008 |
| 57 | 0 | 22205 | 69 | 0 | 14678 |
| 57 | 30 | 21909 | 69 | 30 | 14349 |
| 58 | 0 | 21612 | 70 | 0 | 14018 |
| 58 | 30 | 21312 | 70 | 30 | 13686 |
| 59 | 0 | 21010 | 71 | 0 | 13353 |
| 59 | 30 | 20707 | 71 | 30 | 13018 |
| 60 | 0 | 20403 | 72 | 0 | 12683 |
| 60 | 30 | 20097 | 72 | 30 | 12347 |
| 61 | 0 | 19789 | 73 | 0 | 12010 |
| 61 | 30 | 19480 | 73 | 30 | 11672 |
| 62 | 0 | 19169 | 74 | 0 | 11333 |
| 62 | 30 | 18857 | 74 | 30 | 10994 |
| 63 | 0 | 18544 | 75 | 0 | 10652 |
| 63 | 30 | 18229 | 75 | 30 | 10311 |
| 64 | 0 | 17912 | 76 | 0 | 9969 |
| 64 | 30 | 17595 | 76 | 30 | 9626 |
| 65 | 0 | 17276 | 77 | 0 | 9283 |
| 65 | 30 | 16956 | 77 | 30 | 8938 |
| 66 | 0 | 16634 | 78 | 0 | 8593 |

| [B]reite. | Zonen, in geogr Quadratmeilen. | Breite. | | Zonen, in geogr. Quadratmeilen. |
|---|---|---|---|---|
| 30 | 8248 | 84 | 30 | 4058 |
| 0 | 7901 | 85 | 0 | 3706 |
| 30 | 7555 | 85 | 30 | 3354 |
| 0 | 7207 | 86 | 0 | 3001 |
| 30 | 6860 | 86 | 30 | 2649 |
| 0 | 6510 | 87 | 0 | 2296 |
| 30 | 6161 | 87 | 30 | 1943 |
| 0 | 5811 | 88 | 0 | 1590 |
| 30 | 5462 | 88 | 30 | 1237 |
| 0 | 5111 | 89 | 0 | 884 |
| 30 | 4760 | 89 | 30 | 530 |
| 0 | 4409 | 90 | 0 | 177 |

Diese Tafel ist aus Herrn Prof. Bodens [An]leitung zur allgemeinen Kenntniß [de]r Erdkugel §. 260. genommen. Auch Astro[no]m. Jahrb. 1784. S. 177. Im Jahrbuche [17]90. S. 243. ertheilt Herr Professor Klügel [Vo]rschriften, Zonen zwischen dem Aequator und [ein]em Parallelkreise auf einem gedruckten elliptischen [Sp]häroid zu berechnen. Zum gewöhnlichen geo[gra]phischen Gebrauche ist die Voraussetzung (§. 19. ) hinlänglich genau.

17. Man

17. Man kann nun, vermittelst dieser
sehr leicht auch den Inhalt eines Quadratg
oder Quadrat-halben-Grades finden. Z.
Zone von 11° der Breite bis 11°. 30′ ist = 3
dies mit 720 dividirt, giebt nach (15) den
eines Quadrat-halben-Grades, im
dieser Zone 55,16. geogr. Qu. Meilen.

18. Den Werth eines Quadratgra
einer Zone zwischen dem 11ten und 10ten
der Breite zu finden, so ist nach dieser Ta
Zone zwischen 10° und 10°. 30′ = 3985
zwischen 10°. 30′ und 11° = 39789, al
Zone zwischen 10° und 11° der Brei
39853 + 39789 = 79642, welches mi
dividirt, den Werth eines Quadratgr
zwischen dem 10ten und 11ten Grad der Bre
221,23 Quadratmeilen giebt.

## §. 21.

## Gebrauch dieser Tafel, den Inhalt Landes zu finden.

1. Nachdem man das Land (Fig. X
durch Meridiane und Parallelkreise, ich will,
von ganzen zu ganzen Graden
Breite und Länge, eingetheilt hat, so be
man erstlich den Inhalt des Stücks ABC

zen Zone, in welche das Land fällt; AB, CD, en hier die äussersten, durch eine ganze Zahl Graden der Länge, gezogenen Mittagskreise, wie BC, AD, die äussersten, durch eine ganze hl von Graden der Breite, gezogenen Parallel-ise vor, zwischen denen das Land fällt, d. h. B, CD, sind die äussersten Mittagskreise, so e BC und AD die äussersten Parallelen, welche ht von der Gränze des Landes durchschnitten rden.

2. Nun nehme man jede der einzelnen Zonen, E. BCEF, vor, und untersuche, wie viel ganze uadratgrade in dieser Zone liegen, welche nicht n der Gränze des Landes durchschnitten werden; will setzen, z. E. 2 derselben. Heißt nun der uadratgrad in dieser Zone = k, so machen jene ey Quadratgrade den Inhalt 2k.

3. Dann betrachte man diejenigen Quadrat-ade, wie v, w, in der Zone BCEF, welche n der Gränze des Landes durchschnitten werden, d schätze nach dem Augenmaaße, der wie vielste heil eines jeden solchen Quadratgrades ausserhalb r Gränze des Landes falle.

Ich will setzen, von dem Quadratgrade v falle twa $\frac{2}{3}$ seines Inhalts, und von dem w, $\frac{1}{4}$ seines nhalts, ausserhalb der erwähnten Gränze, so

Inhalte des Landes gehört, den Werth (a +
welches ich $\mu$ . k nennen will, wo man d
dessen $\mu$ durch Decimaltheile ausdrückt.

4. Eben so verfahre man für die fo
Zonen, EFGH, GHAD u. s. w.; für
$\nu$ . k'; $\rho$ . k'' dieselbe Bedeutung, wie $\mu$
die Zone BCEF, haben, dergestalt, daß
die Werthe eines Quadratgrades in jeder ei
Zone, und $\nu k'$, $\rho k''$, die Räume, welche
halb der Gränze des Landes zu liegen ko
bedeuten, so ist, wenn K den Inhalt der
Zone BCAD bedeutet, der Inhalt des Lande
in dieselbe fällt $= K - (\mu k + \nu k' + \rho k'')$.

5. Exempel für Deutschland.
meines Vaters kritischer Charte von Deutsch
auf welcher die Mittagskreise und Parallelen
Grad zu Grad gezogen, und also die ein
Zonen in Quadratgrade getheilt sind,
die äussersten Parallelen BC und AD, welch
der Gränze Deutschlands nicht durchschnitten w

der Berechnung des Inhalts zu verfahren seyn möchte.

10. In Fig. XIX. stelle[illegible] die gröbern Linien, wie FE, GH; AB, CD; die in gleichen Abständen senkrecht auf einander gezogen worden sind, die Meridiane und Parallelen des Hülfsnetzes vor, und jeder der gleichen Theile, wie AC, MN; EG, FH; bedeute einen Meridian- oder Parallelgrad, und ein Viereck, wie AMCN, einen Quadratgrad. In dieses Netz sey die Gränze $\alpha\beta\varepsilon\gamma\delta$ eines Landes dergestalt eingetragen, daß jedem merkwürdigen Punkte derselben, wie $\alpha$, innerhalb dem Vierecke AMCN, eben die geographische Länge und Breite, in Ansehung der ihm benachbarten Meridian- und Parallelgrade MN, CN, entspreche, als ihm dergleichen auf der Charte selbst, nach dem Augenmaaße oder sonstiger Bestimmung, zukommen. Man theile dieses Netz, etwa von 10 zu 10 Minuten der Breite, durch Parallellinien in schmale Streifen oder Zonen, so kann man jeden Theil einer solchen Zone, z. E. $\alpha\beta\gamma\delta$, der innerhalb der Gränze des Landes fällt, als ein Trapezium ansehen, dessen Inhalt einem Rechtecke gleich ist, dessen Basis $= \frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$ und die Höhe ki, dem Abstande der beyden Parallelen $\beta\gamma$, $\alpha\delta$, gleich

Auf eine ähnliche Art habe ich für die üb
Zonen, deren bis zum 45ten Grad der L
zehne sind, die Werthe von $\mu$ und k bestimmt
folgendes für den Inhalt von Deutschland, so
er auf der Mayerischen Charte innerhalb der
bezeichneten Gränze sich vorfindet, erhalten.

| Zonen. | Werthe von $\mu$ | Werthe von k | $\mu$ . k |
|---|---|---|---|
| I. | 11,77 | 130,65 | 1537,75 |
| II. | 5,09 | 133,83 | 681,19 |
| III. | 4,55 | 136,97 | 623,21 |
| IV. | 3,11 | 140,06 | 435,58 |
| V. | 2,35 | 143,11 | 336,30 |
| VI. | 3,76 | 146,12 | 549,41 |
| VII. | 4,72 | 149,09 | 703,70 |
| VIII. | 6,62 | 152,00 | 1006,24 |
| IX. | 9,44 | 154,87 | 1461,91 |
| X. | 12,70 | 157,70 | 2002,79 |

Summe 9338,14 Qu
abzuziehen von K = 20222, geog. Q
giebt den □ Inh. von
Deutschland = 10884 geog. Q

6. Herr Hofr. Gatterer giebt in s
Abriß der Geographie, nach Tem
manns Berechnung, den Inhalt von Deutsch

Wenn die Streifen alle von gleicher Breite ki genommen worden sind, so kann man die Summe derselben finden, wenn man alle Grundlinien, wie $\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$. m, zusammen mit der gemeinschaftlichen Höhe ki aller Streifen multiplicirt, wo denn $\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$ die mittlere arithmetische Proportionallinie zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ bedeutet, die man sogleich erhalten kann, wenn man ohngefähr nach dem Augenmaaße die in die Mitte zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ fallende punktirte Weite mit dem Zirkel abfaßt, und sie z. E. auf dem eingetheilten Rande des Netzes in Graden und Minuten bestimmt. Sollte sich für die geogr. Breite des Punktes k der Werth von m nicht in der Tafel (§. 12.) finden, weil solche nur von halben zu halben Graden fortgeht, so nimmt man das m aus der Tafel, was einer dem Punkte k zunächst zukommenden Breite entspricht, welches hinlänglich genau ist.

---

Drit-

## Drittes Kapitel.

## Von Verzeichnung der Netze zu den Landcharten, wobey nicht gerade ein besonderer Standpunkt des Auges vorausgesetzt wird, die aber doch sonst gewisse Bedingungen erfüllen.

§. 22.

Wir haben im Vorhergehenden (§. 5. ꝛc.) schon einen allgemeinen Begriff von solchen Entwerfungsarten der Erdfläche gegeben, welche zwar nicht perspectivisch sind, aber doch sonst gewissen Absichten ein Genüge leisten.

Hieher gehört ohnstreitig erstlich diejenige Entwerfungsart, auf welcher die Meridiane und Parallelkreise sämmtlich durch gerade auf einander senkrecht stehende und gleich weit von einander entfernte Linien abgebildet werden. Da mehrere Charten nach dieser Methode gezeichnet worden sind, auch noch gegenwärtig auf denen

Schiffen

Schifferchārten, welche man Plan- oder Platt-Charten nennt, dieselbe Verzeichnungsart statt findet, so mache ich mit dieser, als der leichtesten, den Anfang.

§. 23.

Aufgabe. Ein Netz nach der eben erwähnten Bedingung zu entwerfen.

Aufl. 1. Man ziehe auf einem genau rechtwinklichten Reisbrette, ohngefähr durch die Mitte desselben, eine gerade Linie MN (Fig. XX.), längst eines Anschlaglinials (§. 18. II.), und trage auf sie eine gewisse Anzahl gleicher Theile, welche ganze oder halbe Grade der Breite vorstellen mögen.

2. Soll z. E. ein solches Netz zu einem Lande, welches zwischen dem 40ten und 45ten Grad der Breite fiele, verfertigt werden, so trage man von M nach N 5 gleiche Theile, grösser, oder kleiner, je nachdem man die Charte haben will, und ziehe, vermittelst des Anschlaglinials, durch die Theilpunkte, M, a, b, c ꝛc. Linien senkrecht auf MN, welche die Parallelkreise abbilden, so wie MN einen Meridian der Charte vorstellet.

3. Soll nun das zu verzeichnende Land zwischen dem 27ten und 33ten Grad der Länge fallen, so werden dergleichen Theile, als man auf MN getra-

... abgesetzt, z. E.
... A, und 3 nach B,
Ort ... die 6 Grade der Länge
... Land fällt, und man darf
Von Verzei... punkte auf AB, nur Parallel-
Landchart... ziehen, so hat man die übrigen
besonder... Charte, welche mit den gezogenen
au... (2) das verlangte Netz bilden, in
... Land einzutragen ist.

4. Von einzeln zu einzeln Graden der Länge ... Breite, werden alsdann, wie die Figur ausweiset, Zahlen geschrieben, und man kann, wenn ... nöthig ist, die Grade der Länge und Breite an dem Rande der Charte noch weiter abtheilen.

§. 24.

1. Das Eintragen eines Orts, dessen geographische Länge und Breite gegeben ist, hat auf einem Netze dieser Art, nicht die geringste Schwürigkeit. Soll z. B. ein Ort, dessen Länge $= 31^\circ.\ 30'$ und Breite $= 42^\circ.\ 55'$ verzeichnet werden, so wird erstlich auf AB oder CD, des Orts Länge von A nach N abgezählt, wo denn die Minuten von einem irgendwo in 60 Theile abgetheilten Grade des Netzes abgenommen, und von dem 31ten Grad der Länge bis N getragen werden.

Dann

n senkrecht auf einander gezogen worden sind,
Meridiane und Parallelen des Hülfsnetzes vor,
eder der gleichen Theile, wie AC, MN;
FH; bedeute einen Meridian- oder Parallel-
und ein Viereck, wie AMCN, einen Qua-
rat. In dieses Netz sey die Gränze $\alpha\beta\epsilon\gamma\delta$
Landes dergestalt eingetragen, daß jedem
würdigen Punkte derselben, wie $\alpha$, innerhalb
Vierecke AMCN, eben die geographische
und Breite, in Ansehung der ihm benach-
Meridian- und Parallelgrade MN, CN,
eche, als ihm dergleichen auf der Charte
nach dem Augenmaaße oder sonstiger Bestim-
, zukommen. Man theile dieses Netz, etwa
o zu 10 Minuten der Breite, durch Paral-
en in schmale Streifen oder Zonen, so kann

gleich ist. Ist nun des Punktes k geographische Breite = b, und die Länge eines Grades auf dem Parallel $\beta\gamma = m = 15 . \cos b$ (§. 12.) in geogr. Meilen, so ist jenes Rechtsecks Basis $= \frac{\gamma\beta + \alpha\delta}{2} . m$ geogr. Meilen, wo man $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ durch Grade ausdrücken muß, die man leicht auf $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ zählen kann.

Hier wäre z. E. $\beta\gamma = l\varsigma + l\beta + \varsigma\gamma = 3^{\circ} + \beta l + \varsigma\gamma$, wo sich $\beta l$ und $\varsigma\gamma$ leicht nach dem Augenmaaße schätzen lassen. Gesetzt, man fände $\beta l = 30'$ und $\varsigma\gamma = 6'$, also $\beta\gamma = 3^{\circ}. 36'$, und eben so $\alpha\delta = 3^{\circ}. 50'$, so wäre $\frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{2} = 3^{\circ}. 43' = 3^{\circ},72$. Wäre nun ferner des Punktes k geographische Breite $= 50^{\circ}. 30'$, also der Werth eines Parallelgrades auf $\beta\gamma$ in Meilen $= 9,541$, nach obiger Tafel (§. 12.), und der Abstand ki $= 10' = \frac{10}{4}$ Meilen, so wäre des Streifens $\alpha\beta\gamma\delta$ Inhalt $= 3,72 . 9,541 . \frac{10}{4}$ geogr. Quadratmeilen $= 88,44$ Quadratmeilen.

So kann man für jeden anderen Streifen verfahren, und durch Summirung aller, den Inhalt des ganzen Landes finden.

Wenn

Höhe ki aller Streifen multiplicirt, wo $\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$ die mittlere arithmetische Propor-
nie zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ bedeutet, die man erhalten kann, wenn man ohngefähr nach
igenmaaße die in die Mitte zwischen $\beta\gamma$ und
ende punktirte Weite mit dem Zirkel abfaßt,
z. E. auf dem eingetheilten Rande des Netzes
den und Minuten bestimmt. Sollte sich für
gr. Breite des Punktes k der Werth von m
der Tafel (§. 12.) finden, weil solche nur
lben zu halben Graden fortgeht, so nimmt
s m aus der Tafel, was einer dem Punkte
chst zukommenden Breite entspricht, welches
glich genau ist.

## Drittes Kapitel.

### [illegible] Verzeichnung der Netze zu den [illegible]rten, wobey nicht gerade ein [illegible] des Auges vor[illegible] aber doch sonst [illegible]gen erfüllen.

§. 22.

Wir haben im Vorhergehenden (§. 5. ꝛc.) schon einen allgemeinen Begriff von solchen Entwerfungsarten der Erdfläche gegeben, welche zwar nicht perspectivisch sind, aber doch sonst gewissen Absichten ein Genüge leisten.

Hieher gehört ohnstreitig erstlich *diejenige Entwerfungsart, auf welcher die Meridiane und Parallelkreise sämmtlich durch gerade auf einander senkrecht stehende und gleich weit von einander entfernte Linien abgebildet werden.* Da mehrere Charten nach dieser Methode gezeichnet worden sind, auch noch gegenwärtig auf denen

Schiffer-

Aufgabe. Ein Netz nach der eben ähnten Bedingung zu entwerfen.

Aufl. 1. Man ziehe auf einem genau recht-lichten Reißbrette, ohngefähr durch die Mitte ben, eine gerade Linie MN (Fig. XX.), längst Anschlaglinials (§. 18. II.), und trage auf sie gewisse Anzahl gleicher Theile, welche ganze halbe Grade der Breite vorstellen mögen.

2. Soll z. E. ein solches Netz zu einem Lande, hes zwischen dem 40ten und 45ten Grad der te fiele, verfertigt werden, so trage man von nach N 5 gleiche Theile, grösser, oder kleiner, chdem man die Charte haben will, und ziehe, ittelst des Anschlaglinials, durch die Theil-te, M, a, b, c rc. Linien senkrecht auf MN, he die Parallelkreise abbilden, so wie MN

tragen, von M rechts und links abgesetzt, hier 3 derselben von M nach A, und 3 n so stellen die Theile auf AB, die 6 Grade der vor, zwischen denen das Land fällt, und ma also durch die Theilpunkte auf AB, nur P linien mit MN ziehen, so hat man die Meridiane der Charte, welche mit den gez Parallelen (2) das verlangte Netz bilde welches das Land einzutragen ist.

4. Von einzeln zu einzeln Graden der und Breite, werden alsdann, wie die Figu weiset, Zahlen geschrieben, und man kann, es nöthig ist, die Grade der Länge und Br dem Rande der Charte noch weiter abtheilen

§. 24.

Das Eintragen eines Orts, geographische Länge und Breite gegeben is auf einem Netze dieser Art, nicht die ge Schwürigkeit. Soll z. B. ein Ort, dessen = 31°. 30' und Breite = 42°. 55' verz werden, so wird erstlich auf AB oder CD Orts Länge von A nach N abgezählt, wo be Minuten von einem irgendwo in 60 Theile theilten Grade des Netzes abgenommen, un dem 31ten Grad der Länge bis N getragen w

diese auf dem Netze bei $a$ durchschneiden, da der Ort hin, dem die vorgegebene Länge und te entsprechen.

2. Hat man auf solche Weise die vorzüglichsten er des zu verzeichnenden Landes eingetragen, welchem Behufe denn die Längen und Breiten lben entweder unmittelbar gegeben, oder von r Charten abgenommen seyn müssen, so schreitet zur Zeichnung der Gränzen, Flüsse, und der en Dinge, die sonst noch zu bemerken sind.

3. Hierzu sind nun gute Charten, und diejen Hülfsmittel erforderlich, von denen wir be (§. 6.) geredet haben. — Specialcharten hiebei vorzüglich wichtig. Nur muß man wiß nach welcher Entwerfungsart das Netz einer en Hülfscharte gezeichnet worden ist, damit die Längen und Breiten dieser oder jener Punkte

7. In (3) habe ich bey der Schätz-
cher Stücke eines Quadratgrades, welche
dem Inhalte des Landes gehören, des Augen
erwähnt. Wer sich indessen darauf nicht v
will, kann dergleichen Stücke genauer auf f
Art berechnen.

Es sey (Fig. XVIII.) efgh ein Q
grad, durch welchen der Theil $\lambda\eta\varepsilon\mu$ v
Gränze eines Landes gehe. Um nun zu
wie sich z. E. das Stück gef$\eta\varepsilon$g dieses Q
grades, welches ausserhalb der erwähnten
fällt, zum ganzen Quadratgrade efgh selb
halte, so betrachte man die Figur efgh,
geradlinigtes Trapezium, worinn ef paral
gh, und berechne den Inhalt nach einem
gen tausendtheiligten Maaßstabe. Ich w
= I nennen. Eben so berechne man na
Art, wie in der Geometrie gelehrt wird, na
sem Maaßstabe des krummlinigten Stücks
Inhalt, durch Zerlegung in schmale Tr
(pract. Geom. §. 283. ꝛc.), und nenne ihn
so ist das Stück ef$\eta\varepsilon$g $= \frac{i}{I}$ des Quadra
efgh, wo man denn den Bruch $\frac{i}{I}$ durch D

usdrückt, und in den Werth des Quadrat- durch geogr. Quadr. Meilen ausgedrückt, :irt, um das erwähnte Stück in Quadrat- zu erhalten. Auch könnte man $ef\eta\epsilon$ so- 1 Quadratmeilen selbst berechnen, wenn Charte ein Meilenmaaßstab gezeichnet ist. meisten Fällen kann man $\frac{i}{l}$ bloß nach dem aaße schätzen.

Auch kann man zu dem Behufe noch aller- :re Hülfsmittel anwenden. Man könnte f dem Meridiangrade fh, leicht dem Au- e nach einen Punkt, wie $\alpha$, bestimmen, :nn man sich durch ihn, mit gh, einen $\alpha\beta$ gedächte, welcher bey $\tau$ die Gränze itte, die Räume, wie $\beta\tau\epsilon g$, $\eta\tau\alpha$, ohn- inander gleich würden, und man also nur pezium $ef\beta\alpha$ berechnen dürfte, um das igte Stück $ef\eta\tau\epsilon g$ zu erhalten, wo sich leich, ohne erheblichen Fehler, dies Stück m ganzen Quadratgrade efgh $=$ f$\alpha$ : fh 1 würde, weil sich, so genau als hier die g nöthig ist, efgh auch als ein bloßes ansehen läßt. — Es wird dies zwar ometrische Genauigkeit gewähren, aber

doch

doch in so weit man zur statistischen Länderkenn
die Größe eines Landes braucht, vollkommen
länglich seyn.

9. Da beym Abfassen der zur Berech
des Inhalts eines Landes nöthigen Maaße,
Charte leicht durch Zirkelstiche verdorben,
sonst beschmutzt werden dürfte, so kann man,
die Charte zu schonen, die Gränze des zu be
nenden Landes, in ein besonderes Hülfs-Netz
tragen, worauf die Parallelkreise und Meri
bloß durch senkrecht auf einander stehende
gleich weit von einander entfernte gerade L
abgebildet zu seyn brauchen. Man kann als
bey der Berechnung, wie in (4. ꝛc.) verfahren,
wenn es nöthig seyn sollte, die Quadratgrad
Hülfs-Netzes noch in kleinere Quadrate ei
len, welches die Schätzung derjenigen Stücke
welche nicht zum Inhalte des Landes gehören
leichtert. Es versteht sich, daß die Werth
einzelnen Quadratgrade und ihrer Theile de
nach Maaßgabe ihrer geographischen Breite,
in (§. 20. 18.) bestimmt werden müssen, wen
gleich auf einem Netze dieser Art, alle von gl
Größe erscheinen. In der Folge werde ich ze
wie eines Landes Gränze in ein solches Netz e
tragen sey. Hier ist ein Beyspiel, wie bloß

n senkrecht auf einander gezogen worden sind,
Meridiane und Parallelen des Hülfsnetzes vor,
eder der gleichen Theile, wie AC, MN;
FH; bedeute einen Meridian- oder Parallel-
und ein Viereck, wie AMCN, einen Qua-
rab. In dieses Netz sey die Gränze $\alpha\beta\varepsilon\gamma\delta$
Landes dergestalt eingetragen, daß jedem
nürdigen Punkte derselben, wie $\alpha$, innerhalb
Vierecke AMCN, eben die geographische
und Breite, in Ansehung der ihm benach-
Meridian- und Parallelgrade MN, CN,
eche, als ihm dergleichen auf der Charte
nach dem Augenmaaße oder sonstiger Bestim-
, zukommen. Man theile dieses Netz, etwa
10 zu 10 Minuten der Breite, durch Paral-
len in schmale Streifen oder Zonen, so kann

gleich ist. Ist nun des Punktes k geograp Breite = b, und die Länge eines Grade dem Parallel $\beta\gamma = m = 15 . \cos b$ (§. in geogr. Meilen, so ist jenes Rechtecks

$$= \frac{\gamma\beta + \alpha\delta}{2} . m$$ geogr. Meilen, wo man $\beta\gamma$ $\alpha\delta$ durch Grade ausdrücken muß, die man auf $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ zählen kann.

Hier wäre z. E. $\beta\gamma = l\varsigma + l\beta + \varsigma\gamma$ $3^\circ + \beta l + \varsigma\gamma$, wo sich $\beta l$ und $\varsigma\gamma$ leicht nach Augenmaaße schätzen lassen. Gesetzt, man $\beta l = 30'$ und $\varsigma\gamma = 6'$, also $\beta\gamma = 3^\circ. 36'$, eben so $\alpha\delta = 3^\circ. 50'$, so wäre $\frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{2} = 3^\circ$ $= 3^\circ,72$. Wäre nun ferner des Punktes k graphische Breite $= 50^\circ. 30'$, also der W eines Parallelgrades auf $\beta\gamma$ in Meilen $= 9,$ nach obiger Tafel (§. 12.), und der Abstan $= 10' = \frac{10}{4}$ Meilen, so wäre des Stre $\alpha\beta\gamma\delta$ Inhalt $= 3,72 . 9,541 . \frac{10}{4}$ geogr. Qua meilen = 88,44 Quadratmeilen.

So kann man für jeden anderen Str verfahren, und durch Summirung aller, den I des ganzen Landes finden.

W

enn die Streifen alle von gleicher Breite
nmen worden sind, so kann man die Summe
finden, wenn man alle Grundlinien, wie

— . m, zusammen mit der gemeinschaft-

Höhe ki aller Streifen multiplicirt, wo

$\frac{+ \alpha\delta}{2}$ die mittlere arithmetische Propor-

ie zwischen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ bedeutet, die man
erhalten kann, wenn man ohngefähr nach
enmaaße die in die Mitte zwischen $\beta\gamma$ und
nde punktirte Weite mit dem Zirkel abfaßt,
. E. auf dem eingetheilten Rande des Netzes
en und Minuten bestimmt. Sollte sich für
r. Breite des Punktes k der Werth von m
der Tafel (§. 12.) finden, weil solche mit
lben zu halben Graden fortgeht, so nimmt
m aus der Tafel, was einer dem Punkte
hst zukommenden Breite entspricht, welches
ich genau ist.

---

Drit-

## Drittes Kapitel.

### Verzeichnung der Netze zu den ...rten, wobey nicht gerade ein ... ...ft des Auges vor... die aber doch sonst ... ...ngen erfüllen.

§. 22.

Wir haben im Vorhergehenden (§. 5. ꝛc.) schon einen allgemeinen Begriff von solchen Entwerfungsarten der Erdfläche gegeben, welche zwar nicht perspectivisch sind, aber doch sonst gewissen Absichten ein Genüge leisten.

Hieher gehört ohnstreitig erstlich diejenige Entwerfungsart, auf welcher die Meridiane und Parallelkreise sämmtlich durch gerade auf einander senkrecht stehende und gleich weit von einander entfernte Linien abgebildet werden. Da mehrere Charten nach dieser Methode gezeichnet worden sind, auch noch gegenwärtig auf denen

Schiffen

Aufgabe. Ein Netz nach der eben ähnten Bedingung zu entwerfen.

Aufl. 1. Man ziehe auf einem genau rechtlichten Reisbrette, ohngefähr durch die Mitte lben, eine gerade Linie MN (Fig. XX.), längst s Anschlaglinials (§. 18. II.), und trage auf sie gewisse Anzahl gleicher Theile, welche ganze halbe Grade der Breite vorstellen mögen.

2. Soll z. E. ein solches Netz zu einem Lande, hes zwischen dem 40ten und 45ten Grad der ite liegt, verfertigt werden, so trage man von nach N 5 gleiche Theile, grösser, oder kleiner, achdem man die Charte haben will, und ziehe, ittelst des Anschlaglinials, durch die Theilte, M, a, b, c rc. Linien senkrecht auf MN, he die Parallelkreise abbilden, so wie MN

wird, muß auch sogleich der Nah[illegible]
geschrieben werden. Dies geschieh[illegible]
mit Tusche (weil man den schick[illegible]
den Nahmen nicht eher erhält[illegible]
Oerter neben einander ein[illegible]
sondern bloß mit einem B[illegible]
derlichen Falles wieder [illegible]
sen nun auch die Nah[illegible]
Bezirke, so wie der [illegible]
gleichen, eingeschrie[illegible]
nach Verhältniß [illegible]
Gegenstandes, [illegible]
dient, wie m[illegible]
sehen kann. [illegible] ...nung eines Or[illegible]

2. [illegible] ... andern zu finden, m[illegible]
gezeichne[illegible] eigentlich einen sphärischen T[illegible]
bekom[illegible] aus den geographischen Breiten [illegible]
sehr [illegible], und dem Unterschiede ihrer Mitta[illegible]
Ge[illegible] [illegible]ebt, auflösen. Dies ist nun insbesonde[illegible]
[illegible] der Entwerfungsart (§. 23.) nöthig, [illegible]
[illegible] von der Beschaffenheit ist, daß die Di[illegible]
auf ihr merklich von den wahren auf der [illegible]
verschieden sind, sobald als beyde Oerter n[illegible]
einerley Mittagskreise liegen. — Gesetzt a[illegible]
Netze (Fig. XX.) seyen a und g ein paar [illegible]
ter, deren Mittagskreise gu und Md im λ [illegible]

zählt man auf eine ähnliche Art von B bis L, rade und Minuten der Breite ab, und zieht vermittelst des Anschlag-Linials, durch L und n paar Parallellinien mit AB und BD; wo iese auf dem Netze bei $\alpha$ durchschneiden, da er Ort hin, dem die vorgegebene Länge und entsprechen.

2. Hat man auf solche Weise die vorzüglichsten r des zu verzeichnenden Landes eingetragen, lchem Behufe denn die Längen und Breiten en entweder unmittelbar gegeben, oder von Charten abgenommen seyn müssen, so schreitet ur Zeichnung der Gränzen, Flüsse, und dern Dinge, die sonst noch zu bemerken sind.

3. Hierzu sind nun gute Charten, und diese Hülfsmittel erforderlich, von denen wir be (§. 6.) geredet haben. — Specialcharten iebei vorzüglich wichtig. Nur muß man wis nach welcher Entwerfungsart das Netz einer Hülfscharte gezeichnet worden ist, damit ie Längen und Breiten dieser oder jener Punkte auf ihr bestimmen kann. Dies setzt also Kenntniß der verschiedenen Entwerfungsarten zum voraus, von denen freilich erst in der gehandelt wird. Indessen begreift man, wie die bekannten Längen und Breiten der vor-

zügl-

züglichsten Punkte einer Gränze, sich solch
eintragen und verzeichnen läßt.

4. Sehr oft ergiebt sich im Allgemei
Krümmung einer Gränze, der Lauf eines
u. d. gl. schon bloß durch die Lage der da
genden Dörfer und Städte. Weiß man aus
ten, historischen Nachrichten u. d. gl., welch
ter z. E. innerhalb einer Gränze fallen, so
man diesen Nachrichten zufolge, die Grä
gut sich es thun läßt, und berichtigt sie durc
cialcharten, wenn man sie haben kann;
Krümmungen ergänzt man aus den Special
bloß nach dem Augenmaaße, so daß sie
Quadrate des Netzes ABCD verhältnißmäßi
so zu liegen kommen, wie man sie in den gle
migten Vierecken des Netzes der Specia
wahrnimmt, versteht sich alles nach Maaßg
nach dem Augenmaaße geschätzten Längen un
ten, worin man es nach einiger Uebung
einer Fertigkeit bringt.

5. Es ereignet sich nicht selten, da
mit den geographischen Längen und Breiten
oder jener Punkte einer Hülfscharte erst no
Veränderung vornehmen muß, ehe man sic
zur Verfertigung der neuen Charte bedienen
dies ist der Fall, wenn einige Hauptörter

lfscharte, auf welche jene Punkte Bezug haben,
h Längen und Breiten eingetragen worden sind,
nicht ganz richtig waren, und welche man erst
der Folge genauer kennen gelernt hat. Da er-
llet also, daß man den Längen und Breiten der
i diese Hauptörter herumliegenden Punkte erst die-
nigen Correctionen geben müsse, welche den be-
chbarten Hauptörtern selbst zukommen, ehe man
in das Netz der neu zu verfertigenden Charte,
orauf man jenen Hauptörtern die richtige Länge
id Breite gegeben hätte, eintragen kann.

Gesetzt auf einer Hülfscharte wäre die Länge
n Wien = 37°. 13′. 30″ angegeben, wie z. E.
uf der oben erwähnten (§. 8. 11.), da doch die
ahre Länge = 34°. 2′. 30″ ist. Hätte man
un in das Netz ABCD, Wien nach seiner wah-
en Länge eingetragen, und wollte nun von der
Hülfscharte, worauf die Länge von Wien um 3°.
11′ zu groß angegeben ist, einen um Wien herum
liegenden Ort in das Netz ABCD eintragen, so
dürfte man nicht dieses Orts Länge, wie sie sich
auf der Hülfscharte vorfindet, nehmen, sondern
man müßte sie auch erst um 3°. 11′ vermindern,
und dann nach dieser Verbesserung den Ort in die
eue Charte eintragen. Eben so würde man mit
er geographischen Breite verfahren.

6. Die Correctionen, welche man s
stalt diesen oder jenen Hauptörtern auf einer
charte geben muß, verursachen, daß man
ser gleichsam ganz neue Mittagskreise und Pa
ziehen müßte, wenn man sowohl dieser Ha
als auch der übrigen ihre richtige Länge und
nach Maaßgabe jener Correctionen, sollte
selbst abfassen können, und diese neuen M
kreise und Parallelen, würden dann nich
von denen auf der Hülfscharte gezeichnet
abweichen, oft auch diese unter schiefen W
durchschneiden, in der Entfernung ungleich,
len auch merklich gebogen ausfallen.

7. Um die Sache mit einigen Beyspi
erläutern, so stelle (Fig. XXI. Nro. 1.
einen Meridian auf dem Netze einer Hülf
vor, dem eine gewisse geographische Länge,
von 27° zukomme, und a, b, c, d, e
mehrere in der Nachbarschaft dieses Meridia
gende Oerter, deren geographische Längen
Charte alle von unterschiedener Größe, in
hung des Meridians AB, angegeben sey
erhellet, daß wenn man z. E. in der Folge
genauere Bestimmungen die Längen dieser
alle von gleicher Größe, und zwar gerade =
gefunden hätte, AB auf der Charte nicht der

man für die mittlere geographische Breite zwischen a und d, d. h. wenn die geographische Breite von a = 40°, von d = 48 wäre, so suche man für die geographische Breite = $\frac{48 + 40^\circ}{2}$ = 44°, den Werth eines Parallelgrades in Meilen, nach der Tafel (§. 12.), so ist solcher = 10,79 Meilen. Diesen multiplicire man in den Unterschied der Mittagskreise beyder Oerter, also hier in $\lambda$ = 10,2, so kömmt zum Produkt 110,058 Meilen, oder ohngefähr 110 Meilen. Diese fasse man von dem Maaßstabe der geographischen Meilen (5) ab, und trage sie von d nach $\gamma$, fasse nunmehr mit einem Zirkel die Weite a$\gamma$, und messe sie auf dem erwähnten Meilenmaaßstabe, so ist dies die wahre Entfernung der beyden Oerter a und g, wie aus (§. 17. 9.) nach einigem Nachdenken hinlänglich klar ist.

8. Durch Hülfe der Tafel (§. 12.) und eines geradlinigten Meilenmaaßstabes kann demnach auf einem Netze, wie (Fig. XX.), die Distanz jeder zwey nicht allzuweit von einander entfernten Oerter gefunden werden, wenn es dabey nicht auf die größte Genauigkeit ankömmt.

bilden müßte, welche desto mehr von dem Cha
Meridiane AB abweichen würde, je mehr die w
ren Längen der Oerter, von denen auf der Cha
angegebenen, verschieden sind.

9. Solchergestalt kann ein jeder anderer M
ridian auf der Charte, durch genaue Bestimmung
der Längen der ihm benachbarten Oerter corrigi
werden. Sind keine solche Bestimmungen für d
übrigen Meridiane vorhanden, so erfahren sie al
eine gemeinschaftliche Correction, welche der de
Meridians AB gleich gesetzt werden muß, d.
wenn z. E. fk ein anderer Meridian auf der Char
wäre, so muß man auf den Parallelkreisen, welc
durch n, m, q, r, s gehen, von f nach $\nu$, vo
g nach $\mu$, von h nach $\varkappa$ u. s. w. so viel Minut
nehmen, als man von $\alpha$ nach n, von $\beta$ nach m
von $\gamma$ nach q u. s. w. findet, so erhält man st
des Meridians fk auf der Charte, den corrigirt
$\nu\mu\varkappa\rho\varsigma$.

10. Wäre lopwx ein Meridian, der sei
Correction nicht, wie der (9), von dem erste
nmqrs erhalten hätte, sondern für sich allein du
richtige Längen benachbarter Oerter gezeichnet w
den wäre, so erhellet, daß, wenn gleich z. E.
Bögen, wie nl, mo, rw u. s. w. von versch
dener Größe erscheinen, dennoch jeder dersel
ei

t), durch einen krummlinigten Zug zusam-
kann man die übrigen zwischen ns und lx
i Meridiane zeichnen, welche demnach eben-
urch eine Art von Interpolation, corrigirte
ne vorstellen.

. Soll nun z. E. eines beliebigen Orts i
e geographische Länge angegeben werden,
man von i bis an den nächsten Meridian
er Hand i, die Anzahl von Minuten auf
rallel durch i, und addire solche zu dem
er Länge, dem der erwähnte Meridian ns
, so hat man gefunden, was man verlangte.

. So wie man auf diese Art, vermittelst
gezogenen Meridiane, die corrigirte Länge
en Orts auf einer Hülfscharte bestimmen
bedarf es keiner weitern Erläuterung, wie

§. 26.

Da bei der Entwerf[illegible] keiner leichte[illegible] gebraucht
Grade auf den Paralle[illegible], zum Eintrage[illegible]
gleich genommen word[illegible] Breiten, bey V[illegible]
im Ve[illegible]hältnisse de[illegible] bedienen können, [illegible]
Pol[illegible] abnehm[illegible] wird man das davon beyg[illegible]
n[illegible] [illegible]mahl[illegible] [illegible]ßig halten. Jetzt werde
[illegible]eybehaltung der Bedingu[illegible]
[illegible] Parallelen durch gerade
werden sollen, ein Netz sich en[illegible]
[illegible] die hineingezeichneten Länder
[illegible] auf der Kugel ähnlicher, als [illegible]
Entwerfungsart, darstellt.

§. 27.

Aufgabe. Ein Netz nach de[illegible]
[illegible]ngungen §. 5. II. zu entwerfen.

Aufl. 1. Die Ursache, warum d[illegible]
werfungsart (§. 23.) die Figur der Lä[illegible]
sehr verunstaltet, ist, weil die Grade [illegible]
Parallelen, denen auf den Meridianen gl[illegible]
nommen worden sind, da sie doch auf der
nach den Polen zu, immer kleiner werden
zwar im Verhältnisse der Cosinusse ihrer
phischen Breiten.

ı (wo bm, mn, ebenfalls Grade bedeuten),
ches der Ort t, und so alle übrigen, welche
n Felde pqrs des corrigirten Netzes der
harte (Fig. XXII.) liegen, eingetragen
i sollte, so darf man nur das Viereck bmnc,
seine Meridiane und Parallelen, auf eine
e Art, z. E. von 5 zu 5 Minuten, einthei-
ie in (13) das Viereck pqrs durch die sei-
ingetheilt wurde, und nun nach dem Augen-
in die Fächer des Vierecks bcmn, dasjenige
nißmäßig nach Länge und Breite hineinzeich-
das man in den entsprechenden Fächern des
s pqrs vorfindet. So kann man für die
Vierecke ebenfalls verfahren, und sich auf
Art mit mehr Einsicht und Kenntniß, der
harten bedienen, als es vielleicht von vielen

wird, muß auch sogleich der Nahme desselben beygeschrieben werden. Dies geschieht aber nicht gleich mit Tusche (weil man den schicklichsten Platz für den Nahmen nicht eher erhält, als bis mehrere Oerter neben einander eingetragen worden sind), sondern bloß mit einem Bleistift, den man erforderlichen Falles wieder wegreiben kann. So müssen nun auch die Nahmen der Herrschaften und Bezirke, so wie der vorzüglichsten Flüsse und dergleichen, eingeschrieben werden, wo man sich denn, nach Verhältniß der Wichtigkeit dieses oder jenen Gegenstandes, größerer oder kleinerer Schrift bedient, wie man am besten auf einer jeden Charte sehen kann.

2. Flüsse von Erheblichkeit werden stärker gezeichnet, als einzelne Bäche, und nur die erstern bekommen ihre Nahmen, damit die Charte nicht zu sehr mit Schrift überladen werde. Waldungen, Gebürge, Heerstraßen, Gränzen u. dergl. werden nur im Allgemeinen bemerkt, es müßten denn die Charten sehr ins Detail gehen, und also nach einem sehr großen Meilenmaaße gezeichnet seyn, in welchem Falle man denn freylich mehr Sorgfalt auf die richtige Zeichnung solcher Dinge verwenden kann. Vestungen, Städte, Flecken, Dörfer, Mühlen, Schlösser u. dgl. bequem von einander unter-

Ringelchen, in dessen Mittelpunkte man sich
derselben vorstellen muß, angezeigt. Die Nah-
men deutlich, und der Ortsbeschreibung
angetragen werden. Gränzen werden durch
Pünktchen angezeigt, und nur die Haupt-
dürfen illuminirt werden, damit die Charte
buntscheckigt ausfalle. Die Bedeutung der
wird an dem Rande der Charte ebenfalls
gt. Einzelne Distrikte ganz zu illuminiren,
öthig, wenn nur die Gränzen deutlich ange-
ch. Will man indessen ganze Distrikte mit
überlegen, so muß es so schwach, als mög-
eschehen, damit die Charte kein häßliches
en bekomme, und das Aufsuchen der Oerter
dick aufgetragene Farben nicht erschwert

eines geradlinigten Meilenmaaßstabes sich die 
zen der Oerter, zumahl wenn sie weit von
der liegen, vollkommen richtig bestimmen 
weil auf keiner ebenen Fläche, dergleiche
Papier vorstellt, die Distanzen völlig den n
auf der Kugel entsprechen können. Indessen
es Entwerfungsarten, wo die Distanzen, 
telst eines einfachen geradlinigten Meilenma
bes, sich noch immer mit erträglicher Gena
geradezu messen lassen, und da ist es denn
theilhaft, einen solchen Maaßstab sowohl f
geographischen Meilen, als auch noch für ve
dene andere, der Charte beyzufügen.

4. Die wahre Entfernung eines Ort
der Charte von einem andern zu finden, muß
nach (§. 14.) eigentlich einen sphärischen Tri
der sich aus den geographischen Breiten 
Oerter, und dem Unterschiede ihrer Mittage
ergiebt, auflösen. Dies ist nun insbesonder
bey der Entwerfungsart (§. 23.) nöthig,
diese von der Beschaffenheit ist, daß die Dist
auf ihr merklich von den wahren auf der 
verschieden sind, sobald als beyde Oerter ni
einerley Mittagskreise liegen. — Gesetzt au
Netze (Fig. XX.) seyen a und g ein paar
ter, deren Mittagskreise gu und Md um λ

hieden seyen. Die Differenz der Breiten
Oerter, oder das Stück ad des Meridians
von a bis an den Parallel durch g, sey
Graden, d. h. $= \mu$ solcher Theile, wie ab,
deren jeder einen Grad bedeute. Weil nun
ade auf den Parallelen, bey dieser Entwer-
art, denen auf den Meridianen gleich genom-
worden sind, so wird auf der Charte das
gd des Parallels durch g $= \lambda \, . \, M$, und
tück ad des Meridians $= \mu \, . \, M$, wenn M
Werth eines solchen Theiles, wie ab, oder
Grades, in einem beliebigen Längenmaaße
ickt. Also in dem rechtwinklichten Dreyecke gda,
stanz ag beyder Oerter $= M \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$.
5. Will man nun z. E. M in geographi-
Meilen ausdrücken, so ist nach dem Mei-
aßstabe, worauf eine Länge, wie ab, oder
s. w. $=$ 15 solcher Meilen ist, die Distanz
f der Charte gemessen, $= 15 . \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)}$
Meilen, welches von der wahren Formel
4. III. F.), oder auch nur von der approxi-
(§. 17. 6.), immer um etwas sehr erheb-
verschieden seyn wird, ausser nur in dem
wenn $\lambda = 0$, d. h. beyde Oerter in
y Mittagskreise liegen, da denn beyde
ln mit einander übereinstimmen. Es kann

dem-

demnach auf einer Charte, wie die bish trachtete, keine Distanz zweyer Oerter, und g, geradezu durch einen geradli Meilenmaaßstab gemessen werden, sondern muß sie trigonometrisch nach (§. 14.) berechn

6. Da aber wohl die wenigsten, welc mit Landcharten abgeben, die Mühe einer s Berechnung übernehmen werden, — auch i meisten Fällen die größte Genauigkeit in B mung der Distanzen gar nicht erforderlich is ja ohnehin die Wege von einem Orte zu andern, nicht allemahl in der kürzesten Linie, in einem Bogen eines größten Kreises gehe ist es hinlänglich, statt dieser Rechnung bloß Construction, wie die obige (§. 16.), anzuwe

7. Wenn indessen der Unterschied der tagskreise und Breiten zweyer Oerter nicht 10 bis 15 Grade beträgt, so kann man auf e Netze, wie (Fig. XX.), die Distanz der be Oerter auch auf folgende Art finden. Man auf dem Parallel dg erstlich von d nach g, Grade und Minuten des Unterschiedes beyder tagskreise, und drücke die Minuten durch Deci theile von Graden aus. — Ich will setzen, habe gd = $\lambda$ = 10°,2 gefunden. Nun

an für die mittlere geographische Breite zwischen und d, d. h. wenn die geographische Breite von $= 40^\circ$, von d $= 48$ wäre, so suche man für die geographische Breite $= \frac{48 + 40^\circ}{2} = 44^\circ$, den Werth eines Parallelgrades in Meilen, nach der Tafel (§. 12.), so ist solcher $= 10{,}79$ Meilen. Diesen multiplicire man in den Unterschied der Mittagskreise beyder Oerter, also hier in $\lambda = 10{,}2$, so kömmt zum Produkt 110,058 Meilen, oder ohngefähr 110 Meilen. Diese fasse man von dem Maaßstabe der geographischen Meilen (5) ab, und trage sie von d nach $\gamma$, fasse nunmehr mit einem Zirkel die Weite $a\gamma$, und messe sie auf dem erwähnten Meilenmaaßstabe, so ist dies die wahre Entfernung der beyden Oerter a und g, wie aus (§. 17. 9.) nach einigem Nachdenken hinlänglich klar ist.

8. Durch Hülfe der Tafel (§. 12.) und eines geradlinigten Meilenmaaßstabes kann demnach auf einem Netze, wie (Fig. XX.), die Distanz jeder zwey nicht allzuweit von einander entfernten Oerter gefunden werden, wenn es dabey nicht auf die größte Genauigkeit ankömmt.

§. 26.

§. 26.

Da bei der Entwerfungsart (§. 23.) die Grade auf den Parallelen denen des Meridians gleich genommen worden sind, da sie doch eigentlich, im Verhältnisse des Cosinus der Breite, nach dem Pole zu abnehmen müssen, so sieht man leicht, daß nicht einmahl ein kleines Stück der Erdfläche, in ein Netz wie ([illegible] c.) eingetragen, mit der wahren Figur [illegible] an der Kugel, übereinstimmen kann, und daß also überhaupt ein Land in diesem Netze, immer viel zu breit nach seiner Ausdehnung von Osten nach Westen zu ausfallen muß. Diese Verunstaltung wird desto größer seyn, je weiter das Land nach dem Pole zu liegt. Um den Aequator herum, wo die Grade der Parallelen weniger von denen der Meridiane verschieden sind, ist die Verunstaltung geringer, daher ein Land, wie z. E. Africa, in ein solches Netz eingetragen, sich noch so ziemlich gut ausnimmt. Indessen hat doch diese Entwerfungsart, ausser der Bequemlichkeit ihrer Construction, den Vortheil, daß sich die Längen und Breiten der Oerter sowohl leicht eintragen, als auch wieder abnehmen lassen, und daß die Meridiane auf den Parallelen senkrecht stehen, wie auf der Kugel. Auch läßt sich der Flächeninhalt eines Landes auf einem Netze di

Ar.

nach dieser Entwerfungsart gezeichnet, hlich weil die Verfertiger sich der Kürze bedienen wollen. Solche Charten können ülfscharten, am vortheilhaftesten zu Ent- ig anderer, bey denen man mehr auf das Verhältniß der Theile sieht, gebraucht , weil sich so leicht die geographischen und Breiten der Oerter darauf bestimmen da dies hingegen auf andern Netzen, deren iane und Parallelen nicht durch gerade Linien det sind, schon beschwerlicher ist. Auch rt endlich diese Verzeichnungsart noch den ern Vortheil, daß eine gerade Linie von Orte dieses Netzes zu einem andern, leridiane alle unter gleichgroßen Winkeln hneidet, welches vorzüglich den Schiffern quem ist, wie ich in der Folge zeigen werde.

zur Verzeichnung neuer Charten gebraucht
sondern auch Reisende sich keiner leichte
bequemern Entwerfungsart, zum Eintrage
graphischer Längen und Breiten, bey V
nung der Reiserouten bedienen können,
bisherigen, so wird man das davon beyg
nicht für überflüßig halten. Jetzt werde
gen, wie mit Beybehaltung der Bedingun
Meridiane und Parallelen durch gerade
abgebildet werden sollen, ein Netz sich en
läßt, welches die hineingezeichneten Länder
Originale auf der Kugel ähnlicher, als d
herige Entwerfungsart, darstellt.

§. 27.

**Aufgabe. Ein Netz nach de bingungen §. 5. II. zu entwerfen.**

Aufl. 1. Die Ursache, warum di
werfungsart (§. 23.) die Figur der Län
sehr verunstaltet, ist, weil die Grade a
Parallelen, denen auf den Meridianen gle
nommen worden sind, da sie doch auf der
nach den Polen zu, immer kleiner werden
zwar im Verhältnisse der Cosinusse ihrer g
phischen Breiten.

ten Meridiane MN (Fig. XXIII. T. II.)
sten wieder Grade, und die durch die Theil.
senkrecht auf MN gezogenen Linien stellten
rallelkreise vor, deren hier von M nach N,
gen worden sind, wenn ich z. B. wieder,
: (§. 23.) setze, daß das zu verzeichnende
zwischen dem 40ten und 45ten Grad der
fallen, und folglich das Perpendikel AB
M den Parallel durch den 40ten Grad der
, und CD durch N den Parallel durch den
Grad der Breite vorstellen soll.

. Man theile einen Grad des Meridians,
Ia., in 15 gleiche Theile, so erhält man die
phischen Meilen, und NM würde dann
m einen Maaßstab von 5. 15 oder 75 solcher
vorstellen.

Nun nehme man auf einen der gezogenen

5. Gesetzt auf dem Parallel durch a, also h durch den 41ten Grad der Breite, und auf d durch q, den 43ten Grad der Breite, sollten Theile, wie aI; I. II; ꝛc. q 1; 1. 2; ꝛc., we Grade vorstellen, in ihrem gehörigen Verhältn zu den Meridiangraden stehen. Weil nun, n der Tafel (§. 12.) unter dem 41ten Grad Breite, ein Par d 11,321 Meilen, un dem 43ten aber 10,97 Meilen beträgt, so f man die Werthe dieser Parallelgrade von dem M lenmaaßstabe NM (3) ab, und trage sie au in I, II, III ꝛc., und aus q in 1, 2, 3 rechts und links des durch die Mitte der Ch gezogenen Meridians MN, so daß aI = I. = II. III = 11,321 M. und q 1 = 1 = 2. 3 = 10,97 Meilen werde, und z nun durch die correspondirenden Punkte I, 1; 2; ꝛc. gerade Linien bis an die äussersten Parall AB, CD, so werden solche, als Meridiane, u die übrigen Parallelen in ihre Grade eintheil und das ganze Netz vollenden, in welches man Land eintragen kann. Begreiflich werden auf je Parallel nicht mehr Grade abgesetzt, als zwisc so vielen ohngefähr das zu verzeichnende Land e halten ist. Um die Grade der Länge und Br zählen zu können, so werden durch A und B e

IN noch ein paar Linien gleichlaufend gezo-
neben die man Zahlen für die Grade der
, so wie neben AB, CD, diejenigen für die
der Länge (hier z. E. vom 27ten bis 33ten)
ibt.

. Da auf einem Maaßstabe, wie Ma,
ian gewöhnlich auch irgendwo zur Seite der
besonders verzeichnet) die Theilchen, welche
vorstellen, meistens schon sehr klein aus-
so können die Hunderttheilchen von Meilen
Abfassen und Auftragen der Parallelgrade,
, I, II ꝛc. wohl nur nach dem Augenmaaße
t werden. Die Tausendtheilchen werden
egfallen: oft werden schon die Hunderttheil-
merklich seyn. Wenn indessen der Werth
Parallelgrades, wie aI, mehreremahle neben
r hingetragen wird, so kann es geschehen,
ı kleiner Fehler im Abfassen eines solchen
sich anhäuft, und das Ganze merklich feh-
macht. Man verfährt daher genauer, wenn
ıf dem Parallel durch a erstlich einen Grad,
,32 Meilen (4), aus a in I, dann zwey
also 2. 11,32 oder 22,64 Meilen, aus a
hierauf den Werth von 3 Graden, oder
32 = 33,96 Meilen, aus a in III, u. s. w.
und solchergestalt die einzeln Grade nicht

 durch

voraussetzen, welches aber nur gilt, wenn
Theile auf einer geraden Linie, w
neben einander hinzutragen sind. Wie bey
tragen solcher Theile auf einen Kreis
zu verfahren sey, daß das Ganze richtig a
werde ich in der Folge weisen.

8. Einen Ort nunmehr, dessen geogr
Länge z. E. 28°. 30′ und Breite = 41°.
geben wäre, in das Netz (Fig. XXIII.) ei
gen, so ziehe man durch den Punkt x au
10 Minuten über dem 41ten Grad der Breit
Parallele mit AB, innerhalb des Viereckes
welches der Ort, nach Maaßgabe seiner Län
Breite fallen müßte. Hierauf nehme man a
zwischen dem 28ten und 29ten Grad der
so wie auch zwischen dergleichen auf CD,
und w ein paar Punkte, jeden um 30′ üb

chneidet, da wird der verlangte Ort hinfal- und so kann man jedem andern Orte seine ige Stelle in dem Netze anweisen, und, nach gung der übrigen in (§. 24.) gegebenen Vor- en, ein ganzes Land eintragen. Begreiflich i, zur Erleichterung dieser Arbeit, die Grade m Rande der Charte in kleinere Theile einge- seyn.

§. 28.

üge und Mängel dieser Entwerfungsart.

I. Die Vorzüge sind 1) daß die Parallelen Meridiane, als gerade Linien, keiner weit- gen Construction bedürfen. 2) Daß sich noch emlicher Leichtigkeit ein jeder Ort eintragen, olglich auch umgekehrt, wieder seine geogra- e Länge und Breite bestimmen läßt, wenn er iner Charte, nach dieser Entwerfungsart, geben wäre. 3) Daß die Vierecke, wie T. sehung ihrer Seiten, nicht so sehr von ihrem n Verhältnisse auf der Kugel abweichen, wie

relsten entfernt sind, und daß folglich die Vi
wie T, zwar in Ansehung der Seiten, sich s
lich wie die entsprechenden auf der Kugel
ten, in den Winkeln aber desto mehr davon
chen, je weiter sie nach dem Rande AC ob
der Charte zu liegen kommen, da hingegen
der Kugel alle rechtwinklicht sind. Indesse
det diese Abweichung der Aehnlichkeit des
weniger, als wenn die Vierecke, wie in (
rechtwinklicht sind, die Seiten derselben
sehr, wie dort, von ihrem wahren Verh
auf der Kugel abweichen, und es kann dahe
Entwerfungsart immer sehr vortheilhaft zu
ten mäßig großer Länder angewandt werden
daß die Figur derselben zu sehr verunstaltet w

III. Endlich haben auch nur diejenig
rallelkrade, wie aI; I. II; rc. a I; I.

. Es seyen überhaupt W, Q, (Fig. XXIV.)
igen Punkte des mittelsten Meridians MN,
elche die Parallelgrade WK, QR in ihrem
en Verhältnisse gegen einen Grad des Meri-
MN genommen worden sind; die geographi-
Breite von Q sey $= \alpha$, von W $= \beta$, und
rad des Meridians MN sey in Meilen $=$ M,
QR $=$ M cos $\alpha$; WK $=$ M cos $\beta$.

2. Hat man nun die gerade Linie RK gezo-
und solche bis an die äussersten durch N und
ehenden Parallelen des Netzes verlängert, so
NS, ML die durch Zeichnung sich ergebenden
e dieser Parallelen. Heißt nun die geogra-
he Breite von N $= \delta$, von M $= \gamma$, so sollte
NS und ML ihr wahres Verhältniß hätten,
$=$ M cos $\delta$ und ML $=$ M cos $\gamma$ seyn.

§. 26.

Da bei der Entwerfungsart (§. 23.) die Grade auf den Parallelen denen des Meridians gleich genommen worden sind, da sie doch eigentlich, im Verhältnisse des Cosinus der Breite, nach dem Pole zu abnehmen müssen, so sieht man leicht, daß nicht einmahl ein kleines Stück der Erdfläche, in ein Netz wie ( [illegible] eingetragen, mit der wahren Figur [illegible] der Kugel, übereinstimmen kann, und [illegible] also überhaupt ein Land in diesem Netze, immer [illegible] breit nach seiner Ausdehnung von [illegible] ch Westen zu ausfallen muß. Diese Verunstaltung wird desto größer seyn, je weiter das Land nach dem Pole zu liegt. Um den Aequator herum, wo die Grade der Parallelen weniger von denen der Meridiane verschieden sind, ist die Verunstaltung geringer, daher ein Land, wie z. E. Africa, in ein solches Netz eingetragen, sich noch so ziemlich gut ausnimmt. Indessen hat doch diese Entwerfungsart, ausser der Bequemlichkeit ihrer Construction, den Vortheil, daß sich die Längen und Breiten der Oerter sowohl leicht eintragen, als auch wieder abnehmen lassen, und daß die Meridiane auf den Parallelen senkrecht stehen, wie auf der Kugel. Auch läßt sich der Flächeninhalt eines Landes auf einem Netze dieser

Art

hey

Sinus totus 1 anzunehmen

ng ω + M dx sin x.
x tang ω dieses Diffe-
(x — α) tang ω und
= 15) Grade be-
ential dx in dem
s Gradtheilchen.
in dem Gliede
euten; da nun aber
Sinus totus 1 angen.
(Kästners Geom. 44. S.
dx in dem Gliede M dx sin x,
nen = dx . 0,01745329, welches
dx nennen will. Also hat man
y = − M dx tang ω + M ε dx sin x.
eses muß man nun = 0 setzen, um den Werth
t x zu finden, für welchen y ein Maximum
d. Wenn dies geschieht, so findet sich

$$\sin x = \frac{\tan \omega}{\varepsilon} = \frac{\tan \omega}{0{,}01745..}$$

tang ω durch α und β gegeben ist (I).

VI. Exemp. Gesetzt unter dem 60ten und
Grad der Breite, also für α = 60° und β =
seyen die Grade QR und KW in ihrem
en Verhältnisse genommen worden, so hat man.

ners Geom. 4r Th.

zur Verzeichnung neuer Charten gebraucht w
sondern auch Reisende sich keiner leichtern
bequemern Entwerfungsart, zum Eintragen
graphischer Längen und Breiten, bey Ve
nung der Reiserouten bedienen können, al
bisherigen, so wird man das davon beygeb
nicht für überflüßig halten. Jetzt werde ic
gen, wie mit Beybehaltung der Bedingung
Meridiane und Parallelen durch gerade
abgebildet werden sollen, ein Netz sich entn
läßt, welches die hineingezeichneten Länder
Originale auf der Kugel ähnlicher, als di
herige Entwerfungsart, darstellt.

§. 27.

**Aufgabe.** Ein Netz nach den
dingungen §. 5. II. zu entwerfen.

Aufl. 1. Die Ursache, warum die
werfungsart (§. 23.) die Figur der Länd
sehr verunstaltet, ist, weil die Grade au
Parallelen, denen auf den Meridianen gleic
nommen worden sind, da sie doch auf der K
nach den Polen zu, immer kleiner werden,
zwar im Verhältnisse der Cosinusse ihrer ge
phischen Breiten.

2

Um also die Vierecke des Netzes, und
rich die hineingezeichneten Länder, der
mäßer zu erhalten, so setze man, die
Theile auf dem durch die Mitte der Charte
Meridiane MN (Fig. XXIII. T. II.)
t wieder Grade, und die durch die Theil-
nkrecht auf MN gezogenen Linien stellten
lelkreise vor, deren hier von M nach N,
worden sind, wenn ich z. B. wieder,
§. 23.) setze, daß das zu verzeichnende
schen dem 40ten und 45ten Grad der
llen, und folglich das Perpendikel AB
den Parallel durch den 40ten Grad der
nd CD durch N den Parallel durch den
ad der Breite vorstellen soll.

Man theile einen Grad des Meridians,
, in 15 gleiche Theile, so erhält man die
schen Meilen, und NM würde dann
einen Maaßstab von 5. 15 oder 75 solcher
orstellen.

Nun nehme man auf zwey der gezogenen
t, die Theile, welche Grade bedeuten
ihrem gehörigen Verhältnisse, zu den
graden auf MN, so kann man alsdann
en Meridiane ausziehen, und das Netz

endlich für den Winkel ω, nach (I.)

$$\text{tang } \alpha = \frac{\cos 50^\circ - \cos 60^\circ}{10}$$

$$= \frac{0{,}6427876 - 0{,}5}{10}$$

$$= 0{,}01427876$$

also $\omega = 49'.\ 5''$. Ferner $\sin x = \frac{\text{tang } \omega}{0{,}01745 \ldots}$

$0{,}01427876 : 0{,}01745 \ldots = 0{,}818108$.

Also $x = 54^\circ.\ 54'$. Es erhellet also, daß der Punkt X, für welchen der Fehler in dem Grade ZX am größten ist, ohngefähr in die Mitte zwischen Q und W fällt. Ferner hat man für die Entfernung PQ, oder A (II.)

$$\log M = \log 15 = 1{,}1760913$$

$$\log \cos \alpha = l \cos 60^\circ = 9{,}6989700$$

$$10{,}8750613$$

$$l \text{ tang } \omega = 8{,}1546828$$

$$\log A = 2{,}7203785$$

Also A = 525,2 Meilen.

Welches beynahe 35 solcher Meridiangrade bringen würde, als zwischen Q und W, 10 sich befinden.

Für den Fehler in dem Parallelgrade ZX selbst hat man, nach (V.), das dortige $x = 54^\circ\ 54'$

=

). Da auf einem Maaßstabe, wie Ma,
man gewöhnlich auch irgendwo zur Seite der
r besonders verzeichnet) die Theilchen, welche
n vorstellen, meistens schon sehr klein aus-
, so können die Hunderttheilchen von Meilen
Abfassen und Auftragen der Parallelgrade,
I, I, II ꝛc. wohl nur nach dem Augenmaaße
zt werden. Die Tausendtheilchen werden
vegfallen: oft werden schon die Hunderttheil-
unmerklich seyn. Wenn indessen der Werth
Parallelgrades, wie aI, mehreremahle neben
ıer hingetragen wird, so kann es geschehen,
in kleiner Fehler im Abfassen eines solchen
s sich anhäuft, und das Ganze merklich feh-
l macht. Man verfährt daher genauer, wenn

durch das Nebeneinandertragen desselben, s
durch das Auftragen ihrer Vielfachen aus
und demselben Punkte, wie a, erhält

7. Bey dieser Art des Abtragens ist
Anhäufung von Fehlern zu besorgen, und ich
daher dies Verfahren allemahl in ähnlichen
voraussetzen, welches aber nur gilt, wenn m
Theile auf einer geraden Linie, wie
neben einander hinzutragen sind. Wie beym
tragen solcher Theile auf einen Kreisb
zu verfahren sey, daß das Ganze richtig au
werde ich in der Folge weisen.

8. Einen Ort nunmehr, dessen geograp
Länge z. E. 28°. 30′ und Breite = 41°. 10
geben wäre, in das Netz (Fig. XXIII.) ein
gen, so ziehe man durch den Punkt x auf
10 Minuten über dem 41ten Grad der Breite,
Parallele mit AB, innerhalb des Viereckes T
welches der Ort, nach Maaßgabe seiner Läng
Breite fallen müßte. Hierauf nehme man auf
zwischen dem 28ten und 29ten Grad der Lä
so wie auch zwischen dergleichen auf CD, b
und w ein paar Punkte, jeden um 30′ über
28ten Grad der Länge hinaus, und lege an u
w ein Linial. Wo solches bey y, innerhalb
Vierecke T, die vorhin mit AB gezogene Par

d

hneidet, da wird der verlangte Ort hinfal-
ınd so kann man jedem andern Orte seine
ge Stelle in dem Netze anweisen, und, nach
ung der übrigen in (§. 24.) gegebenen Vor-
n, ein ganzes Land eintragen. Begreiflich
, zur Erleichterung dieser Arbeit, die Grade
ı Rande der Charte in kleinere Theile einge-
seyn.

§. 28.

ige und Mängel dieser Entwerfungsart.

. Die Vorzüge sind 1) daß die Parallelen
Meridiane, als gerade Linien, keiner weit-
en Construction bedürfen. 2) Daß sich noch
mlicher Leichtigkeit ein jeder Ort eintragen,
lglich auch umgekehrt, wieder seine geogra-
Länge und Breite bestimmen läßt, wenn er
ner Charte, nach dieser Entwerfungsart,
eben wäre. 3) Daß die Vierecke, wie T.
ehung ihrer Seiten, nicht so sehr von ihrem
ı Verhältnisse auf der Kugel abweichen, wie
r Entwerfungsart (§. 23.), wo die Meri-
ınd Parallelgrade von gleicher Größe genom-
urden, und daß folglich 4) auch die Gestalt
in dieses Netz eingetragenen Landes weniger
von

wahren Figur auf der Kugel abweichen
s in (§. 23.) der Fall war.

Die Mängel sind aber, daß nur allein
lste Meridian MN auf den Parallelen
steht, die übrigen aber desto schiefer auf
allelen stehen, je weiter sie von dem mit-
tfernt sind, und daß folglich die Vierecke,
wie 1, ar i ung der Seiten, sich so ziem-
die en enden auf der Kugel verhal-
den aber esto mehr davon abwei-
ie n Rande AC oder BD
ere zu liegen kommen, da hingegen die auf
alle rechtwinklicht sind. Indessen scha-
det diese Abweichung der Aehnlichkeit des Ganzen weniger, als wenn die Vierecke, wie in (§. 23.) rechtwinklicht sind, die Seiten derselben aber so sehr, wie dort, von ihrem wahren Verhältnisse auf der Kugel abweichen, und es kann daher diese Entwerfungsart immer sehr vortheilhaft zu Charten mäßig großer Länder angewandt werden, ohne daß die Figur derselben zu sehr verunstaltet würde.

III. Endlich haben auch nur diejenigen Parallelgrade, wie aI; I. II; ꝛc. q 1; 1. 2; ꝛc., welche unmittelbar aufgetragen worden, ihr wahres Verhältniß gegen die Grade des mittelsten Meridians MN. Die Grade der übrigen Parallelen,

welche

. Es seyen überhaupt W, Q, (Fig. XXIV.)
igen Punkte des mittelsten Meridians MN,
welche die Parallelgrade WK, QR in ihrem
en Verhältnisse gegen einen Grad des Meri-
s MN genommen worden sind; die geographi-
Breite von Q sey $= \alpha$, von W $= \beta$, und
Grad des Meridians MN sey in Meilen = M,
QR = M cos $\alpha$; WK = M cos $\beta$.

2. Hat man nun die gerade Linie RK gezo-
und solche bis an die äussersten durch N und
gehenden Parallelen des Netzes verlängert, so
NS, ML die durch Zeichnung sich ergebenden
de dieser Parallelen. Heißt nun die geogra-
he Breite von N $= \delta$, von M $= \gamma$, so sollte
n NS und ML ihr wahres Verhältniß hätten,
= M cos $\delta$ und ML = M cos $\gamma$ seyn.

RQ : QP. Weil nun KY = KW — RQ = M (cos β — cos α) (1); und RQ = M cos α; ferner QW in Graden = der geographischen Breite von Q, weniger der von W, d. h. = α — β, folglich in Meilen = M (α — β) ist, so erhält man durch Substitution dieser Werthe in die angegebene Proportion, $QP = \frac{(\alpha - \beta)\cos\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha} . M$ in Meilen, und folglich PN = QP — QN = QP — M (δ — α), oder wenn man den Werth von QP substituirt,

$$PN = \frac{M(\delta - \beta)\cos\alpha - M(\delta - \alpha)\cos\beta}{\cos\beta - \cos\alpha}$$

4. Also SN = PN . tang P = PN tang KRY $= PN . \frac{KY}{RY} = \frac{PN . KY}{QW}$, oder, wenn man aus (3) die Werthe von PN; KY; QW substituirt,

$$SN = PN . \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta}, \text{ oder}$$

$$SN = \frac{M(\delta - \beta)\cos\alpha - M(\delta - \alpha)\cos\beta}{\alpha - \beta}$$

5. Eben so findet sich, wenn man statt δ, des Parallels ML geographische Breite γ setzt

$$ML = \frac{M(\gamma - \beta)\cos\alpha - M(\gamma - \alpha)\cos\beta}{\alpha - \beta}$$

 6. So

II. Wenn nun PQ = A gesetzt wird, so ist PQ tang $\omega$ = RQ = M cos $\alpha$, also

$$A = \frac{M \cos\alpha}{\text{tang}\,\omega} = \frac{M\,(\alpha - \beta) \cos\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha}$$

eine bekannte Grösse.

III. Durch die Grössen A und $\omega$ kann man nun die Fehler in den Graden SN und LM auch auf folgende Art ausdrücken.

Weil SN = PN tang $\omega$, und PN = PQ — QN = A — M ($\delta$ — $\alpha$), so ist SN = (A — M ($\delta$ — $\alpha$)) tang $\omega$, und folglich, da der wahre Werth von SN seyn müßte = M cos $\delta$, der Fehler

$$\text{in SN} = (A - M(\delta - \alpha))\,\text{tang}\,\omega - M \cos\delta.$$

Und auf eben die Art, statt $\delta$ nur die geographische Breite $\gamma$ des Parallels LM gesetzt, der Fehler

$$\text{in LM} = (A - M(\gamma - \alpha))\,\text{tang}\,\omega - M \cos\gamma.$$

IV. Ob diese beyden Fehler einander gleich oder ungleich ausfallen, hängt von den geographischen Breiten $\gamma$ und $\delta$ ab, unter denen die beyden Grade liegen. Sollten die Fehler einander gleich seyn, so würde, wie leicht einzusehen ist,

$$M\delta\,\text{tang}\,\omega + M \cos\delta = M\gamma\,\text{tang}\,\omega + M \cos\gamma$$

also

$$\frac{\cos\gamma - \cos\delta}{\delta - \gamma} = \text{tang}\,\omega$$

seyn

§. 30. (I) bekannt ist.

Noch einige Betrachtun… so beschaffen sind,
Entwerf… Genüge geschiehet, so

I. Man setze (… in den Graden SN und LPM, welcher ei… ungleich seyn. ω, und die Ent… fragen, für welchen Punkt X, Par… OR … also für welche geographische so hat … n dem zugehörigen Grade ZX …ausfällt. Dieser Punkt X wird …n Q und W fallen müssen, weil die … KW in ihrem wahren Verhältnisse …rden (§. 28. III. 3.), und also die …ben = o sind. — Man heiße dem… geographische Breite von X = x, so ist … wie in (III.) der Fehler.

$$\omega X = (A - M(x + a)) \tang \omega - M \cos x$$

… sucht x, damit dieser Ausdruck, den ich y nennen will, ein Maximum werde.

Die Differentialrechnung lehrt, daß man zu dieser Absicht den Ausdruck differenziiren, und sein Differential = o setzen müsse. Dies giebt dann eine Gleichung, woraus man das x finden kann.

Da nun in dem Ausdrucke y, bloß x die veränderliche Größe ist, so hat man wegen $d \cos x = - dx \sin x$ (Trig. S. XXX.), wo dx durch

Deci-

t, und zeigt, wie weit die Constructionsart
7.) ohne merklichen Fehler in der Ausübung
andt werden könne.

9. Freylich sind nun auch in einem Vierecke
T (Fig. XXIII.), selbst die Meridiangrade
mehr genau denen auf dem mittelsten Meri-
MN gleich, und jeder Grad auf einem Me-
ie, wie A 27, wird etwas größer, als 15
en seyn. Indessen muß die Schiefe der Me-
ie, wie A 27, schon beträchtlich seyn, wenn
Grade auf ihnen um etwas sehr beträchtliches
er, als die auf MN, ausfallen sollen. Man
daher in einem jeden Vierecke, wie T, die
nzen der Oerter noch immer ohne merklichen
er nach dem Meilenmaasstabe auf MN, mes-
und dies geht beynahe durch den ganzen Raum
Netzes ABCD an, wenn es sich nicht über 15
10 Grade der Länge und Breite erstreckt.

§. 29.

1. Zur Berechnung der Schiefe eines Meri-
s, wie z. E. SL (Fig. XXIV.), dienen
ende Betrachtungen.

2. Man setze jetzt, der Meridian SL stehe
$\lambda$ Grade von dem mittelsten MN ab, so daß
jetzt QR, $\lambda$ Grade des Parallels durch Q,

und

und folglich auch WK, $\lambda$ Grade des Parallels durch W enthalte, so wäre jetzt

$$QR = \lambda . M \cos\alpha$$

$$WK = \lambda . M \cos\beta$$

Demnach $KY = KW - QR = \lambda . M (\cos\beta - \cos\alpha)$

3. Ferner wie oben $QW = (\alpha - \beta) M = RY$. Demnach $\tan KRY = \tan P = \frac{KY}{RY} = \frac{\lambda (\cos\beta - \cos\alpha)}{\alpha - \beta}$. Diese Tangente ist auch der Cotangente des Neigungswinkels RKY des Meridians SL gegen die Parallelen des Netzes gleich.

4. Ex. Es sey der Unterschied der beyden Meridiane SL, MN also $\lambda = 5$ Grade; so ist, wenn man $\alpha$, $\beta$, wie oben (§. 28. III. 7.) nimmt, und $RKY = \vartheta$ setzt

$$\cot \vartheta = \frac{5 (\cos 55° - \cos 60°)}{5}$$

$$= \cos 55° - \cos 60° = 0{,}07357$$

also $\vartheta = 85°. 47'.$ beynahe.

Also weichet der Winkel, den der Meridian SL mit den Parallelen der Charte macht, um 4°, 13′ von 90° ab, wenn gleich SL nur um 5 Grad von MN absteht. Es erhellet hieraus, daß die Winkel in einem Vierecke, wie T, (Fig. XXIII.) sehr

)alb merklich schief werden, und von den
ı Winkeln des ihm entsprechenden Vierecks
:r Kugel abweichen. Indessen convergiren
ie geradlinigten Meridiane der Charte nach
gewissen Punkte P, wie die kreisförmigen
:r Kugel, nach dem Pole zu, wodurch das
Netz, wenn gleich die Vierecke, wie T
XXIII.), schiefwinklicht ausfallen, dennoch
:rmaaßen dem entsprechenden auf der Kugel
)er wird, als wenn, wie in (§. 23.), die
iane zwar auf den Parallelen senkrecht stehen,
arallelgrade aber so sehr, wie dort, von
wahren Verhältnisse auf der Kugel abwei-
— Man muß bedenken, daß es nach keiner
rfungsart auf dem Papiere möglich ist, alle
zungen eines Netzes auf der Kugelfläche zu
n, und daß man sich immer befriedigen
wenn die Abweichung von dem Originale
:ht gar zu groß ist. Die gegenwärtige Ver-
ıngsart gehört noch immer zu den erträgli-
und empfiehlt sich übrigens durch die Leich-
der Construction, wodurch sie auch zu Ab-
, wie (§. 26.), brauchbar wird.

§. 30.

[illegible]lich für den Winkel ω; nach (I.)

$$\text{tang}\ \alpha = \frac{\cos 50^\circ - \cos 60^\circ}{10}$$

$$= \frac{0{,}6427876 - 0{,}5}{10}$$

$$= 0{,}01427876$$

also $\omega = 49'.5''$. Ferner $\sin x = \dfrac{\text{tang}\ \omega}{0{,}01745..} =$
$0{,}01427876 : 0{,}01745.... = 0{,}818108.$
Also $x = 54^\circ.54'$. Es erhellet also, daß der Punkt X, für welchen der Fehler in dem Grade ZX am größten ist, ohngefähr in die Mitte zwischen Q und W fällt. Ferner hat man für die Entfernung PQ, oder A (II.)

$$\log M = \log 15 = 1{,}1760913$$
$$\log \cos \alpha = l \cos 60^\circ = 9{,}6989700$$
$$10{,}8750613$$
$$l\ \text{tang}\ \omega = 8{,}1546828$$
$$\log A = 2{,}7203785$$

Also A = 525,2 Meilen.

Welches beynahe 35 solcher Meridiangrade betragen würde, als zwischen Q und W, 10 sich befinden.

Für den Fehler in dem Parallelgrade ZX selbst hat man, nach (V.), das dortige $x = 54^\circ.54'$ =

t MN noch ein paar Linien gleichlaufend gezo-
n, neben die man Zahlen für die Grade der
eite, so wie neben AB, CD, diejenigen für die
ade der Länge (hier z. E. vom 27ten bis 33ten)
schreibt.

6. Da auf einem Maaßstabe, wie Ma,
en man gewöhnlich auch irgendwo zur Seite der
arte besonders verzeichnet) die Theilchen, welche
eilen vorstellen, meistens schon sehr klein aus-
len, so können die Hunderttheilchen von Meilen
ym Abfassen und Auftragen der Parallelgrade,
e aI, I, II ꝛc. wohl nur nach dem Augenmaaße
schätzt werden. Die Tausendtheilchen werden
nz wegfallen: oft werden schon die Hunderttheil-
en unmerklich seyn. Wenn indessen der Werth
nes Parallelgrades, wie aI, mehreremahle neben
nander hingetragen wird, so kann es geschehen,
ß ein kleiner Fehler im Abfassen eines solchen
rades sich anhäuft, und das Ganze merklich feh-
haft macht. Man verfährt daher genauer, wenn
an auf dem Parallel durch a erstlich einen Grad,
so 11,32 Meilen (4), aus a in I, dann zwey
rade, also 2. 11,32 oder 22,64 Meilen, aus a
II, hierauf den Werth von 3 Graden, oder
. 11,32 = 33,96 Meilen, aus a in III, u. s. w.
igt, und solchergestalt die einzeln Grade nicht

durch das Nebeneinandertragen desselben,
durch das Auftragen ihrer Vielfachen aus
und demselben Punkte, wie a, erhält

7. Bey dieser Art des Abtragens i
Anhäufung von Fehlern zu besorgen, und ich
daher dies Verfahren allemahl in ähnlichen
voraussetzen, welches aber nur gilt, wenn
Theile auf einer geraden Linie, wi
neben einander hinzutragen sind. Wie bey
tragen solcher Theile auf einen Kreis
zu verfahren sey, daß das Ganze richtig a
werde ich in der Folge weisen.

8. Einen Ort nunmehr, dessen geogra
Länge z. E. 28°. 30′ und Breite = 41°. 1
geben wäre, in das Netz (Fig. XXIII.) ei
gen, so ziehe man durch den Punkt x auf
10 Minuten über dem 41ten Grad der Breit
Parallele mit AB, innerhalb des Viereckes
welches der Ort, nach Maaßgabe seiner Län
Breite fallen müßte. Hierauf nehme man au
zwischen dem 28ten und 29ten Grad der
so wie auch zwischen dergleichen auf CD,
und w ein paar Punkte, jeden um 30′ übe
28ten Grad der Länge hinaus, und lege an
w ein Linial. Wo solches bey y, innerhal
Vierecke T, die vorhin mit AB gezogene Pa

schneidet, da wird der verlangte Ort hinfo
und so kann man jedem andern Orte sei
:ige Stelle in dem Netze anweisen, und, na
lgung der übrigen in (§. 24.) gegebenen Vo
ten, ein ganzes Land eintragen. Begreifli
n, zur Erleichterung dieser Arbeit, die Grade
:m Rande der Charte in kleinere Theile eing
seyn.

§. 28.

züge und Mängel dieser Entwerfungsart.

I. Die Vorzüge sind 1) daß die Parallelen
Meridiane, als gerade Linien, keiner weit-
gen Construction bedürfen. 2) Daß sich noch
iemlicher Leichtigkeit ein jeder Ort eintragen,
'olglich auch umgekehrt, wieder seine geogra-
ie Länge und Breite bestimmen läßt, wenn er
:iner Charte, nach dieser Entwerfungsart,
geben wäre. 3) Daß die Vierecke, wie T.
sehung ihrer Seiten, nicht so sehr von ihrem
en Verhältnisse auf der Kugel abweichen, wie
er Entwerfungsart (§. 23.), wo die Meri-
und Parallelgrade von gleicher Größe genom-
wurden, und daß folglich 4) auch die Gestalt
in dieses Netz eingetragenen Landes weniger
von

von seiner wahren Figur auf der Kugel abweichen wird, als in (§. 23.) der Fall war.

II. Die Mängel sind aber, daß nur allein der mittelste Meridian MN auf den Parallelen senkrecht steht, die übrigen aber desto schiefer auf den Parallelen stehen, je weiter sie von dem mittelsten entfernt sind, und daß folglich die Vierecke, wie T, zwar in Ansehung der Seiten, sich so ziemlich wie die entsprechenden auf der Kugel verhalten, in den Winkeln aber desto mehr davon abweichen, je weiter sie nach[illegible]n Rande AC oder BD der Charte zu liegen kommen, da hingegen die auf der Kugel alle rechtwinklicht sind. Indessen schadet diese Abweichung der Aehnlichkeit des Ganzen weniger, als wenn die Vierecke, wie in (§. 23.) rechtwinklicht sind, die Seiten derselben aber so sehr, wie dort, von ihrem wahren Verhältnisse auf der Kugel abweichen, und es kann daher diese Entwerfungsart immer sehr vortheilhaft zu Charten mäßig großer Länder angewandt werden, ohne daß die Figur derselben zu sehr verunstaltet würde.

III. Endlich haben auch nur diejenigen Parallelgrade, wie aI; I. II; rc. q 1; 1. 2; rc., welche unmittelbar aufgetragen worden, ihr wahres Verhältniß gegen die Grade des mittelsten Meridians MN. Die Grade der übrigen Parallelen,

e sich aber durch Zeichnung ergeben haben,
. E. die auf den Parallelen durch 40, 42,
45, werden nur beynahe in dem wahren
ältnisse der Cosinusse der Breiten abnehmen.
viel der Fehler betragen kann, werden fol-
Betrachtungen lehren.

. Es seyen überhaupt W, Q, (Fig. XXIV.)
igen Punkte des mittelsten Meridians MN,
welche die Parallelgrade WK, QR in ihrem
en Verhältnisse gegen einen Grad des Meri-
s MN genommen worden sind; die geographi-
Breite von Q sey $= \alpha$, von W $= \beta$, und
Grad des Meridians MN sey in Meilen $=$ M,
QR $=$ M $\cos \alpha$; WK $=$ M $\cos \beta$.

2. Hat man nun die gerade Linie RK gezo-
und solche bis an die äussersten durch N und
gehenden Parallelen des Netzes verlängert, so
NS, ML die durch Zeichnung sich ergebenden
de dieser Parallelen. Heißt nun die geogra-
he Breite von N $= \delta$, von M $= \gamma$, so sollte
n NS und ML ihr wahres Verhältniß hätten,
$=$ M $\cos \delta$ und ML $=$ M $\cos \gamma$ seyn.

3. Nun ist aber, wenn man LS verlängert,
sie bey P in die verlängerte MN einschneidet,
dann RY gleichlaufend mit MN zieht, erstlich
: RY $=$ RQ : QP, oder KY : QW $=$

RQ

RQ : QP. Weil nun KY = KW — RQ = M ( cos$\beta$ — cos$\alpha$ ) (1); und RQ = M cos$\alpha$; ferner QW in Graden = der geographischen Breite von Q, weniger der von W, d. h. = $\alpha - \beta$, folglich in Meilen = M ($\alpha - \beta$) ist, so erhält man durch Substitution dieser Werthe in die angegebene Proportion, $QP = \frac{(\alpha - \beta) \cos\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha} . M$ in Meilen, und folglich PN = QP — QN = QP — M ($\delta - \alpha$), oder wenn man den Werth von QP substituirt,

$$PN = \frac{M(\delta - \beta)\cos\alpha - M(\delta - \alpha)\cos\beta}{\cos\beta - \cos\alpha}$$

4. Also SN = PN . tang P = PN tang KRY $= PN . \frac{KY}{RY} = \frac{PN . KY}{QW}$, oder, wenn man aus (3) die Werthe von PN; KY; QW substituirt,

$$SN = PN . \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta}, \text{ oder}$$

$$SN = \frac{M(\delta - \beta)\cos\alpha - M(\delta - \alpha)\cos\beta}{\alpha - \beta}$$

5. Eben so findet sich, wenn man statt $\delta$, des Parallels ML geographische Breite $\gamma$ setzt

$$ML = \frac{M(\gamma - \beta)\cos\alpha - M(\gamma - \alpha)\cos\beta}{\alpha - \beta}$$

6. So viel nun diese Werthe SN, ML, [vo]n den wahren, nemlich SN = M cos $\delta$ und [M]L = M cos $\gamma$, abweichen, so viel beträgt der [Fe]hler, der bey dieser Zeichnungsart in den äusser[ste]n Parallelen SN und ML des Netzes entstehen [ka]nn.

7. Um durch ein Beyspiel den Fehler zu be[re]chnen, so seyen z. E.

die geographischen Breiten von M = 50° = $\gamma$

. . . . . W = 55 = $\beta$

. . . . . Q = 60 = $\alpha$

. . . . . N = 65 = $\delta$

[s]o ist $\alpha - \beta = \delta - \alpha = 5°$; $\delta - \beta = 10°$, [$\gamma$] $- \alpha = - 10°$; $\gamma - \beta = - 5°$, folglich, [w]enn man M (weil alles durch Grade ausge[d]rückt ist) = 15 Meilen setzt.

$$SN = 15 \cdot \frac{10 \cos 60° - 5 \cdot \cos 55°}{5}$$

$$= 15 \, (2 \cos 60° - \cos 55°)$$

Nun ist für den Halbmesser 1; cos 60° = [si]n 30° = 0,5 und cos 55° = 0,57357 also

$$SN = 15 \cdot 0{,}42643 = 6{,}3964 \text{ geogr. M.}$$

[u]nd nach einer ähnlichen Rechnung

$$LM = 15 \cdot \frac{-5 \cdot \cos 60° + 10 \cos 55°}{5}$$

$$= 15 \, (- \cos 60° + 2 \cos 55°) = 9{,}7071 \text{ M.}$$

Wären

Wären nun SN und LM in ihrem gehörigen Verhältnisse, wie auf der Kugel, so müßte nach der Tafel (§. 12.) SN = 6,339; LM = 9,642 Meilen seyn. Also beträgt der Fehler für SN, wenn ich blos bis auf Tausendtheilchen gehe, 0,057 Meilen, oder um so viel fällt SN in der Zeichnung größer aus, als das wahre SN der Tafel (§. 12.). Hingegen ist der Fehler von LM = 0,065, um so viel ist ebenfalls das LM der Zeichnung größer, als das wahre.

8. Man sieht hieraus, daß innerhalb MN = 15 Graden der Breite, der Fehler sich ohngefähr auf 6 bis 7 Hunderttheilchen einer geograph. Meile belaufen kann, wenn nemlich die geographische Breite von M = 50 Grad ist, also das Netz sich vom 50ten bis zum 65ten Grad der Breite erstreckte, und die Punkte Q und W, für welche QR und WK in ihrem wahren Verhältnisse genommen wurden, unter dem 60ten und 55ten Grad der Breite lägen. Da jener Fehler von 6 Hunderttheilchen einer Meile, 18 mahl genommen, etwas über eine Meile ausmacht, so erhellet, daß 18 solcher Grade auf den Parallel durch N, rechts und links des Meridians MN getragen, ohngefähr nur um 1 Meile zu groß ausfallen würden, welches für die Ausübung immer noch erträg-

Mn, deren Grade gewöhnlich in kleinere Theile eingetheilt werden, die Punkte w und u, welche der geogr. Länge des einzutragenden Orts entsprechen, so ist eine gerade Linie, von u nach w gezogen, der Meridian des Orts; wenn nun der Punkt v, auf dem mittelsten Meridiane MN, der geographischen Breite des Orts entspricht, so fasse man die Weite Mv, und trage sie auf den Meridian uw, aus u in y, so ist y der einzutragende Ort, und so ist es denn nicht schwer, eine ganze Provinz, nach Befolgung der übrigen in (§. 24.) angegebenen Vorschriften, welche mit einiger Veränderung leicht auf die gegenwärtige Entwerfungsart angewandt werden, in dieses Netz einzutragen.

X. So kann man denn auch umgekehrt leicht die geographische Länge und Breite eines Orts y auf einer Charte nach dieser Entwerfungsart bestimmen, wenn man um y ein Linial dreht, bis es durch zwey gleichnahmigte Punkte, w und u, der äussersten Parallelkreise geht, d. h. durch solche, welchen gleichviel Grade und Minuten der Länge entsprechen, da denn diese Grade und Minuten die Länge des Orts selbst angeben. Darauf faßt man hy, und trägt sie auf den mittelsten Meridian aus W in v, so findet sich bey v die geographische Breite des Orts angezeigt, indem man

bey

und folglich auch WK, λ Grade des Pa
durch W enthalte, so wäre jetzt

$$QR = \lambda . M \cos \alpha$$

$$WK = \lambda . M \cos \beta$$

Demnach $KY = KW - QR = \lambda . M (\cos \beta -$

3. Ferner wie oben $QW = (\alpha - \beta$
$= RY$. Demnach tang KRY = tang
$\frac{KY}{RY} = \frac{\lambda (\cos \beta - \cos \alpha)}{\alpha - \beta}$. Diese Tangen
auch der Cotangente des Neigungswinkels
des Meridians SL gegen die Parallelen
Netzes gleich.

4. Ex. Es sey der Unterschied der b
Meridiane SL, MN also $\lambda = 5$ Grade;
wenn man $\alpha$, $\beta$, wie oben (§. 28. III
nimmt, und $RKY = \vartheta$ setzt

$$\cot \vartheta = \frac{5 (\cos 55^\circ - \cos 60^\circ)}{5}$$

$$= \cos 55^\circ - \cos 60^\circ = 0{,}07$$

also $\vartheta = 85^\circ . 47'$. beynahe.

Also weichet der Winkel, den der Mer
SL mit den Parallelen der Charte macht, um
13' von 90° ab, wenn gleich SL nur u
Grad von MN absteht. Es erhellet hieraus,
die Winkel in einem Vierecke, wie T, (Fig. XX

der Kugel, nach dem Pole zu, wodurch das
Netz, wenn gleich die Vierecke, wie T.
XXIII.), schiefwinklicht ausfallen, dennoch
fermaaßen dem entsprechenden auf der Kugel
cher wird, als wenn, wie in (§. 23.), die
diane zwar auf den Parallelen senkrecht stehen,
Parallelgrade aber so sehr, wie dort, von
wahren Verhältnisse auf der Kugel abwei-
— Man muß bedenken, daß es nach keiner
erfungsart auf dem Papiere möglich ist, alle
igungen eines Netzes auf der Kugelfläche zu
en, und daß man sich immer befriedigen
wenn die Abweichung von dem Originale
icht gar zu groß ist. Die gegenwärtige Ver-
ungsart gehört noch immer zu den erträgli-
und empfiehlt sich übrigens durch die Leich-
der Construction, wodurch sie auch zu Ab-

Parallel QR des Netzes, also die Linie PQ
so hat man aus (§. 28. III. 4.) erstlich

$$\text{tang}\,\omega = \frac{SN}{PN} = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta}$$

In welcher Formel $\alpha$ und $\beta$ durch Grade
drückt seyn müssen, wie aus dem Gange de
gen Rechnung erhellt; Wären $\alpha$ und $\beta$ dur
nuten ausgedrückt, so würde man statt $\alpha$
setzen müssen $\frac{\alpha}{60}$ und $\frac{\beta}{60}$, um diese Minu
Gradtheile zu verwandeln, da denn für dies

$$\text{tang}\,\omega = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta} \,.\, 60$$

seyn würde, und so, wenn $\alpha$ und $\beta$ durch
den ausgedrückt wären, würde man

$$\text{tang}\,\omega = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\ldots} \,.\, 3600$$

II. Wenn nun $PQ = A$ gesetzt wird, so ist $PQ \tan\omega = RQ = M \cos\alpha$, also

$$A = \frac{M \cos\alpha}{\tan\omega} = \frac{M(\alpha - \beta)\cos\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha}$$

eine bekannte Grösse.

III. Durch die Grössen $A$ und $\omega$ kann man nun die Fehler in den Graden $SN$ und $LM$ auch auf folgende Art ausdrücken.

Weil $SN = PN \tan\omega$, und $PN = PQ - QN = A - M(\delta - \alpha)$, so ist $SN = (A - M(\delta - \alpha)) \tan\omega$, und folglich, da der wahre Werth von $SN$ seyn müßte $= M \cos\delta$, der Fehler

$$\text{in } SN = (A - M(\delta - \alpha)) \tan\omega - M \cos\delta.$$

Und auf eben die Art, statt $\delta$ nur die geographische Breite $\gamma$ des Parallels $LM$ gesetzt, der Fehler

$$\text{in } LM = (A - M(\gamma - \alpha)) \tan\omega - M \cos\gamma.$$

IV. Ob diese beyden Fehler einander gleich oder ungleich ausfallen, hängt von den geographischen Breiten $\gamma$ und $\delta$ ab, unter denen die beyden Grade liegen. Sollten die Fehler einander gleich seyn, so würde, wie leicht einzusehen ist,

$$M\delta \tan\omega + M \cos\delta = M\gamma \tan\omega + M \cos\gamma$$

also
$$\frac{\cos\gamma - \cos\delta}{\delta - \gamma} = \tan\omega$$

seyn

seyn müssen, wo denn tang $\omega$ aus (I) bekannt ist. Wenn demnach $\gamma$ und $\delta$ nicht so beschaffen sind, daß diesem Ausdrucke ein Genüge geschiehet, so werden die beyden Fehler in den Graden SN und LM allemahl einander ungleich seyn.

V. Man kann fragen, für welchen Punkt X, des Meridians MN, also für welche geographische Breite, der Fehler in dem zugehörigen Grade ZX am größten ausfällt. Dieser Punkt X wird allemahl zwischen Q und W fallen müssen, weil die Grade QR, KW in ihrem wahren Verhältnisse genommen worden (§. 28. III. 3.), und also die Fehler derselben $= 0$ sind. — Man heiße demnach die geographische Breite von $X = x$, so ist völlig, wie in (III.) der Fehler.

in $ZX = (A - M(x - \alpha))$ tang $\omega - M \cos x$

Man sucht x, damit dieser Ausdruck, den ich y nennen will, ein Maximum werde.

Die Differentialrechnung lehrt, daß man zu dieser Absicht den Ausdruck differenziiren, und sein Differential $= 0$ setzen müsse. Dies giebt dann eine Gleichung, woraus man das x finden kann.

Da nun in dem Ausdrucke y, bloß x die veränderliche Größe ist, so hat man wegen $d \cos x = - dx \sin x$ (Trig. S. XXX.), wo dx durch

Deci-

altheilchen des Sinus totus 1 auszudrucken
rstlich

y = $-$ M d x tang $\omega$ + M d x sin x.

aber der Theil M d x tang $\omega$ dieses Diffe-
ls aus dem Gliede M (x $-$ $\alpha$) tang $\omega$ ent-
n ist, wo x (wegen M = 15) Grade be-
, so bezeichnet das Differential d x in dem
rucke M d x tang $\omega$ ebenfalls Gradtheilchen.
muß demnach auch das d x in dem Gliede
x sin x Gradtheilchen bedeuten; da nun aber
Decimaltheilen des Sinus totus 1 ausge-
= 0,01745329 (Kästners Geom. 44. S.
V.), so ist das d x in dem Gliede M d x sin x,
cimaltheilen = d x . 0,01745329, welches
= $\varepsilon$ . d x nennen will. Also hat man

y = $-$ M d x tang $\omega$ + M $\varepsilon$ d x sin x.

s muß man nun = 0 setzen, um den Werth
x zu finden, für welchen y ein Maximum
Wenn dies geschieht, so findet sich

$$\sin x = \frac{\tang \omega}{\varepsilon} = \frac{\tang \omega}{0{,}01745..}$$

ng $\omega$ durch $\alpha$ und $\beta$ gegeben ist (I).

VI. Exemp. Gesetzt unter dem 60ten und
rad der Breite, also für $\alpha = 60^\circ$ und $\beta$ =
seyen die Grade QR und KW in ihrem
en Verhältnisse genommen worden, so hat man

$= 0,01427876$

also $\omega = 49'.5''$. Ferner $\sin x = \frac{\tan g}{0,01745}$
$0,01427876 : 0,01745 \ldots = 0,8181$
Also $x = 54°.54'$. Es erhellet also, da
Punkt X, für welchen der Fehl
dem Grade ZX am größten ist, u
fähr in die Mitte zwischen Q u
fällt. Ferner hat man für die Entfernun
oder A (II.).

$\log M = \log 15 = 1,1760$
$\log \cos \alpha = l \cos 60° = 9,6989$

$10,8750$

$l \tan g\, \omega = 8,1546$

$\log A = 2,7203$

Also $A = 525,2$

4°,9 und A = 525,2 Meilen gesetzt, usdruck

$$2-15.(54,9-60))\tan 49'.5''-15\cos 54°,9.$$

es wegen $\tan 49'.5'' = 0,0142787$ ehöriger Rechnung, den Fehler = — 0,034 d. h. der Grad ZX, unter 54°. 54′ der , wird durch Ziehung des Meridians SL die Endpunkte der Grade QR und WK (VI.) fähr um $\frac{34}{1000}$ einer Meile kleiner ausfallen, r wahre Werth desselben unter dem 54°. 54′ Breite seyn müßte, woraus wohl hinlänglich et, daß, da dieser Fehler zugleich ein Maxi- , unter den angenommenen Umständen ist, alle übrigen, durch die Zeichnung sich erge- , Parallelgrade, ohne merklichen Fehler, mit wahren Maaße übereinkommen werden.

VII. Uebrigens ist es wohl immer am zuträg- n, die Punkte R und K, folglich die Grade WK, welche auf dem Netze in ihrem wah- Verhältnisse genommen werden, soweit als ch, aus einander zu nehmen, weil sich die eines Meridians, wie SL, genauer ergiebt, man ihn durch weiter von einander liegende te, z. E. S und L, als durch nahe zusam- iegende, wie R und K, ziehen kann. Es

wäre also in dieser Rücksicht am besten, sogleich die äussersten Parallelgrade des Netzes selbst, in ihrem wahren Verhältnisse zu nehmen. Man vermeidet dadurch diejenigen Fehler in den übrigen Parallelgraden, welche durch unsichere Anlegung des Linials, bey der Ziehung der Meridiane begangen werden können, und die man nicht mit den bisherigen (III.) verwechseln darf, welche auch statt finden, wenn man gleich die Meridiane auf das schärfste durch die Endpunkte, wie R und K, ziehen könnte.

VIII. Wie viel der Fehler in Messung einer Distanz auf einer Charte nach der bisherigen Entwerfungsart betragen könne, läßt sich beurtheilen, wenn man z. E. ein paar Oerter in den äussersten gegen einander überstehenden Punkten des Netzes (Fig. XXIII.), z. E. bey t, neben dem Punkte D, und bey A sich gedenkt, die Entfernung At auf der Charte berechnet, und sie mit der wahren, welche nach der Formel (§. 14. III. F.) aus dem Unterschiede $\lambda$ der beyden Mittagskreise Ap, Bt, und den Abständen der Punkte A und t vom Pole, oder den Ergänzungen a und b ihrer geographischen Breiten $\alpha$ und $\beta$ zu 90°, sich ergeben würde, vergleicht.

Winkel UPM = λ . LPM = λ . ω (wo ω aus den obigen Formeln ebenfalls bekannt ist) setzt, so hat man

$$y = r \sin \lambda . \omega$$

$$x = r (1 - \cos \lambda . \omega)$$

Ex. Für die obigen Data (§. 32. II.) fand sich ω = 49′. 5″, und wenn M unter dem 40ten Grad der Breite, Q aber, für welches oben PQ = 525,2 Meilen gefunden wurde, unter dem 60ten Grad der Breite läge, so würde MQ = 20 Graden = 20 . 15 = 300 Meilen, und folglich PM = r = 525,2 + 300 = 825,2 M., wofür ich schlechtweg 825 M. nehmen will.

Sollte nun der Punkt U für λ = 10 bestimmt werden, so ist wegen λ . ω = 10 . (49′. 5″) = 8°. 10′. 50″; sin λω = 0,1422930; cos λ ω = 0,9898245 und 1 — cos λ ω = 0,0101755, also

y = 825 . 0,1422930 = 117,391 Meilen

x = 825 . 0,0101755 = 8,393 M.

wo begreiflich die 1000theilchen von Meilen weggelassen werden.

Man nehme also MF = 8,39 M., errichte durch F ein Perpendikel auf MN, und nehme FU und FV = 117,39 M., so sind U, M und V drey Punkte des zu beschreibenden Bogens, zu wel-

in *Geogr. universae tum veteris tum novae, absolutissimum Opus a Jo. Ant. Magino* 1597. bey den zum Ptolomäus gehörigen Charten. Gegenwärtig wendet man sie nur auf kleinere Theile der Erdfläche an, z. E. einzelne Aemter zu mappiren. So hat man einen sächsischen Atlas, wo Meridiane und Parallelen durch gerade Linien abgebildet sind.

§. 31.

Aufgabe. Eine Entwerfungsart anzugeben, auf der alle Meridiane als gerade Linien erscheinen, die Meridiangrade durchaus, wie auf der Kugel, von gleicher Größe sind, und überall auf den Parallelgraden senkrecht stehen.

Aufl. I. Es sey wieder (Fig. XXV.) MN ein Meridian durch die Mitte des zu verzeichnenden Netzes, und P ein Punkt, in der Verlängerung von MN, aus welchem man mit den Halbmessern, wie PN, PQ, PW ꝛc., Kreisbogen beschreibe, um die Parallelkreise abzubilden, so werden erstlich alle aus P gezogene Meridiane oder gerade Linien, wie PL, senkrecht auf diesen Bögen stehen, und in einem Vierecke, wie RQKW, werden alle Winkel rechte seyn, wie auf der Kugel,

PL, PU, mit dem PM machen würden.

II. Damit aber doch wenigstens ein paar Bö-
wie QR, WK, welche auf den Parallel-
n durch Q und W Grade bedeuten mögen,
chtiges Verhältniß gegen einen Meridiangrad
MN erhalten, so setze man z. E. Q liege
dem 60ten Grade der Breite, und W unter
50ten, wie (§. 30. VI.), dergestalt, daß
QW 10 Grade des Meridians vorstelle,
e man in 10 gleiche Theile eintheile, um die
nen Grade zu erhalten.

III. Einen solchen Grad des Meridians
man in 15 Theile, um die geographischen
en zu erhalten, welche, wenn sie groß genug
llen, noch weiter in 10 und 100 Theilchen
theilt werden können.

= 9,642 M. genommen werden, wofür man, weil sich kleinere Theilchen, als Hunderttheilchen, wohl nicht mehr mit dem Zirkel werden abfassen lassen, nur 9,64 Meilen nimmt.

V. Wer mit einem Zirkel 7,5 Meilen abfaßt, und sie auf einen Kreisbogen durch Q, aus Q in R setzt, macht eigentlich nicht den Bogen QR, sondern die Sehne desselben, so groß. Nun sollte aber eigentlich der Bogen QR selbst dieses Maas bekommen. Weil indessen hier QR nur einen Grad vorstellt, so kann man, ohne merklichen Fehler, Sehne und Bogen einander gleich setzen, und also annehmen, daß durch das Verfahren (IV.) der Bogen QR selbst das gehörige Maas erhalte.

VI. Wenn man QR und WK in dem gehörigen Verhältnisse nimmt, so bestimmt sich dadurch die Lage des Meridians SRKL. Dieser würde nicht auf den Bögen QR, WK, LM senkrecht stehen, wenn seine Verlängerung nicht durch den Mittelpunkt P dieser Bögen gienge. Dies zeigt, daß die Annahme des Punktes P, aus welchem man die Bögen ziehen muß, nicht willkührlich ist, sondern sich nach den Graden QR, KW selbst richten muß. Um demnach den Punkt P zu bestimmen, so gedenke man sich durch

Linie RY gleichlaufend mit PW, so hat
weil RQ, KW, ohne merklichen Fehler
rade auf MN senkrecht stehende Parallel-
zu halten sind,

KY ; RY = RQ : PQ oder
− RQ : QW = RQ : PQ wie §. 28. III. 3.
weil QW = 10 Graden des Meridians
. 15 = 150 Meilen, und KW = 9,642;
= 7,5 (IV.), so ist

$$PQ = \frac{150 \cdot 7,5}{2,142} = 525,2$$

lich wie das A, in (§. 30. VI. II.), für
s dort die allgemeine Formel angegeben ist,
überhaupt $\alpha$ und $\beta$ die geographischen Brei-
Punkte Q und W bedeuten.

VII. Dieser Werth von PQ beträgt fast
5, d. h. 35 solcher Grade, als zwischen Q
V hier 10 angenommen sind. Man würde
um den Punkt P zu finden, aus welchem
ie Kreisbögen durch die Punkte Q, W, des
ians, und so durch die übrigen, ziehen
, von Q nach P ohngefähr 35 Meridian-
, oder 525 Meilen absetzen, und dann erst
n aus Q gezogenen Bögen die Werthe QR,
, soviel mahl nebeneinander aus Q in R,
rc., und aus W in K, I, II rc. hintra-

gen,

Linien zöge, und sie bis an die äussersten Par
NTb, MUn, des zu verzeichnenden
verlängerte.

VIII. Dies Netz wird nun den Beding
entsprechen, welche in der Aufgabe genann
und man kann, wie in der vorhergehende
gabe, beweisen, daß nach dieser Entwerfu
auch diejenigen Grade, wie NS, ML,
sich durch Zeichnung ergeben, ohne mer
Fehler mit ihren wahren Werthen übere
men müssen.

So werden denn die Vierecke, wie I
in Ansehung der Seiten und Winkel, sich
aus wie die auf der Kugel verhalten, u
Land, was daher in ein Netz dieser Art ei
gen wird, muß der Natur gemäßer ausfalle
ein nach den vorhergehenden zwey Entwer

deren Grade gewöhnlich in kleinere Theile
)eilt werden, die Punkte w und u, welche
ogr. Länge des einzutragenden Orts entspre-
so ist eine gerade Linie, von u nach w gezo-
er Meridian des Orts; wenn nun der Punkt
uf dem mittelsten Meridiane MN, der geo-
schen Breite des Orts entspricht, so fasse
ie Weite Mv, und trage sie auf den Meri-
uw, aus u in y, so ist y der einzutragende
und so ist es denn nicht schwer, eine ganze
nz, nach Befolgung der übrigen in (§. 24.)
ebenen Vorschriften, welche mit einiger Ver-
ung leicht auf die gegenwärtige Entwerfungs-
gewandt werden, in dieses Netz einzutragen.

X. So kann man denn auch umgekehrt leicht
eographische Länge und Breite eines Orts y
iner Charte nach dieser Entwerfungsart be-
en, wenn man um y ein Linial dreht, bis
rch zwey gleichnahmigte Punkte, w und u,
äussersten Parallelkreise geht, d. h. durch
, welchen gleichviel Grade und Minuten der
entsprechen, da denn diese Grade und Mi-
die Länge des Orts selbst angeben. Darauf
nan hy, und trägt sie auf den mittelsten Me-
aus W in v, so findet sich bey v die geo-
ische Breite des Orts angezeigt, indem man
bey

bey W den Grad der Breite, von W bis v
die noch übrigen Minuten derselben abzählt.
wöhnlich faßt man ein Stück eines solchen
in ein Rechteck ein, zieht die Parallelkreis
Meridiane bis an die Seiten dieses Rechtecks
und schreibt daneben Zahlen für die Grad
Länge und Breite. Die XXVIste Figur bild
solches Netz in dem gehörigen Verhältniss
Theile, vom 40sten bis zum 60sten Grad der B
und innerhalb 30 Graden der Länge ab.

§. 32.

Anmerkungen über diese Entwerfungsa

I. Man könnte sie die de l'Islische nen
weil *de l'Isle*, ein berühmter Astronom und
graph († 1768.), sie vorzüglich empfohlen
angewandt hat. Sie ist unstreitig eine der b
und leichtesten für die Ausübung. Man hat
derselben unter andern zu einer Generalcharte
russischen Reichs bedient, bey welcher Gelegen
Hr. Euler (*Acta Ac. Petr. ad annum* 1
*Pars prior pag.* 143.) mehrere theoretische
tersuchungen darüber angestellt, und sie unter
dern des erheblichen Vortheils wegen mit emp
len hat, daß, weil auf ihr alle Meridiane,
größte Kreise, durch gerade Linien abgebildet

alle übrigen größten Kreise auf ihr beynahe
erade Linien, mit einem Zirkel abgenommen,
ohne merklichen Irrthum auf einem geradlinig.
Meilenmaaßstabe gemessen werden könnten,
usgesetzt, daß der Unterschied der Meridiane
zu groß sey.

II. 1. Um zu berechnen, wie hoch sich der
er in einem vorgegebenen Falle belaufen könnte,
hen Q und W diejenigen Punkte, für welche
Parallelgrade, wie QR, WK, in ihrem rich.
Verhältnisse genommen worden, so findet
daraus erstlich PQ (z. E. nach den obigen
s (§. 30. VI.) = 525,2 Meilen), und
Winkel RPQ = $\omega$, welcher an dem Mittel.
e P der gezogenen Parallelkreise den Graden
änge auf ihnen, wie RQ, KW, SN, ML ꝛc.
richt. Es ist nemlich, weil RQ = 7,5
. IV.) ohne merklichen Fehler als eine gerade
PQ senkrecht stehende Linie anzusehen ist.

$$\text{tang}\ \omega = \frac{RQ}{PQ} = \frac{7,5}{525,2} = 0,01428\ldots$$

folglich $\omega = 49'.\ 5''$, wie oben (§. 30. VI.).
rhellet, daß, wenn überhaupt $\alpha$ und $\beta$ der
te Q und W geographische Breiten bedeuten,
auch hier ohne merklichen Irrthum die oben

für

für PQ = A, und tang $\omega$ gefundenen Fo
anwenden könne.

2. Nun seyen N und I ein paar Oerte
dem Netze, deren Abstand NI auf der Ch
berechnet, und mit dem wahren Abstande der
auf der Kugel verglichen werde, so wird sic
Fehler geben, um welchen NI auf der Ch
von dem wahren Abstande beyder 
ter verschieden seyn wird.

3. Es sey des Orts N geographische 
z. E. 65°, und die des Orts I = 50°, de
terschied der Meridiane derselben, also der 
WI = $\lambda$ = 10 Grade, so hat man in dem 
linigten Dreyecke IPN erstlich den Winkel 
= $\lambda . \omega$ = 10 . (49′. 5″) = 8°. 10′. 50″.

4. Ferner ist die Seite PI = PW = PQ +
= 525,2 M. + 15 . 10 M. = 525,2 + 15
675,2 Meilen, und die Seite PN = PQ —
= 525,2 — 5 . 15 = 525,2 — 75 = 4
Meilen.

5. Also hat man in dem Dreyecke IPN
Seiten, PI, PN, und den eingeschlossenen W
Daraus berechne man die dritte Seite IN.

Weil die halbe Summe der beyden üb
Winkel in diesem Dreyecke = 85°. 54′. 35″
Summe der beyden Seiten PI + PN = 11

d ihre Differenz = PI — PN = 225 ist, so t man für die halbe Differenz x jener beyden Winkel die Proportion

$$1125,4 : 225 = \text{tang } 85°. 54'. 35'' : \text{tang } x$$

lso log tang 85°... = 11,1456312
l 225 = 2,3521825
13,4978137
log 1125,4 = 3,0513069
log tang x = 10,4465068

lso $x = 70°. 19'. 7''$

Hieraus wird der spitzige Winkel PIN in em erwähnten Dreyecke = 85°. 54'. 35'' — 70°. 9'. 7'' = 15°. 35'. 28''. Und nun aus der roportion

$$\sin PIN : PN = \sin IPN : IN$$

log sin IPN = 9,1531835
log PN = 2,6534055
11,8065890
log sin IPN = 9,4293813
log IN = 2,3772077

lso IN = 238,3 Meilen.

6. Berechnet man nun, nach dem Verfahren §. 14. III. F.), aus den bekannten Breiten der Oerter I und N, und dem Unterschiede ihrer Mit- ngskreise, ihre Distanz auf der Kugel, so findet ch solche in Graden = 15°. 54', oder in Meilen =

gen Beyspiele, erstrecken dürfen, ehe der
in den Distanzen der Oerter von solcher Er
keit würde, daß man ihn nicht beyseite setzen
Zugleich erhellet demnach auch, daß NI
Charte, sich ohne merklichen Fehler nach
geradlinigten Meilenmaaßstabe messen läßt
welchem 15 Meilen einem Grade auf MN
sind, und den man gewöhnlich irgendwo
Rande der Charte zu verzeichnen pflegt.

III. Es sind auch bey dieser Entwerfu
wie in (§. 28. III.), nur diejenigen Parall
vollkommen richtig, welche unmittelbar aufg
worden sind, wie QR, WK (§. 30. VI.
übrigen, welche sich durch Zeichnung ergebe
z. E. die auf den Parallelen durch M und N
den immer etwas von der Wahrheit abw

LM (Fig. XXV.) für die eben so benann-
raden Linien der XXIVten Figur genommen
n können, und die Formeln, die also (§. 30.
gefunden worden sind, auch für die XXVte
gelten.

IV. Ohnstreitig wird der Fehler in den übri-
arallelgraden am kleinsten, wenn (Fig. XXV.)
unkte Q, W, für welche man die Parallel-
QR, WK in ihrem richtigen Verhältnisse
, ohngefähr in gleicher Weite sowohl unter
als auch von den äussersten Parallelgraden
nd ML des Netzes angenommen werden,
wenn z. E. ein Netz zwischen dem 40ten und
Grad der Breite gezeichnet werden sollte,
rde man die Punkte Q und W am vortheil-
en unter dem 45ten und 55ten Grad der
annehmen. Hätte man nemlich die Grade

die äussersten Parallelgrade SN, LM n
wahren Verhältnisse, aus der Ursache, wel
(§. 30. VII.) angegeben worden ist.

§. 33.

**Wie man verfahren müsse, wenn der P aus welchem die Parallelbögen gerissen den, zu weit hinaus fällt.**

I. Wenn P nicht über 6 bis 8 Sch
den Rand des Reisbrettes, auf welchem
beitet, hinausfällt, so läßt sich noch im
Stangenzirkel, der nach (§. 18. VI.) dur
schraubende Stücke verlängert werden ka
Ziehung der Parallelkreise anwenden; n
denn an die Seite des Reisbretts, über
P hinausfällt, die Vorrichtung (§. 18. VI
schiebt, und auf ihr den Punkt P in dem

Dies betrüge demnach in Zollen $\frac{2}{11} \cdot 525$,
o Zolle, also noch nicht 6 Schuh, den
zu 12 Zollen angenommen. Also würde
er diesen Umständen noch immer der Stan-
l anwenden lassen, um z. E. den Bogen
durch Q zu reißen.

b sich aber aus P auch die entferntern
z. E. MLU, würden beschreiben lassen,
ich aus dem Abstande PM = PQ + QM
Läge M z. E. 12 Grade = 12 . 15
weiter von P weg, als Q, so würde der
PM in Zollen = 70 + 24 = 94. Also
es schon Mühe haben, den Bogen aus P
reiben.

. Indessen hätten sich z. E. nur die Bögen
VK, oder auch ein paar andere, SN, WK,
ben lassen, so würde man auch ULMZV
nen können, wenn man durch die Punkte
2 rc.; K, I, II rc., die gleichen Längen
en, die Meridiane RK; 1. I rc. zöge, und
en Verlängerungen die Distanzen KL', IU,
I. V = WM nähme, dann würden auch
kte U, L, M, Z, V in einem Kreisbogen
und man dürfte also nur durch diese Punkte
yer Hand den Bogen ziehen, oder sich des
nents (§. 18. X. 20.) dazu bedienen. Wie

telst des Stangenzirkels reissen können, s
man, nach (§. 18. X. 21. zc.), erst Pu
zu ziehenden Bogens, wie ULMZV, dur
nung bestimmen müssen, ehe man sich der
ten Werkzeuge würde bedienen können.
hieher gehörige bereits a. a. O. hinlänglic
kert worden ist, so brauche ich mich hier
zu fassen.

IV. Gesetzt, man wolle ein paar Pu
und V, deren jeder um $\lambda$ = 10 Grade
rallels durch M, von dem mittelsten M
MN abstehe, durch Rechnung bestimmen.

Man gedenke sich durch U das Per
UF auf MN gezogen, und heisse die dem
U zugehörige Abscisse MF = x, und
FU = y, so ist UF = PU . sin UP
PF = PU . cos UPF. D. h. wenn m

$x = r(1 - \cos \lambda . \omega)$

Ex. Für die obigen Data (§. 32. II.) fand
$\omega = 49'. 5''$, und wenn M unter dem 40ten
der Breite, Q aber, für welches oben PQ
525,2 Meilen gefunden wurde, unter dem
Grad der Breite läge, so würde MQ =
Graden = 20 . 15 = 300 Meilen, und
ch PM = r = 525,2 + 300 = 825,2 M.,
ich schlechtweg 825 M. nehmen will.

Sollte nun der Punkt U für $\lambda = 10$ be-
t werden, so ist wegen $\lambda . \omega = 10 . (49'. 5'')$
°. 10'. 50''; $\sin \lambda \omega = 0{,}1422930$;
$\omega = 0{,}9898245$ und $1 - \cos \lambda \omega =$
01755, also

$= 825 . 0{,}1422930 = 117{,}391$ Meilen
$= 825 . 0{,}0101755 = 8{,}393$ M.

egreiflich die 1000theilchen von Meilen weg-

welchen man, wenn es nöthig seyn sollte, noch ein paar, z. E. L und Z, für $\lambda = 5$, suchen könnte, um vermittelst des Werkzeugs (Fig. XII.) den Bogen ziehen zu können. Für das Werkzeug (Fig. X.) würden schon die drey U, M, V, hinlänglich seyn.

Verführe man eben so z. E. für den Bogen durch Q, für welchen $r = PQ = 525$ Meilen wäre, so fände sich für $\lambda = 10$

$$y = 525 \cdot 0{,}1422930 = 74{,}70 \text{ M.}$$
$$x = 525 \cdot 0{,}0101755 = 5{,}34 \cdot$$

und man könnte demnach auch den Bogen durch Q beschreiben.

V. Wenn man nun, wegen $\lambda = 10$, jeden Bogen, wie MU, MV, in 10 gleiche Theile theilte, und auf eine ähnliche Art auch mit dem durch Q beschriebenen Bogen verführe, so würde man die einzelnen Parallelgrade erhalten, durch welche man alsdann die Meridiane ziehen könnte. Die zwischen Q und M fallenden Parallelkreise würden sich hierauf nach dem Verfahren (III.) zeichnen lassen.

VI. Die Anwendung der übrigen (§. 18. X.) gegebenen Vorschriften, Kreisbogen zu ziehen, übergehe ich hier. Insbesondere würde auch das Verfahren

(§. 18. X. 23. ꝛc.) vortheilhaft angewandt
können.

VII. Ist der Bogen von U bis V gezogen,
n man ihn leicht, wenn es nöthig ist, noch
und V hinaus verlängern, man dürfte nur
nstrumente (Fig. XII.) die Krümmung las-
ie es nach den Punkten U, L, M, Z, V
XXV.) erhalten hätte, und einen Theil
en über U hinaus reichen lassen, indem der
an dem Bogen liegen bliebe. Beym Ge-
e des Instruments (Fig. X.) verführe man
§. 28. X. 17.).

VIII. Um ein paar Bögen paralleler Kreise,
g, MU, welche zwischen zwey Meridianen
Ug enthalten sind, noch weiter über U und
us zu verlängern, kann auch folgendes Ver-
dienlich seyn. Man ziehe einen beliebigen
ian, z. E. RL, so ist nach der bisherigen
rfungsart erstlich RL = gU. Man ge-
sich von U nach L die Sehne gezogen, so
nt man das Dreyeck RUL, dieses beschreibe

selbst verlängern. Eben so mache man das Dreyeck ngt = URg, so daß gt = Rg und nt = Ug werde, so ist auch der Punkt t in der Verlängerung des Bogens Qg.

IX. Man könnte auch auf den Meridianen LR, Ug, sonst ein paar gleiche Stücke LK, UI, nehmen, und das Dreyeck IUn = KLU machen, so würde man e[illegible]s n in der Verlängerung des Bogens MU [illegible]ten.

Zuweilen ist [illegible]hend genau, durch die bestimmten Punkte [illegible]s [illegible]gens, nur einen Zug aus freyer Hand zu [illegible]en, und wer dieß geschickt zu bewerkstelligen weiß, welches nach einiger Uebung nicht schwer ist, kann fast die obigen Instrumente entbehren. Liegen die bestimmten Punkte eines Bogens nahe beysammen, oder hat der Bogen wenig Krümmung, so braucht man sie oft nur durch gerade Linien zusammen zu hängen.

X. Man wird aus (IV. V.) zugleich sehen, wie man die einzeln Grade eines Bogens MU richtig erhalten kann, ohne daß man sie einzeln aufzutragen nöthig hat. Man bestimmt nemlich den Bogen MU, welcher sogleich einer ganzen Anzahl $\lambda$ von Graden zugehört, durch Hülfe der berechneten MF = x und FU = y, oder man nimmt noch besser die Sehne MU = 2 r . sin $\frac{1}{2}\lambda\omega$,

und

ist die oben (§. 27. 7.) versprochene Er-
ung.

XI. Uebrigens ist aus dem bisherigen klar,
e Theile, welche auf den Bögen MU, Qg,
. Grade der Länge bedeuten, nicht für wahre
, in Beziehung auf den Mittelpunkt P die-
gen, zu nehmen sind, sondern nur den
n der Grade bekommen haben, in sofern sie
ade auf den Parallelkreisen der Kugel aus-
, oder sich wie diese verhalten. So ist
der Winkel BPQ, welcher dem Längengrade
ntspricht, nach den obigen Datis nur =
u.

Ich wende mich nun zu einer Entwerfungs-
welche der bisherigen sehr ähnlich ist, ja fast

wir bereits oben (§. 5. III.) einen allgemeinen Begriff gegeben haben.

§. 34.

Aufgabe. Ein Netz nach der (oben §. 5. III.) erwähnten Entwerfungsart zu zeichnen.

Aufl. I. Es sey (Fig. XXVII.) APQ die halbe Erdkugel, P einer der beyden Pole, hier z. E. der Nordpol, und AC Q der Aequator. Ein Stück der Erdfläche liege zwischen den beyden Parallelkreisen durch b und c, welche so nahe neben einander seyen, daß man, ohne merklichen Fehler, den Bogen bc des Meridians PQ, zwischen beyden Parallelen, für eine gerade Linie nehmen darf. Man soll die Zone bc$\beta\gamma$ in eine ebene Fläche ausbreiten, und eines jeden Orts, innerhalb dieser Zone, seine Lage auf dem Papiere durch seine geographische Länge und Breite bestimmen.

II. Man halbire den Bogen bc in m, und gedenke sich in der Ebene des Mittagskreises PmQ, an m eine Tangente gezogen, welche verlängert bey p in die Erdaxe RP einschneide; mk sey auf RP senkrecht.

III. Man lasse das rechtwinklichte Dreyeck pkm sich um pk, als eine Axe, drehen, so wird die

Tangente pm, die krumme Seitenfläche eines
ls beschreiben, der die Kugel rings in einem
llelkreise durch m, berühren würde. Weil
un den Bogen bc nicht sehr groß, höchstens
bis 15 Grad annehme, so kann man ihn ohne
ichtlichen Fehler, als eine gerade Linie, als
Stück der Tangente pc ansehen. Wie viel
Fehler betragen könnte, werde ich hernach
en.

IV. Es lassen sich demnach die Parallelkreise
, $m\mu$, $c\gamma$, betrachten, als lägen sie auf der
gelfläche selbst, und die Zonen, wie bey $bm\beta\mu$,
$c\gamma$, als wären sie Stücken dieser Kegelfläche,
man sich nunmehr, auf die gewöhnliche Art, in
e Ebene ausgebreitet vorstelle.

Die Geometrie lehret, daß sich alsdann die
gelfläche in einen Kreisausschnitt verwandelt,
welchem die Parallelkreise, wie $b\beta$, $m\mu$, $c\gamma$,
s Kreisbögen von den Halbmessern pb, pm, pc
scheinen, und daß der Winkel des Kreisaus-
nitts, welcher die abgewickelte, oder in eine
bene ausgebreitete Kegelfläche zwischen sich faßt,
s dem Umfange eines solchen Parallels, wie $m\mu$,
d seinem Abstande pm von der Spitze des Kegels,
stimmt werden könne.

V. Ich

abgewickelten Zonen enthalten seyn würde
innerhalb deren man dasjenige zeichnen
was sich zwischen ihnen auf der Kugelfläche

VI. Es sey demnach des Parallels
graphische Breite $= \alpha$, und die des P
$c\gamma = \beta$, dergestalt, daß der Bogen bc
den $= \alpha - \beta$, und folglich in Me
$(\alpha - \beta) . 15$ sey, so ist des mittlern P
$m\mu$ geographische Breite $= \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$.
man sich nun nach dem Berührungspunkte
Halbmesser der Erde $Gm = r$, gezogen,
man in dem rechtwinklichten Dreyecke Gm
welchem der Winkel $pGm = 90° - \frac{1}{2}(\alpha$

$$pm = r \cot \tfrac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

wo ich denn den Halbmesser der Erde r dur
len ausgedrückt, verstehe.

VII. Da die Länge eines Meridianes

ker überall die Theile auf den Parallelen in ihrem wahren Verhältnisse genommen worden sind, nicht geradlinigt ausfallen können, sondern gewisse krumme Linien bilden, deren Natur man, wenn es nöthig wäre, durch eine Gleichung ausdrücken könnte.

VI. Exemp. Wenn M unter dem 10ten, folglich a, b, c ꝛc. unter dem 20ten, 30ten, 40ten ꝛc. Grad der Breite liegen, so ist bey M ein Grad des Parallels = 14,772 Meilen, also 10 Grade = 147,72 Meilen. Eben so finden sich der Ordnung nach,

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 Grade auf dem Parallel durch | a | = | 140,96 M. |
| . . . . . . | b | = | 129,90 . |
| . . . . . . | c | = | 114,91 . |
| . . . . . . | d | = | 96,42 . |
| . . . . . . | e | = | 75,00 . |
| . . . . . . | f | = | 51,40 . |

Diese Werthe trage man, wie gezeigt worden, auf die Parallelkreise durch M, a, b, c, ꝛc., so ergeben sich die krummlinigten Meridiane 1, 1, 1, 1; 2, 2, 2, 2; ꝛc., welche denn mit den Parallelen das verlangte Netz bilden werden, welches man, wie gewöhnlich, mit einem rechtwinklichten Parallellogram umschließt, längst dessen Seiten die Grade der Längen und Breiten bemerkt werden können.

...en so viele aus W in K, I, II ꝛc. tra- als der Unterschied der äussersten Meridiane ...zes von dem mittelsten MQ, Grade betra- ...ll. Dann kann man aus P, durch K, I, gerade Linien, oder die übrigen Meridiane ...und das Netz vollenden, in welches denn ...t, nach Maasgabe seiner geographischen ...und Breite, ...ey der vorhergehenden ...gsa... ...den, eingetragen wer- ...en.

II. Es ... t, man solle ein Netz zwi- ... 50ten $= \beta$, und dem 60ten Grad der ... $\alpha$ zeichnen, so wäre die mittlere Breite $= 55^{\circ} = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$, und der Halbmesser PW für den durch W zu zeichnenden mittlern Parallel WII wäre in Meilen $= 859{,}4336 \cdot \cot 55^{\circ} = R$

$$\log 859{,}4336 = 2{,}9342139 \text{ (VII.)}$$
$$\text{l}\cot 55^{\circ} = 9{,}8452268 - 10$$
$$\text{Also } \log R = 2{,}7794407$$
$$\text{Und } R = 601{,}8 \text{ Meilen.}$$

Diese Weite würde man von W bis P tragen, und dann aus P, durch die einzeln Grade der Breite auf MQ, die Parallelkreise ziehen.

Für die Grade der Länge auf dem mittelsten Parallel durch W, hätte man den Werth 8,604 Meilen, nach der Tafel (§. 12.).

Eine

Eine zu dieser Constructionsart gehörige nütz-
e Bemerkung sehe man unten §. 36. X.

§. 35.

Anmerkungen.

I. Diese Entwerfungsart ist eine der häufig-
n, nach denen gegenwärtig Landcharten gezeichnet
erden.

Meines Vaters *Mappa Germaniae cri-
ca* ist auch nach ihr entworfen, und Herr *de la
ande* erwähnt im 388sten §. seiner *Astrono-
ie* (Paris 1771.), daß bey verschiedenen Char-
n von Senex, Buache, Robert v. Vau-
oudy, Bonne, rc. diese Entwerfungsart ge-
raucht worden sey. Die Vortheile davon sind
eselben, welche bey der vorhergehenden (§. 31
nd 32.) erwähnt worden. Die Zeichnung ist
icht und bedarf keiner weitläuftigen Rechnung.
inzelne Provinzen, welche sich nicht viel über 10
rad in der Länge und Breite erstrecken, weichen
uf einem Netze dieser Art nicht viel von ihrer
ahren Gestalt auf der Kugel ab, und die Distan-
n der Oerter können innerhalb eines solchen
aumes durchaus ohne merklichen Fehler nach
nem geradlinigten Meilenmaaßstabe gemessen
erden.

II. Wollte man eine ganze Zone um die Erde, auf diese Art entwerfen, so würden freylich die Distanzen zweyer weit von einander entlegenen Oerter auf dieser Zone, nicht mehr denen auf der Kugel entsprechen, und überhaupt würde das Ganze, in Absicht auf seine Figur, merklich von dem Originale abweichen, wie es überhaupt bey einer jeden Entwerfungsart nicht anders seyn kann. Indessen hat die gegenwärtige doch den Vortheil, daß einzelne Stücke einer solcher Zone, zwischen ein paar Meridianen, die nicht über 10 bis 15 Grad von einander abstehen, beynahe mit ihrer wahren Gestalt auf der Kugel übereinkommen.

III. Bloß auf dem mittelsten Parallel durch W, wurden bey dieser Entwerfungsart die Grade WK ꝛc. in ihrem wahren Verhältnisse genommen, und die auf den andern Parallelen, z. E. QR, LM, ergaben sich durch Zeichnung. In wie weit dieser ihre Werthe von den wahren abweichen, würde sich so ergeben. Es ist (Fig. XXV.)

$$KW : PW = RQ : PQ \text{ und}$$
$$KW : PW = LM : PM \text{ also}$$

nach den obigen Datis wegen $KW = 8{,}604$ Meilen; $PW = R = 601{,}8$ (XIII.) und $PQ = PW - WQ = 601{,}8 - 5 \,.\, 15 = 526{,}8$ Meil. und $PM = 601{,}8 + 5 \,.\, 15 = 676{,}8$ M.

RQ

$$RQ = \frac{8,604 \cdot 526,8}{601,8} \text{ M.}$$

$$LM = \frac{8,604 \cdot 676,8}{601,8} \text{ M.}$$

nach gehöriger Rechnung RQ = 7,532 M. LM = 9,677 M. Aber die wahren Werthe Grade RQ und LM, unter dem 60ten und n Grad der Breite, sind nach obiger Tafel 2.) RQ = 7,5 und LM = 9,642. Also gt der Fehler von RQ; 0,032 Meilen, und on LM; 0,035 M., welches auf dem Papiere r eine unerhebliche Größe ist, weil die Mei- elten so groß auf dem Papiere sind, daß einige erttheilchen derselben nicht für einen Punkt ten werden dürften.

Gesetzt, ein Grad auf dem Papiere, also 15 en, hätten die Länge von 4 Zollen, so betrüge Fehler von 0,032 Meilen, ohngefähr 0,008 Zolles, welches auf dem Papiere ein unsicht- Punkt ist.

IV. Man begreift, daß die gegenwärtige erfungsart, von welcher auch Herr Hofrath ner in seinen geometrischen Abhand- gen bey Gelegenheit der Pyramidennetze gere- at, beynahe mit der im vorhergehenden (§. 32.)

einerley ist. Der Unterschied besteht bloß darin, daß dorten die Halbmesser, PQ, PW, PM, mit welchen man die Parallelkreise beschrieb, aus denjenigen geographischen Breiten gefunden wurden, für welche man die Grade auf den Parallelen in ihrem wahren Verhältnisse zu denen des Meridians annahm, hier hingegen wird der Halbmesser, wie PW (woraus sich denn auch die übrigen ergeben), mithin der Mittelpunkt P der zu beschreibenden Kreise, aus derjenigen geographischen Breite gefunden, unter welcher man sich die Seitenfläche des oberwähnten Kegels, die Oberfläche der Kugel berührend, gedenkt, kurz aus der geographischen Breite des mittlern Parallels. Die Halbmesser, die man solchergestalt für die zu beschreibenden Bögen nach beyden Entwerfungsarten findet, weichen nicht viel von einander ab. So fand sich z. E. oben (§. 31. VI.) PQ = 525,2 Meilen, hier aber PQ = 526,8 (III.), also beynahe einander gleich, welches zeigt, daß beyde Entwerfungsarten beynahe mit einander übereinstimmen, wenn man bey der gegenwärtigen die geographische Breite zum Grunde legt, welche dem arithmetischen Mittel zwischen denjenigen Breiten gleich ist, für welche man bey der Entwerfungsart (§. 31.) die Grade auf den Pararellen in ihrem richtigen Verhält-

ſe genommen hatte. Es iſt alſo die be
che Entwerfungsart im Grunde auch eine Ab-
ung der Kegelfläche.

V. Der Winkel KPW = $\omega$, welcher bey
genwärtigen Entwerfungsart einem ſogenann-
. 33. XI.) Grade WK, an dem Punkte P,
icht, findet ſich ſo:

Weil man den Bogen WK ohne merklichen
für ſeine Tangente nehmen kann, ſo hat
ür den Sinus totus 1, tang $\omega = \frac{KW}{PW}$;
weil $\omega$ klein iſt, und in Decimaltheilen des
s totus ohne merklichen Fehler ſtatt tang $\omega$
werden kann $\frac{\omega}{206264}$, wenn $\omega$ in Secun-
egeben wäre (Trig. S. IV. VII.), oder auch
$\frac{.00}{.64}$, das heißt $\frac{\omega}{57,2957}$, wenn $\omega$ in Gra-
egeben wäre, ſo hat man in Gradtheilchen

$$\omega = 57,2957 \cdot \frac{KW}{PW}$$

KW = 15 . coſ $\frac{1}{2}$ $(\alpha+\beta)$ (§. 34. XII.)
R oder
PW = 15 . 57,2957 . cot $\frac{1}{2}$ $(\alpha+\beta)$
(§. 34. VII. VIII. XI.)

Alſo

Also hat man wegen $\frac{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\cot\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$

$$\omega = \sin\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta).$$

enn WK einem Grade auf dem Parallel-
ch W entspricht, so gehört diesem WK,
unkte P, ein Winkel zu, welcher so viel
eilchen enthält, als dem Sinus des
jenigen geographischen
V in der Mitte liegt,
s Sinus totus 1 zu-

E. oben war W in der Mitte zwischen
50ten und 60ten Grad der Breite ange-
n en worden, also $\frac{1}{2}(\alpha+\beta) = 55^\circ$. Nun ist $\sin 55^\circ$ für den Halbmesser 1, $= 0{,}8191521$. Also so viel Decimaltheile eines Grades wird der Winkel $\omega$ groß seyn. D. h. es ist $\omega = 0{,}8191521$ Grad $= 49'.\ 9''$.

VI. In der vorhergehenden Entwerfungsart fand sich (§. 32. II.) $\omega = 49'.\ 5''$, welches also wieder von dem gegenwärtigen um eine unerhebliche Kleinigkeit verschieden ist, und dasjenige bestätigt, was wir vorhin (IV.) behauptet haben.

VII. Oben war vorausgesetzt worden, daß der Bogen mb des Meridians PmQ (Fig. XXVII.)

Secunden bey der Berechnung, die dritte Seite BA = 1406 Meilen finde.

5. Aber auf der Kugel findet sich der Abstand der beyden Oerter B, A = 1432 Meilen. Also beträgt der Fehler, um wie viel AB auf der Charte (4) kleiner ist, als AB auf der Kugel (2), ohngefähr 26 Meilen, also etwa $\frac{1}{55}$ des ganzen Abstandes AB, welches bey einer so großen Distanz von 14 bis 15 hundert geographischen Meilen, immer noch ein sehr mäßiger Fehler ist, der sich schwerlich bey irgend einer andern Entwerfungsart, weiter herabbringen läßt. Daraus folgt denn, daß diese Entwerfungsart des Hrn. *Bonne*, insbesondere zu großen Stücken der Erdfläche, sehr zu empfehlen ist, wenn sie gleich darin von der Natur abweicht, daß die Vierecke des Netzes, zumahl nach dem Rande hin, nicht genau rechtwinklicht bleiben, welches indessen, da die Abweichung nicht sehr groß ausfällt, gegen den Vortheil, daß die Distanzen der Oerter sich noch so ziemlich genau, nach einem geradlinigten Meilenmaaßstabe messen lassen, in keine Betrachtung zu ziehen ist. Dazu kömmt denn noch, daß, wenn eine Charte sich z. E. über ein so großes Stück der Erdfläche erstreckt, als bey der Berechnung (1—4)

ange-

Entwerfungsart gleichsam vorstellen, auf die Seitenlinie pc des Kegels (Fig. XXVII.) würde von m nach b der wahre Werth des Bogens mb getragen, und nun durch den Punkt b dieser Seitenlinie ein Kreis um die Kegelfläche gelegt, gleichlaufend mit dem, welcher durch den Berührungspunkt m um die Kugel geführt ist. So wird jeder Parallelkreis des [illegible] (den einzigen durch m ausgenommen [illegible] um ein [illegible] von dem zugehörigen auf der Kugel v[illegible] [illegible]n, und nur auf diesen Unterschied fä[illegible] die Unrichtigkeit der Charte. Man sieht aber leic[illegible] daß, wenn der Bogen cb nicht über 10 Grade faßt, die Parallelkreise auf des Kegels Oberfläche ohne merklichen Irrthum für die auf der Kugel selbst gehalten werden können, so wie denn auch eine Zone, wie mb$\mu\beta$ auf der Kegelfläche, von der entsprechenden auf der Kugel nicht merklich verschieden seyn wird.

VIII. Da, wie in der vorhergehenden Aufgabe, die Halbmesser PW, PQ, PM (Fig. XXV.) für die zu beschreibenden Parallelkreise, sehr groß werden können, so muß man in solchem Falle wieder die Werkzeuge (§. 18. VI. 2c.) zu Hülfe nehmen, und Punkte der zu beschreibenden Bögen, wie (§. 33.), durch Rechnung bestimmen, wobey man denn völlig wie a. a. O. verfahren kann, nur

daß

n jetzt den Winkel $\omega$, und die Halbmesser,
), PW, PM, aus (III. und V.) nimmt.
. Wenn man von M nach n (Fig. XXVII.)
beträchtlich großen Bogen des Meridians
nähme, und dessen Länge auf des Kegels
linie, von m nach n' trüge (VII.), so
dann freylich der Parallelkreis durch n',
Oberfläche des Kegels, sehr viel
chenden nν auf der Kugel, versch
würde daher nicht mehr v
onen mnμν,, mn'μr einander
wie (VII.). Die Entn
demnach, bey so breiten Zonen,
den Distanzen der Oerter fehlerha
enn man (Fig. XXV.) aus P mit einem
esser PN = pn' (Fig. XXVII.) einen
beschriebe, um den Parallelkreis nν abzu-
so würden die durch Zeichnung sich erge-
Grade dieses Bogens, wie NS, sehr von
wahren Verhältnisse auf der Kugel abwei-
ndem diese Grade NS, eigentlich den Gra-
Parallelkreises n'r, auf der Oberfläche des
, zugehören würden. Es hat daher Herr
, ein berühmter französischer Geograph, eine
fungsart angegeben, bey welcher die Paral-
der Charte zwar alle nach der vorherge-

hen-

für beträchtlich große Stücke der Erdfläche
sich doch noch immer, ohne gar zu großen
geradlinigte Meilenmaaßstäbe zu Messung
Ganzen anwenden lassen. Die Meridiane
aber alsdann gewisse krumme Linien bilde
aus nachfolgender Aufgabe mit mehrerem
wird.

§. 36.

Aufgabe. Ein Netz nach der erwähnten Entwerfungsart des *Bonne* zu zeichnen (Fig. XXVIII.).

Aufl. I. Durch die Mitte des zu
fenden Netzes ziehe man einen geradlinigte
dian MN, und trage gleichgroße Theile a
selben, von M nach a, b, c rc. um die
Meridiangrade abzubilden. Soll sich ein

eßen, jeder der Theile Ma, ab u. s. w. be- hier 10 Meridiangrade, also 10 . 15 oder Meilen, so würde sich denn hieraus zugleich Meilenmaaßstab ergeben.

II. Nach solchen Vielfachen von Graden man heile auf dem Meridiane MN nimmt, läßt auch die Theile auf den nunmehr zu ziehenden lelkreisen fortgehen, d. h. man trägt alsdann, auf die Parallelkreise, nicht die einzelnen e auf, sondern ihrer allemahl 10, und führt Meridiane hindurch.

III. Man berechne nun den Halbmesser des- n Parallels, welcher dem arithmetischen Mit- wischen den äussersten geographischen Breiten des Netzes entspricht, nach der Formel 4. VIII.), also hier den Halbmesser für den den Punkt c, als dem 40ten Grad der Breite, ehenden Parallel, so ist, nach der erwähnten el, dieser Halbmesser = 859,43 . cot 40°.

$$\log 859{,}43 = 2{,}9342139$$
$$\log \cot 40^\circ = 10{,}0761865 - 10$$
$$\log R = 3{,}0104004$$
Und $R = 1024{,}2$ Meilen.

IV. Man verlängere MN, und nehme von c, dem 40ten Grad der Breite, den Abstand

cP

cP = 1024,2 Meilen. Weil jeder Theil, Ma, ab, 2c., 150 Meilen vorstellt (I.) $\frac{1024,2}{150}$ = 6,83; so faßt man solcher T wie Ma, hier 6,83 mit dem Stangenzirkel, trägt sie aus c in P (oder man macht auch 3,83 solcher Theile, wie Ma), so hat ma Punkt P, aus welchem man mit den Halbm Pf, Pe, Pd, Pc 2c. die Parallelkreise besch

V. Weil nun hier die Theile auf den Pa kreisen auch von 10 zu 10 Graden, wie di dem Meridiane MN, fortgehen sollen (II.) suche man für die geographischen Breiten der P M, a, b, c, d, e u. s. w. die Werth Parallelgrade aus der Tafel (§. 12.), multip jeden mit 10, und trage je 10 solcher Pa grade auf die zugehörigen Bögen, aus M 2, 3 2c.; aus a in 1, 2, 3 2c. u. s. w. recht links des mittlern Meridians MN, und vere die gleichnahmigten Punkte auf den Parall z. E. 1, 1, 1 2c. 2, 2, 2 2c. durch einen zu menhängenden Zug (wozu man sich auch des W zeugs (Fig. XII.) bedienen könnte, wenn ma vermittelst der Schrauben m, m, nach den P ten 1, 1, 1; 2, 2, 2; 2c. stellte), so e man die Meridiane des Netzes, welche aber,

überall die Theile auf den Parallelen in
wahren Verhältnisse genommen worden sind,
geradlinigt ausfallen können, sondern gewisse
ne Linien bilden, deren Natur man, wenn
fähig wäre, durch eine Gleichung ausdrücken
e.

VI. Exemp. Wenn M unter dem 10ten,
ch a, b, c rc. unter dem 20ten, 30ten,
n rc. Grad der Breite liegen, so ist bey M
Grad des Parallels = 14,772 Meilen, also
Grade = 147,72 Meilen. Eben so finden
der Ordnung nach,

| | | |
|---|---|---|
| rade auf dem Parallel durch | a = | 140,96 M. |
| . . . . . | b = | 129,90 . |
| . . . . . | c = | 114,91 . |
| . . . . . | d = | 96,42 . |
| . . . . . | e = | 75,00 . |
| . . . . . | f = | 51,40 . |

Werthe trage man, wie gezeigt worden, auf
Parallelkreise durch M, a, b, c, rc., so ergeben
ie krummlinigten Meridiane 1, 1, 1, 1; 2, 2,
; rc., welche denn mit den Parallelen das ver-
e Netz bilden werden, welches man, wie ge-
lich, mit einem rechtwinklichten Parallelogram
lließt, längst dessen Seiten die Grade der Län-
nd Breiten bemerkt werden können.

VII.

Vierecks in die engern 10 Grade, und
angeht, noch in kleinere Theile, und verf
dem Eintragen des Orts, ohngefähr wie
fahren würde, wenn die Seiten dieses
geradlinigt wären, wofür man sie, ihrer
Krümmung wegen, annehmen darf. M
auf den gegeneinander über stehenden P
dieses Viereckes, ein paar Punkte i, h,
der Länge des Orts entsprechen, und zi
Meridian ih desselben, als eine gerad
oder krümmt sie etwas, nach Maasgabe
nachbarten Meridiane dieses Vierecks.
ergiebt sich der Parallel des Orts, inde
durch ein paar Punkte g, k, auf den Me
des Vierecks, welche der Breite des O
sprechen, eine gerade Linie, oder einen Bo
ohngefähr von der Krümmung, die er n

$$= \frac{KV}{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \frac{r^2(\sin\alpha - \sin\beta)}{MN\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \quad \text{(IX.)}$$

Aber $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$
(Trig. S. XIII. 12.)

Also $R = \frac{2r^2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{MN.\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}$

$$= \frac{2r^2\cot\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{MN}$$

XIII. In diesem Ausdrucke will ich den Halbmesser der Erde wieder in geographischen Meilen ausgedrückt annehmen. Es muß demnach auch die Linie MN in solchen Meilen ausgedrückt werden. Nun soll aber die Linie MN dem Meridianbogen bCa gleich seyn, dessen Werth in Graden $= \alpha - \beta$, also in Meilen $= 15(\alpha-\beta)$ ist, also kömmt

$$R = \frac{2r^2\cot\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{15(\alpha-\beta)}$$

XIV. Man sieht leicht, daß die Kegelfläche, welche von pM beschrieben wird, die Kugelfläche in zwey Parallelkreisen durch $\eta$ und $\vartheta$ schneiden würde, und daß sie also mit der Kugelfläche jene beyden Parallelkreise durch $\eta$, $\vartheta$, gemeinschaftlich haben wird. Alle übrigen Parallelkreise auf dem Kegel, z. E. die durch N, M, werden aber von

den

den entsprechenden durch a und b auf der Kugel, verschieden seyn. Die Grade auf den Parallelkreisen durch N und M, werden größer seyn, als die auf den Parallelkreisen durch a und b. Unter den geographischen Breiten bey $\vartheta$ und $\eta$ würden die Grade auf den Parallelen der Kegel- und Kugelfläche, einander gleich seyn, bey K aber, so wie innerhalb des ganzen Raumes zwischen $\eta$ und $\vartheta$, würden die Grade der Parallelkreise auf des Kegels Oberfläche kleiner seyn, als die auf der Kugel. Es wird indessen der Bogen ba, oder der Unterschied der geographischen Breiten der Punkte a und b schon sehr groß seyn müssen, ehe diese Unterschiede zwischen den Graden auf beyderseitigen Parallelkreisen so beträchtlich ausfallen, daß es nicht verstattet seyn sollte, die Parallelkreise auf dem Kegel, für die auf der Kugel zu nehmen, und da wegen des Umstandes, daß hier die Kegelfläche zwey Parallelkreise, nemlich die durch $\eta$ und $\vartheta$, mit der Kugel gemein hat, jene Unterschiede in den Graden der Parallelkreise zweymahl = o werden (nemlich unter den geographischen Breiten der Punkte $\eta$ und $\vartheta$), so kann bey derselben Ausdehnung, welche man dem Murdochischen Netze giebt, der Fehler nie so beträchtlich ausfallen, als bey der Entwerfungsart (§. 34.), wo die Kegelfläche die

Kugel

Man fasse also von dem Meilenmaaßstabe
Meilen ab, und trage sie auf den Paralle
M, als Sehne aus M in m, so ist der
Mm genau 50 Graden der Länge, unter
oten Grad der Breite, gleich, und man
nn also nur in 5 gleiche Theile theilen, um
0 einzelnen Grade der Länge zu erhalten.

IX. Um ohngefähr zu beurtheilen, wie viel
ehlen würde, wenn man nach (VIII.) ver-
und schlechtweg die Bogen, wie M1; 1,
oder jede 10 Grade des Parallels durch M
. XI.), ihren Sehnen gleich setzte, so
folgendes:

Es war der Winkel mPM, welcher 50
n des gedachten Parallels zugehörte, =
707, also der Winkel, welcher 10 Graden
echen würde, = $5^{\circ},7414 = 5^{\circ}.\ 44'.\ 28''$.
Sehne dieses Winkels ist gleich dem doppelten
s des halben Winkels, also $= 2 . \sin 2^{\circ}.\ 52'.\ 14''$
1001594 Theilchen des Halbmessers PM.
ein Bogen von $5^{\circ}.\ 44'.\ 28''$, würde seyn =
2006 des Halbmessers. Also Unterschied
en Bogen und Sehne = 0,0000412 Theil-
es Halbmessers PM = 0,0000412 . 1474
n = 0,06072 Meilen, welches offenbar
ganz unerhebliche Größe ist, welche, wenn

X. Es ist klar, daß die Bemerkungen (V
auch bey andern Entwerfungsarten ihre
dung finden.

So war z. E. für die Entwerfungsart
der Winkel WPK = $\omega$ = sin $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$
WK einem Grade auf dem Parallelkreise du
entspricht (§. 35. V.). Um nun den Bog
für $\lambda$ solcher Grade WK = KI = I. I
zu erhalten, so berechne man für den Ha
PW = R (§. 34. VIII.) sogleich die Se
Winkels WPII = $\lambda \cdot \omega$, d. h. nachdem
dem Halbmesser R den Parallel durch W
ben hat, trage man in ihn aus W in
Sehne = 2 R sin $\frac{1}{2}$ $\lambda \cdot \omega$, so hat man die
Größe des Bogens WII, den man also n

## §. 37.

## Anmerkungen.

I. Man begreift aus dem bisherigen, daß Entwerfungsart des Hrn. *Bonne* keine wahre reitung einer Kegelfläche in eine Ebene, wie §. 34.) seyn kann, aber doch in so ferne Vorvor jener hat, daß sie sich wegen des richtigen iltnisses der Längengrade unter jeder geograen Breite, über einen großen Theil der Erd- erstrecken kann, ohne daß der Fehler, in ing der Distanzen, nach einem gewöhnlichen linigten Meilenmaaßstabe so sehr erheblich le.

1. Gesetzt (Fig. XXIX.) sey MN der mit-Meridian der Charte; P der nach (§. 36. IV.) nnte Punkt; A, B ein paar Oerter auf der e, deren geographische Breiten = 60° und eyen. A liege ostwärts des mittelsten Meri- um 70 Grade der Länge = $\lambda'$, und B um rade = $\lambda$ westwärts desselben entfernt, so er Unterschied der Mittagskreise beyder Oerter Grade betrage.

2. Hieraus findet sich, nach der Formel (§. 14. Fall) der wahre Abstand derselben auf der l = 95°. 10′ = 1432,5 Meilen.

3. Um nun diesen Abstand auf der Charte, also die gerade Linie AB (Fig. XXIX.) zu berechnen, so ist in dem Dreyecke BPA erstlich die Seite PA = PN = dem Halbmesser des zu 60° der Breite gehörigen Chartenparallels AN. Nun war der Halbmesser CP, für den Parallel durch C, unter dem 40ten Grad der Breite = 1024,2 Meilen (§. 36. IV.) und folglich, weil CN = 60° — 40° = 20° = 20 . 15 = 300 Meilen, so hat man PN = 1024,2 — 300 = 724,2 M. = PA.

Ferner PB = PM = 1474,2, wie oben (§. 36. VIII. 5.), und so auch der Winkel BPM = $\varphi = \lambda \,.\, \omega$ = 28°. 42′. 26″, weil für den Punkt B die Größen $\rho$ und $\lambda$, a. a. O. auch hier denselben Werth haben. Aber für den Punkt A unter dem 60ten Grad der Breite, für welchen ich den Winkel APN = $\varphi'$ nennen will, findet sich (das $\rho$ am a. O. jetzt = PN = 724,2 Meilen; $\lambda = 70$; $\eta$ = einem Grade des Parallels durch A = 7,5 Meilen gesetzt) auf eine ähnliche Art $\varphi'$ = 41°,536 = 41°. 32′. 10″.

4. Also hat man in dem Dreyecke BPA, die Seiten BP = 1474,2; PA = 724,2 und den eingeschlossenen Winkel BPA = $\varphi + \varphi'$ = 70°. 14′. 36″, woraus ich mit Weglassung der

Se-

iden bey der Berechnung, die dritte Sei
= 1406 Meilen finde.

5. Aber auf der Kugel findet sich der Abstan
ybden Oerter B, A = 1432 Meilen. Al
t der Fehler, um wie viel AB auf de
te (4) kleiner ist, als AB auf der K
2), ohngefähr 26 Meilen, also etwa $\frac{1}{55}$ de
n Abstandes AB, welches bey
en Distanz von 14 bis 15 inde
raphischen Meilen, imm
mäßiger Fehler ist, der ...
bey irgend einer andern
sart, weiter herabbringen
us folgt denn, daß diese Entwerfu
*Bonne*, insbesondere zu großen Stücken der
äche, sehr zu empfehlen ist, wenn sie gleich
von der Natur abweicht, daß die Vierecke
Netzes, zumahl nach dem Rande hin, nicht
t rechtwinklicht bleiben, welches indessen, da
lbweichung nicht sehr groß ausfällt, gegen den
heil, daß die Distanzen der Oerter sich noch
emlich genau, nach einem geradlinigten Mei-
aaßstabe messen lassen, in keine Betrachtung
iehen ist. Dazu kömmt denn noch, daß, wenn
Charte sich z. E. über ein so großes Stück der
läche erstreckt, als bey der Berechnung (1—4)
ange-

angenommen worden ist, die Meilen auf dem Maaßstabe der Charte wohl nicht sehr groß seyn dürfen, wenn das Netz auch auf dem größten Papierformate noch Platz haben soll. Dies bringt denn den Fehler von 26 Meilen, den wir oben in der Distanz zweyer sehr entlegenen Oerter auf der Charte gefunden haben, beynahe auf einen physischen Punkt herab.

6. Auf einer Charte von Nordamerica, welche ich von Herrn *Bonne*, nach dieser Entwerfungsart, vor mir habe, und die sich vom 10ten Grad nördlicher Breite bis zum 70ten erstreckt, und über 100 Grade der Länge zwischen sich faßt, betragen 10 Grade des mittelsten Meridians, also 150 geographische Meilen, ohngefähr 13 pariser Linien. Also 1 Meile = $\frac{13}{150}$ pariser Linien = 0,0866 pariser Linien. Demnach würde der obige Fehler von 26 Meilen auf dem Papiere, ohngefähr 2,2 pariser Linien betragen, welches zeigt, wie sichtbar etwa dieser Fehler ausfiele. Da nun wohl nicht oft Distanzen so weit entlegener Oerter zu messen vorkommen, so wird in den meisten Fällen der Fehler, in Messung der Weiten auf dieser Charte, nach dem auf ihr verzeichneten Meilenmaaßstabe, ganz unbeträchtlich seyn, wenigstens

n Gebrauch, den man von einer solchen Char
ichen pflegt.

Wollte man freylich einer Charte nach dies
erfungsart eine gar zu große Ausdehnu
, z. E. über 140 Grade der Breite und 18
änge, so würden auch diese Vortheile weg-
, und die Distanzen merklich fehlerhaft we
Diese Erinnerung steht übrigens de[illegible]
r sehr weit ausgedehnten Gebrauche
e'schen Entwerfungsart nicht im Wege, [illegible]
die Meinung nicht seyn kann, daß sie für
n noch so großen Theil der Erd-
)e angewandt werden soll. (Vergl. v. *Zachs*
*atl. Corresp.* Oct. 1807. p. 344.) Diese
erfungsart hat übrigens den Vortheil, daß
die einzeln Zonen derselben ihrem Flächeninhalt
mit denen auf der Kugelfläche übereinkommen,
Herr Professor *Molweide* gezeigt hat (*von*
*hs Monatl. Corresp.* Februar. 1806.
44.).

II. Uebrigens verfährt man mit dem Eintra-
eines Landes in ein Netz nach dieser Entwer-
fart, völlig so, wie es (§. 24. 2. ꝛc.) gewie-
worden ist, und wenn bey der Verfertigung
Netzes selbst, die Parallelkreise sich nicht aus
Punkte P beschreiben lassen, so kann man sie
nach

art ist unter andern auch die *Map of Ind*
*Arrowsmith* 1804. (M. s. die *M*
*Corresp.* Oct. 1807. p. 340.).

§. 38.

**Murdochs Verfahren, ein Stück einer**
**fläche zu entwerfen.**

I. Murdoch hat in den *Philos. Tra*
*Vol. L. P. II. pag.* 268. ein anderes
ren angegeben, ein Stück einer Kugelfläc
schen zwei Parallelkreisen, als ein Stück
kegelförmigen Zone zu betrachten (§. 34. V
letztere in eine ebene Fläche auszubreiten
abzuwickeln. Er setzt dabey die Bedingun
Stück der Kegelfläche solle auch dem ents
den Stücke der Kugelfläche dem Inhalte nac
seyn.

albmesser QG, PG auf einander senkrecht. –
ögen $Qb = \beta$, $Qa = \alpha$ die geographische
en zweyer Parallelkreise, welche man si
a und b um die Erdkugel herum vorstelle
Punkt C liege in der Mitte zwischen a und b
ie geographische Breite von C, oder der B
QC $= \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$; durch C gehe ebenfal
arallel um die Kugel.

III. Man ziehe GC, und gedenke sich auf
bey K einen Punkt dergestalt genommen, daß,
man durch K ein Perpendikel auf GC setzt,
en Verlängerung die Erdaxe in p durchschnei-
und nun die geraden Linien KN, KM, den
idianbögen Ca, Cb gleich nimmt, daß, sage
das Stück der Kegelfläche, welches von MN
rieben würde, indem man sich die ganze Figur
die Axe Gp herumgedreht vorstellt, gleich sey
Stücke der Kugelfläche, welches zwischen den
en Parallelkreisen durch a und b enthalten ist.

IV. Man soll nun nicht allein den Punkt K
n, sondern auch das erwähnte Stück der
elfläche in eine Ebene ausbreiten, oder ein Netz
r zeichnen, auf eine ähnliche Art, wie es in
Aufgabe (§. 34.) geschehen ist, so daß in die-
Netz dasjenige nach geographischer Länge und
ite hineingezeichnet werden könne, was man

auf

auf dem Stücke der Kugelfläche vorfindet, dem das entworfene der Kegelfläche (III.) dem Inhalte nach gleich seyn soll (I.). In der Construction dieses Netzes besteht nun die Murdochische Entwerfungsart, man soll also nach den Bedingungen derselben berechnen, was zur Zeichnung dieses Netzes erforderlich ist.

V. Auflösung. Man ziehe durch N und M die Linien NS und MT senkrecht auf Gp, so sind dies die Halbmesser der Parallelkreise, welche auf der Kegelfläche von den Punkten N und M beschrieben werden, indem sich die Figur um die Axe Gp dreht, so wie die Perpendikel as, bt, die Halbmesser der von den Punkten a und b auf der Kugelfläche beschriebenen Parallelkreise sind. Die von MN beschriebene kegelförmige Zone soll nun erstlich der von dem Meridianbogen aCb beschriebenen Kugelzone gleich seyn.

VI. Die kegelförmige Zone findet sich aus den beyden Halbmessern NS, MT der Parallelkreise, zwischen denen sie enthalten ist, wenn man die Summe der beyden Halbmesser NS + MT in das Stück MN der Seitenlinie des Kegels, und in die Ludolphische Zahl $\pi = 3{,}1415\ldots$ multiplicirt (Kästn. Geom. 63. S. 4. Zus.). Also ist dieser

Kegel-

one Inhalt $= (SN + MT)\pi . MN =$

$\frac{N + MT}{2} . \pi . MN$

VII. Man ziehe KV parallel mit SN, so ist,
K in der Mitte zwischen M und N liegt
, KV die mittlere arithmetische Proportional-

twischen NS und MT also $KV = \frac{SN+MT}{2}$,

ich die erwähnte Kegelzone $= 2 . \pi . KV . MN$.

VIII. Die Kugelzone zwischen a und b ist,
man den Halbmesser der Erdkugel mit r be-
et, $= 2r^2 \pi . (\sin\alpha - \sin\beta)$ (§. 20. 6.)
ortige $\beta + \gamma = \alpha$ gesetzt.

IX. Sollen also beyde Zonen (VII. VIII.)
der gleich seyn (III.), so hat man erstlich
$\pi . KV . MN = 2r^2 \pi (\sin\alpha - \sin\beta)$

nach $KV = \frac{r^2 (\sin\alpha - \sin\beta)}{MN}$

X. Der Punkt K muß demnach in GC der-
lt angenommen werden, daß das Perpendikel
K auf GP, d. h. die Linie KV von dem
hnten Werthe (IX.) sey. Verlangt man
, so ist

$GK = \frac{KV}{\sin KGV} = \frac{KV}{\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}$

Weil

Weil der Bogen QC oder der Winkel QGC $= \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$.

XI. Gedenkt man sich nun die Kegelfläche, welche von pM würde beschrieben werden, in eine Ebene ausgebreitet, so sind auf dieser Ebene die Linien pN, pM, die Halbmesser von Kreisbogen, welche in dem Kreisausschnitte, in den sich diese Kegelfläche ausbreiten würde (§. 34. IV.), die von MN beschriebene Kegelzone (V.) zwischen sich fassen würden.

XII. Um das Netz zu dieser Zone verzeichnen zu können, so muß man insbesondere den Halbmesser pK für den Kreisbogen auf dem Papiere, in welchen sich der Parallel durch K, bey Abwickelung der Kegelfläche, krümmen würde, berechnen. Diesen Halbmesser $pK = R$, der also dem zwischen M und N in die Mitte fallenden Parallel des Netzes entsprechen würde, werde ich den mittlern Halbmesser des Netzes nennen. Er findet sich auf folgende Art:

Weil in dem rechtwinklichten Dreyecke GKp, der Winkel $KGp = 90° - \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$, so ist

$$Kp = R = KG \,.\, \tan KGp \text{ oder}$$

$$R = \frac{KV}{\cos \frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \,.\, \cot \frac{1}{2}(\alpha+\beta) \;(X.)$$

=

$$\frac{KV}{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \frac{r^2(\sin\alpha - \sin\beta)}{MN\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} \quad (I$$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-$

(Trig. S. XIII. 12.)

$$= \frac{2r^2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{MN.\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}$$

$$= \frac{2r^2\cot\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{MN}$$

XIII. In diesem Ausdrucke will ich den Halb- r der Erde wieder in geographischen Meilen drückt annehmen. Es muß demnach auch die MN in solchen Meilen ausgedrückt werden. soll aber die Linie MN dem Meridianbogen gleich seyn, dessen Werth in Graden = $\beta$, also in Meilen = 15 $(\alpha-\beta)$ ist, also it

$$= \frac{2r^2\cot\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{15(\alpha-\beta)}$$

XIV. Man sieht leicht, daß die Kegelfläche, ie von pM beschrieben wird, die Kugelfläche vey Parallelkreisen durch $\eta$ und $\vartheta$ schneiden e, und daß sie also mit der Kugelfläche jene n Parallelkreise durch $\eta$, $\vartheta$, gemeinschaftlich 1 wird. Alle übrigen Parallelkreise auf dem l, z. E. die durch N, M, werden aber von

den

den entsprechenden durch a und b auf der Kugel, verschieden seyn. Die Grade auf den Parallelkreisen durch N und M, werden größer seyn, als die auf den Parallelkreisen durch a und b. Unter den geographischen Breiten bey $\vartheta$ und $\eta$ würden die Grade auf den Parallelen der Kegel- und Kugelfläche, einander gleich seyn, bey K aber, so wie innerhalb des gan[illegible]umes zwischen $\eta$ und $\vartheta$, würden die Grade b[illegible]lelkreise auf des Kegels Oberfläche kleiner seyn [illegible]ls die auf der Kugel. Es wird indessen der [illegible]n ba, oder der Unterschied der geogr[illegible]reiten der Punkte a und b schon sehr groß seyn müssen, ehe diese Unterschiede zwischen den Graden auf beyderseitigen Parallelkreisen so beträchtlich ausfallen, daß es nicht verstattet seyn sollte, die Parallelkreise auf dem Kegel, für die auf der Kugel zu nehmen, und da wegen des Umstandes, daß hier die Kegelfläche zwey Parallelkreise, nemlich die durch $\eta$ und $\vartheta$, mit der Kugel gemein hat, jene Unterschiede in den Graden der Parallelkreise zweymahl = o werden (nemlich unter den geographischen Breiten der Punkte $\eta$ und $\vartheta$), so kann bey derselben Ausdehnung, welche man dem Murdochischen Netze giebt, der Fehler nie so beträchtlich ausfallen, als bey der Entwerfungsart (§. 34.), wo die Kegelfläche die

Kugel

gel bloß berührte, und also nur einen Paral-
kreis mit ihr gemein hatte. Es ist also die
urbochische Entwerfungsart immer
r vorhergehenden (§. 34.) vorzu-
ehen.

XV. Die Punkte $\eta$ und $\vartheta$ zu finden, suche
den Bogen $C\eta = C\vartheta = \delta$, dessen Maas der
inkel $\eta GK = \vartheta GK$ am Mittelpunkte ist.

Nun ist in dem rechtwinklichten Dreyecke $KG\eta$

$$\frac{KG}{G\eta} = \sin K\eta G = \cos KG\eta = \cos\delta$$

oder

$$\frac{KG}{r} = \cos\delta;$$ d. h. (X.)

$$\frac{KV}{r\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \cos\delta$$

enn man nun

$$KV = \frac{r^2(\sin\alpha - \sin\beta)}{MN}$$ oder

$$= \frac{2r^2 \sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{15(\alpha-\beta)}$$

stituirt, so findet sich

$$\cos\delta = \frac{r\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{15\cdot\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$

Aber

Aber aus (§. 34. VII.) ist $\frac{r}{15} = 57,29\ldots$ Also

$$\cos\delta = \frac{57,29\ldots \sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$

wo die Größe $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ im Divisor, durch Grade und Decimaltheile derselben ausgedrückt werden muß.

XVI. Hieraus und aus (XIII.) läßt sich der Werth von R auch so darstellen.

$$R = r \cot\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\delta$$

XVII. Exemp. Es sey $\alpha = 70°$; $\beta = 10°$, so ist $\frac{1}{2}(\alpha-\beta) = 30°$; $\frac{1}{2}(\alpha+\beta) = 40°$; also

| | |
|---|---|
| log 57,29.. = | 1,7581226 (§. 34. VII.) |
| log $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ = | 1,4771213 = log 30. |
| Rest = | 0,2810013 |
| hierzu l sin $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ = | 9,6989700 — 10 |
| giebt log cos $\delta$ = | 9,9799713 — 10 |
| log r = | 2,9342139 (§. 34. VII.) |
| l cot $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ = | 10,0761865 — 10 |
| also log R = | 2,9903717 |

Dies giebt $\delta = 17°.16'$; R = 978,1 Meilen.

Ferner die geographische Breite des Punktes $\eta = 40° + 17°.16' = 57°.16'$; und die des Punktes $\vartheta = 40° - 17°.16' = 22°.44'$.

Dies

es erhellet daraus, weil des mittelsten geograph. Breite $= \frac{1}{2}(\alpha+\beta) = 4$

Man hat also zugleich die geographische derjenigen Punkte des Meridians, für wel Grade auf den Parallelen der Kegelfläche, den auf der Kugel gleich seyn würden, für welche mnach, auch auf dem Netze, die Parallelgrade richtiges Verhältniß zu den Meridiangraden, e auf der Kugel, habe würden.

XVIII. Nach der twerfungsart (§. 34.) ire für dieselben Data, nemlich für $\alpha = 70°$ d $\beta = 10°$, der Hal esser zu dem mittelsten rallel des Netzes, oder der mittlere Halbesser des Netzes $= 1024,2$ Meilen (§. 36. I.), aber für die gegenwärtige Entwerfungsart derselbe $= 978,1$ Meilen. Also der Unteried beyder $= 46$ Meilen. In der dortigen ist $= r \cdot \cot \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$, in der gegenwärtigen er $= r \cot \frac{1}{2}(\alpha+\beta) \cos \delta$; also verhalten h beyde wie $1 : \cos \delta$.

XIX. Die Halbmesser $p\eta$, $p\vartheta$, womit die eisbögen auf dem Netze, für die geographischen eiten der Punkte $\eta$ und $\vartheta$, gezogen werden müs, finden sich folgendergestalt:

1. Man gedenke sich von $\vartheta$ die Linie $\vartheta e$ senkcht auf $Op$, so hat man in dem rechtwinklichten

$$p\vartheta = \frac{\ldots}{\sin \frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \frac{\ldots}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \ldots}$$

Auf eine ähnliche Art findet sich

$$p\eta = \frac{r \cos(\frac{1}{2}(\alpha+\beta)+\delta)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha+\beta)}.$$

Man kann diese Halbmesser auch aus
reits (XVI.) gefundenen mittleren H
$Kp = R$ finden. Denn es ist $p\eta = F$
$= R - r \sin \delta$ und eben so $p\vartheta = R + $
Mit diesen Halbmessern werden nun
Netze diejenigen Kreisbogen beschrieben, a
man die Grade der Länge, in ihrem richti
hältnisse zu denen der Breite, nimmt (§. 1
Aus dem bisherigen ergiebt sich nun
struction des Murdochischen Netzes.

§. 39.

dian abbildet, und trage gleiche Theile auf
lben, deren jeder z. E. 10 Meridiangrade
lle. Ich will setzen, das Netz solle vom
$= \beta$ bis zum 70ten Grad der Breite $= \alpha$
rstrecken.

I. Man verlängere nun den Meridian (I.)
ärts und trage von dem 40ten Grad der
e $= \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$, den oben gefundenen Werth
R $=$ 978 Meilen aufwärts, um den Punkt,
P (Fig. XXVIII.) zu erhalten, aus wel-
auf dem Netze durch alle einzeln 10 Grade
Meridians Kreisbogen gerissen werden. Dann
eibt man aus diesem Punkte auch mit den
messern $p\eta$, $p\vartheta$ (§. 38. XIX.), deren Werthe
leicht berechnen kann, ein paar Kreisbogen,
erden dadurch diejenigen zwey Parallelkreise
ildet, auf welchen man die Längengrade von
röße nehmen muß, wie sie den geographischen
en der Punkte $\eta$ und $\vartheta$, also den Breiten
57°. 16′ und 22°. 44′ zukommen (§. 38.
I.).

II. Weil nun unter 57°. 16′ der Breite,
Grad eines Parallels $=$ 15 . cos 57°. 16′
,111 Meilen, unter 22°. 44′ aber derselbe
5 . cos 22°. 44′ $=$ 13,834 Meilen ist, und
wenn das Netz von 10 zu 10 Graden der

Breite fortgeht (I.), es auch, wie gew
von 10 zu 10 Graden der Länge gezeichne
so machen 10 Grade der Länge auf dem
durch η, 81, 11 Meil. und auf dem d
138,34 Meilen. Diese Werthe trage m
die mit den Halbmessern pη, pϑ, besch
Kreisbogen oder Parallelen des Netzes, rec
links des mittlern Meridians, und ziehe
durch die gleichnahmigten Punkte dieser Kre
gerade Linien, als Meridiane, so wird da
vollendet seyn, und man kann es nun auf
Grade der Länge ausdehnen, als zwischen se
ohngefähr die zu entwerfende Charte enthalt

Andere Bemerkungen, welche bey der
nung eines solchen Netzes noch vorkommen
übergehe ich hier, da sie bey den vorherge
Entwerfungsarten, z. E. (§. 33. ꝛc.), bereit
gebracht sind, und mit der gehörigen Verän
auch auf die gegenwärtige leicht angewandt w

IV. Anmerkung. Murdoch hat
oberwähnten Abhandlung (§. 38. I.) gezeigt
man sich auf einer Charte nach dieser Entwer
art, auch wenn sie von einer beträchtlichen
dehnung wäre, dennoch zur Messung der
zen, ohne großen Fehler, eines gewöhnlicher
lenmaasstabes bedienen könne. Er rechnet

t auch z. E. ein paar Oerter unter dem 10ten
60ten Grad der Breite lägen, und um 110
de der Länge von einander abständen, sich den-
der Fehler, in Messung ihrer Distanz, kaum
$\frac{1}{42}$ der ganzen Distanz belaufen würde, oder
so viel würde die auf der Charte gemessene
ernung von der nach (§. 14. III. F.) trigono-
isch berechneten auf der Kugel, abweichen.
es zeigt, daß auf dieser Entwerfungsart die
anzen noch etwas fehlerhafter, als auf
Bonnischen (§. 36. ꝛc.), ausfallen, da bey
letztern, für einen noch viel größern Abstand
t war der Unterschied der Mittagskreise beyder
ter sogar 120 Grad), der Fehler ohngefähr
des Ganzen betrug (§. 37. 5.). Allein da die
nische Entwerfungsart krummlinigte Meri-
e giebt, auf der Murdochischen hingegen, die
wahre Abwickelung der Kegelfläche ist, die
ridiane alle geradlinigt ausfallen, und auf den
allelen senkrecht stehen, so möchte letztere viel-
t einen Vorzug vor der Bonnischen haben.
dessen sind beyde Entwerfungsarten
streitig allen perspectivischen vorzu-
hen, denen man, meines Erachtens,
her einen viel zu großen Werth bey-
egt hat.

V.

auf MN oder auf dem mittelsten Meri
Charte, einander gleich genommen werden
I.); die diesen Theilen entsprechenden e
Kegelzonen alsdann nicht den Zugehörigen
Kugel gleich seyn können.

2. Soll also den Hauptbedingungen d
dochischen Entwerfungsart (nem
die ganze Kegelzone zwischen M und N
gelzone zwischen b und a, und die Bre
dem Bogen ba gleich sey) noch die B
hinzugefügt werden, daß auch die einzel
zwischen M und N, z. E. von 5 zu 5
10 zu 10 Graden, denen auf der Kug
seyn sollen, so dürfen die erwähnten T
MN nicht einander gleich genommen werd

3. Gesetzt KH = x sey von dem
Parallel durch K angerechnet, die Brei

r Tafel (§. 20.) den Inhalt der Ku
wischen den geographischen Breiten $\frac{\alpha +}{2}$

$\frac{+\beta}{2} + \varphi$ und nenne sie $= Z$.

Der Flächeninhalt der Kegelzone zwischen
H würde, wenn HW senkrecht auf Gp
$\pi$ (KV + HW) KH (oder wegen KV
. sin KpV = R sin $\frac{(\alpha+\beta)}{2}$ und HW
I sin $\frac{(\alpha+\beta)}{2}$ = (R—x) sin $\frac{(\alpha+\beta)}{2}$ =)
isdrucke $\pi$ (2R — x) . x sin $\frac{1}{2}$ ($\alpha+\beta$).

Also soll seyn (2)

$$\pi\ (2R - x)\ x \sin \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta) = Z$$

ch

$$Rx - x^2 = \frac{Z}{\pi \sin \frac{1}{2}(\alpha+\beta)}$$

Da nun der Ausdruck rechter Hand des
heitszeichens eine gewisse Fläche darstellt, so
h diese $= y^2$ nennen. Also hat man
$x - x^2 = y^2$. Daraus wird

$$x = R - \sqrt{(R^2 - y^2)}$$

So ließen sich die Werthe von x für jeden
$\varphi$ z. B. von 5 zu 5 Graden berechnen,
und

und also die Punkte auf dem mittelsten Mer
der Charte, durch welche die einzelnen Par
kreise mit den Halbmessern $R - x = \surd (R^2 -$
gezogen werden müssen, bestimmen. Für die
rallelen zwischen K und M würde man $\varphi$ ne
setzen müssen.

8. Ein Netz nach dieser Constructionsart w
vielleicht vor dem Murdochischen noch Vor
haben. Aber der Distanzenfehler dürfte
wohl etwas größer als auf dem Murdochis
Netze ausfallen.

9. Da $y^2 = 2Rx - x^2$ die Gleichung
einen Kreis ist, so ließen sich die Werthe v
auch wohl durch eine Construction finden, w
ich mich aber hier nicht weiter aufhalten will.

10. Will man Z nicht aus der Tafel (§.
berechnen, so kann man es auch durch die For

$$Z = 4r^2 \pi \cos \tfrac{1}{2} (\alpha + \beta + \varphi) \sin \tfrac{1}{2} \varphi$$

finden. Dann wird sogleich

$$y^2 = \frac{4r^2 \cos \tfrac{1}{2} (\alpha + \beta + \varphi) . \sin \tfrac{1}{2} \varphi}{\sin \tfrac{1}{2} (\alpha + \beta)}$$

Ex. Es sey z. B. wie oben $\alpha =$ 1
$\beta = 70^\circ$ und $\varphi = 10^\circ$, so ist $\tfrac{1}{2} (\alpha$ -
$= 40^\circ$; $\tfrac{1}{2} \varphi = 5^\circ$; $\tfrac{1}{2} (\alpha + \beta + \varphi) =$ 4

gr = 5,8684278 (§. 34. VII.)
4 = 0,6020600
45° = 9,8494850 — 10
n 5° = 8,9402960 — 10

mme = 5,2602688
n 40° = 9,8080675 — 10

$y^2$ = 5,4522013
$y^2$ = 283270
ist $R^2$ = 956628 aus log P (§. 38. XVI.)
$-y^2$ = 673358
$-y^2$) = 820,5 Meilen
= 978,1 (§. 38. XVI.)
= 157,6 M.

der der Bogen des Meridians auf der Erd- welcher diesem x auf dem Netze der Kegel- entspricht, beträgt wegen $\varphi = 10°$ nur 15 = 150 Meilen. Also beträgt der Di- nfehler auf dem erwähnten Netze nur 7,6 n, wenn man nemlich die Distanzen auf einer e dieser Art, nach einem Meilenmaasstabe wollte, nach welchem die Distanz MN der n äussersten Parallelen genau dem entsprechen- Bogen ba auf der Kugel gleich seyn würde, Nurdoch will (§. 38. III.). Da jener Di- nfehler für die ersten 10 Grade des Meri-

dians

dians von K nach N zu, nur ohngefähr den 20ten Theil von dem wahren Werthe dieser 10 Grade oder von 150 Meilen ausmacht, so erhellet, daß nach dieser Entwerfungsart, die Distanzenfehler doch noch immer erträglich ausfallen, und auf einem Netze, worauf, wie auf dem Bonnischen (§. 37 6.), 150 Meilen etwa 13 pariser Linien betrügen, das Auge eben nicht sehr beleidigen.

11. Wenn $\varphi$ negativ ist, so wird auch $y^2$ negativ, und dann $x = R - \sqrt{(R^2 + y^2)}$ gleichfalls negativ für die Zonen von K nach M zu.

12. Zu diesem Zusatz zu der Murdochischen Entwerfungsart hat mir ein Aufsatz Veranlassung gegeben, den mir ebenfalls über diesen Gegenstand ein geschickter Liebhaber der mathematischen Wissenschaften, Hr. Heinrich Christian Albers in Lüneburg zugesandt hat.

## §. 40.
## Flamsteed.

Hat sich in seinem Himmelsatlas einer Entwerfungsart bedient, deren Beschaffenheit ohngefähr aus (Fig. XXXI.) zu ersehen ist. MN ist der mittelste Meridian, welcher als eine gerade Linie erscheint, worauf von einzeln zu einzeln, oder auch von 10 zu 10 Graden der Breite, Perpendi-

rlinien für die Abbildung der Parallel-
zogen sind. Auf diesen geradlinigten Pa-
verden überall, wie auf dem Bonnischen
36.), die Theile, wie M 1, 1, 2; ꝛc.
; ꝛc. aus der Tafel (§. 12.), in ihrem
Verhältnisse zu denen des Meridians MN
n, und dann durch die gleichnahmigten
, 1, 1; ꝛc. 2, 2, 2, ꝛc. krumme Linien
welche die übrigen Chartenmeridiane vor-
In dieses Netz werden alsdann die Punkte
asgabe ihrer Länge und Breite, oder auch,
n Sternen die Rede ist, nach ihrer gera-
ufsteigung und Abweichung einge-

Vermuthlich hat Flamsteed wegen der Be-
keit, die Parallelen als gerade Linien zu
diese sonst eben nicht vorzügliche Entwer-
eines Kugelnetzes, zu seinen Sterncharten
Doch hat sie noch immer Vorzüge vor
27.) sonst ebenfalls häufig gebrauchten,
einzelnen Vierecke des Netzes hier wegen
nmung, die die Meridiane bekommen, we-
hiefwinklicht, als dort, ausfallen, und
die Parallelgrade ihr wahres Verhältniß
der Kugel haben, nemlich sich wie die
ihrer Distanzen vom Pole verhalten, da
hinge-

angewandt worden, wie die sehr große
von Sansonischen und ähnlichen Charte
sen. Auch hat Hr. Lotter sich derselben
1778 in Augsburg herausgegebenen Gene
bedient. Hieher gehören auch mehrere
von Senex und viele holländische, die
Mitte dieses Jahrhunderts erschienen sin
viel ist gewiß, daß, wenn gleich diese Zei
art mehr von der Natur abweicht, als an
reits erklärte, indem hier die Vierecke des
zumahl nach dem Rande der Charte hin, se
ausfallen, sobald sie sich auf sehr viele Gr
Länge erstreckt, wodurch denn die Gestalt
der sehr merklich verzogen wird, so ist
nicht so gar schlecht, als Hase und die H
nische Officin, im Staatsgeogra

arte niemals allen Bedingungen (§. 3.) ein
e leisten kann, die gegenwärtige aber doch
derselben erfüllt, wozu insbesondere auch
iejenige kommt, daß die einzelnen Zonen die-
etzes ihrem Flächeninhalte nach, sehr nahe
nen auf der Kugel übereinstimmen, und folg-
ich die hineingezeichneten Länder mehr Gleich-
nd Verhältniß unter sich behalten, als viel-
auf den meisten perspectivischen Projectionen,
a sie noch immer unter die erträglichen ge-
werden. Wenn übrigens in die einzeln
ke eines solchen Netzes nur die Oerter rich-
h ihrer geographischen Länge und Breite ein-
en worden sind, wobey man ohngefähr, wie
. VII.), bey der Bonnischen Entwerfungs-
mit der die gegenwärtige, bis auf die gerad-
n Parallelen, völlig übereinstimmt), verfah-
nn, so sind dennoch Hülfscharten dieser Art
wieder zu andern brauchbar.

I. Weil sich (Fig. XXXI.) die Linien
a 1, b 1 etc., oder auch M 2, a 2, b 2 etc.
den Punkten 1, 1, 1 etc., oder 2, 2, 2 etc.
rummlinigten Meridiane, als Ordinaten zu-
n, verhalten wie die Cosinusse der geogra-
n Breiten, und folglich wie die Sinusse des
des der Punkte M, a, b etc. vom Pole (der

hier

$$y = m \sin x$$

ist, so ist jeder Meridian der Charte eine
jenigen krummen Linien, welche man
linien genannt hat, und worüber W
(*Traité de Cycloide*) und andere
Untersuchungen angestellt haben. Der
m bedeutet in dieser Gleichung eine
Größe, welche mit von dem Abstande d
dians, dem die Gleichung zugehören soll,
mittelsten MN der Charte abhängt. Es
diese Sinuslinien zu den transscendenti
höhern Geometrie, und man sieht leicht,
die Meridiane auf dem Bonnischen Netze
Arten solcher Sinuslinien sind, deren Gle
noch etwas zusammengesetzter ausfallen
hier aber von keinem Nutzen sind.

§. 41.

Anmerkung.

I. Auf den Flamsteedischen Sterncharten bilden die Ecliptik, und die mit ihr parallel gehenden Kreise, so wie auch die auf der Ecliptik senkrecht stehenden Breiten-Kreise, ganz besondere krumme Linien, welche man in ein Netz, wie das vorhergehende (Fig. XXXI.) hineinzeichnen kann, wenn man auf den Meridianen 1, 1, 1; 2, 2, 2; ꝛc. diejenigen Punkte weiß, wo jene Kreise in sie einschneiden, und diese Punkte alsdann durch einen zusammenhängenden Zug vereinigt.

II. Die Punkte zu finden, wo insbesondere die Ecliptik diesen oder jenen Meridian durchschneidet, lehrt die Astronomie. Man braucht zu dieser Absicht nur die gerade Aufsteigung oder Rectascension des Meridians, d. h. die Entfernung desjenigen Punktes des Aequators, durch welchen der Meridian geht, von dem Frühlings-Aequinoctialpunkte zu wissen, so kann man daraus berechnen, wie weit der Punkt, wo die Ecliptik in den Meridian einschneidet, vom Aequator nord- oder südwärts absteht, d. h. wie groß die Declination jenes Punktes der Ecliptik sey. Da auf manchen Planisphären auch die Ecliptik zu zeichnen ist, so will ich hier ein Täfelchen für die Declina-

tion

tion jener Durchschnittspunkte der Ecliptik mit d
Meridianen hinsetzen, welches in der Folge au
noch zu andern Absichten gebraucht werden wi
Die Rectascensionen der Meridiane gehen in diese
Täfelchen von 5 zu 5 Graden fort, und sind in de
Spalten I, II, III, IV. aufzusuchen. In d
mittelsten V. findet man die ihnen entsprechende
Declinationen der Durchschnittspunkte der Eclipt
mit [illegible] Meridianen, in Graden und Minuten an
[illegible] der

| [illegible] | II. | V. | III. | IV. |
|---|---|---|---|---|
| [illegible] | 180° | 0°. 0′ | 180° | 360 |
| 5 | 175 | 2 . 10 | 185 | 355 |
| 10 | 170 | 4 . 19 | 190 | 350 |
| 15 | 165 | 6 . 25 | 195 | 345 |
| 20 | 160 | 8 . 27 | 200 | 340 |
| 25 | 155 | 10 . 24 | 205 | 335 |
| 30 | 150 | 12 . 15 | 210 | 330 |
| 35 | 145 | 13 . 59 | 215 | 325 |
| 40 | 140 | 15 . 35 | 220 | 320 |
| 45 | 135 | 17 . 4 | 225 | 315 |
| 50 | 130 | 18 . 24 | 230 | 310 |
| 55 | 125 | 19 . 35 | 235 | 305 |
| 60 | 120 | 20 . 36 | 240 | 300 |
| 65 | 115 | 21 . 29 | 245 | 295 |
| 70 | 110 | 22 . 12 | 250 | 290 |
| 75 | 105 | 22 . 45 | 255 | 285 |
| 80 | 100 | 23 . 9 | 260 | 280 |
| 85 | 95 | 23 . 24 | 265 | 275 |
| 90 | 90 | 23 . 28 | 270 | 270 |

für die Rectascensionen in der Iten und IIten werden die zugehörigen Werthe der Vten wärts des Aequators, und für die Recta- nen der IIIten und IVten Spalte, süd- s genommen. Z. E. wenn man den Punkt hte, wo die Ecliptik in einen Meridian ein- , dessen gerade Aufsteigung 230 Gr. wäre, er um 230 Gr. des Aequators vom früh- Aequinoctio abstände, so würde man [illegible] n Spalte 18°. 24′ finden, d. h. es so rchschnittspunkt der Ecliptik mit diese[illegible] m so viel Grade und Minuten vom Aequa- tehen, oder die Declination dieses Punktes 18°. 24′ seyn; aber südlich, weil die :ension in der IIIten Spalte sich findet. Eben üdliche Declination würde auch noch der :ension 310° zukommen. Für 50°, und 130° :. würde die Ecliptik 18°. 24′ nordwärts quators in die zugehörigen Meridiane ein- en. Wenn man eine Himmelskugel zu Hülfe , so kann man sich dieses vollkommen ver- en.

II. Wollte man nun auf einem beliebigen z. E. auf dem Bonnischen (Fig. XXVIII.), liptik zeichnen, so setze man, der Parallel M gehöre dem 10ten Grade des Abstandes

Weil nun für diese Rectascensionen, der
nach, die Durchschnittspunkte der Eclipti
Meridianen, sämmtlich nordwärts des
fallen, so nehme man auf den Meridia
$\beta\dot{a}$; $\alpha$I 2c., die Punkte p, q, r, s,
in den gehörigen, in der Spalte V zu
Abständen vom Aequator, und hänge di
p, q, r, s, 2c. durch eine krumme Linie z
so stellt diese die Ecliptik vor, wenn da
astronomischen Gebrauche dienen sollte.
Meridian durch $\alpha$, dem 50ten Grade der
sion, entspricht aus der Tafel, in der
eine Declination des Durchschnittspun
Ecliptik mit diesem Meridiane = 18°. 2
nun der Parallel M$\alpha\beta$m, schon dem 10t
der Declination oder des Abstandes vom
zugehört, so nehme man auf dem Merid

V. Wollte man endlich auch noch die Tro-
, oder die Wendekreise verzeichnen, hier
en des Krebses, der nordwärts des Aequa-
in einem Abstande von 23°. 28′ parallel mit
quator, zu ziehen ist, so ziehe man durch
nkt w, der hier auf dem Meridiane durch
dem 90ten Grade der Rectascension, bereits
3°. 28′ des Abstandes vom Aequator ent-
, mit dem Halbmesser Pw, einen Parallel-
vy, wie die punktirte Linie ausweißt, so ist
r verlangte Wendekreis des Krebses. Man
uch nur auf dem mittelsten Meridiane MN,
Abstand 23°. 28′ vom Aequator, bey x be-
, und durch den erhaltenen Punkt x aus P
nktirten Bogen reissen dürfen.

. Wenn Netze, wie die bisherigen, sich
ücke von der Oberfläche einer Himmels-
beziehen sollen, so gedenkt man sich begreif-
der Verzeichnung derselben, eine Himmels-
o groß, wie die Erdkugel, für welches
n solches Stück gezeichnet hätte; man trägt
ie Sterne, nach ihrer Rectascension und
clination, in die einzeln Vierecke des Netzes
ein, wie man Oerter auf der Erde, nach
geographischen Längen und Breiten, eintra-
ürde. Indessen sind die bisherigen Netze

eben nicht sehr zu astronomischen Absichten, zu Sterncharten und dgl. gebraucht worden, sondern man zieht da aus mehrern Gründen die perspectivischen Projectionen vor.

§. 42.

## Seecharten.

I. Da Seecharten auch als Hülfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten gebraucht werden, so muß ich hier die Einrichtung derselben zeigen. Je besser man von der Beschaffenheit und Verfertigungsart dieser oder jener Hülfscharten unterrichtet ist, desto vollständiger weiß man sie auch zu gebrauchen.

Daß Seecharten die flüssigen Theile der Erdoberfläche, die darauf befindlichen Inseln, Küsten, Klippen, Sandbänke, Ströme, und andere Dinge, die den Schiffer interessiren, zum Gegenstande haben, ergiebt schon ihr Nahme. Sie haben aber darin einen ganz besondern Zweck, daß sie nicht sowohl eine Vorstellung der verhältnißmäßigen Lage und Größe der Länder, Meere u. dgl. enthalten, als vielmehr dem Schiffer, zufolge des Windstrichs, den er nach seinem Compasse zu segeln hat, als Wegweiser über den ungebahnten Ocean dienen sollen. Sie sollen ihm ohne besondere Mühe die

Fahrt

t des Schiffes bestimmen, und gleichsam zu
richtigen Besteck auf seiner Reise dienen,
was er von einem Ort zu einem andern, für
Cours zu halten, und wie weit er dahin zu
habe, und überdem soll er leicht den genom-
Cours eintragen und wieder finden können.

II. Nun ist eigentlich der kürzeste Weg, den
Schiffer auf der Erdkugel von einem Orte zu
andern nehmen kann, ein Bogen eines größ-
reises, den man sich zwischen beiden Oertern
ken muß.

Allein da ein größter Kreis nur in wenigen
n die verschiedenen, sämmtlich nach den Polen
vergirenden Meridiane, unter gleichen Win-
d. h. unter gleichem Compasstriche,
schneiden kann, so müßte der Schiffer, wenn
f einem solchen größten Kreise, als auf dem
ten Wege, segeln wollte, alle Augenblicke
Compasstrich ändern, oder in jedem Meri-
, in den das Schiff gelangt, nach einer
, von der vorhergehenden etwas unterschiede-
Richtung segeln. Da nun dies mit sehr viel
werlichkeit verknüpft ist, so sucht der Schiffer
, so viel als möglich, den Compasstrich bei-
alten, aber alsdann weicht er von dem kür-
Wege ab, und beschreibt auf der Kugel eine

ge-

gewisse krumme Linie, welche man die Loxodromische nennt, und die merklich von einem größten Kreise abweicht. Sie hat die Eigenschaft, alle Meridiane unter gleichen Winkeln, d. h. unter einerlei Compasstriche, zu durchschneiden, und würde sich nach Art einer Spirallinie, dem Pole zu nähern, wie bereits oben (§. 5. IV.) erwähnt worden ist, mithin einen beträchtlichen Umweg geben, wenn der Schiffer ihr beständig folgen wollte. Er weiß aber, nachdem er eine Zeit hindurch nach dieser loxodromischen Richtung gesegelt, schon wieder einzulenken, und andere Compasstriche zu befolgen, die ihn zuletzt an Ort und Stelle führen. Nur geschieht diese Abänderung des Strichs nicht in jedem einzelnen Meridiane, den das Schiff durchstreicht. So lange er indessen denselben Compasstrich beibehält, ist das vom dem Schiffe beschriebene Stück Weges allezeit loxodromisch.

III. Werden solche loxodromische Stücke auf Charten gezeichnet, deren Meridiane nicht parallel sind, so bilden sie ebenfalls besondere krumme Linien, deren Beschaffenheit aber alsdann auch mit von der Entwerfungsart der Charte abhängt, und oft noch verwickelter, als die auf der Kugel selbst ausfällt. Auf dem Netze (Fig. XXVI.) stellt die

punk-

irte krumme Linie $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ rc. den loxodromi-
Weg ohngefähr vor, wenn das Schiff die
idiane unter Winkeln $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$, $\varepsilon$, $\eta$ rc.
60 Graden durchstriche, so daß überall der
aßstrich 60° wäre. Würde bey $\delta$ der Com-
rich abgeändert, so würde alsdann eine neue
romie zum Vorschein kommen, und so besteht
Weg eines Schiffes aus lauter einzelnen loxo-
ischen Stücken, die so bestimmt werden müs-
daß sie den Schiffer zuletzt an den Ort seiner
mmung führen. Gewöhnlich pflegt der Schif-
ur von einem Mittage zum andern, den
s beyzubehalten, so, daß die einzeln loxodro-
en Stücke nicht zu groß werden, mithin nicht
it von dem wahren Wege abführen.

IV. Zum Behufe der Schiffarth sind Charten
derlich, worauf der loxodromische Weg eines
ffes durch eine möglichst leichte Construction
estellt werden kann, und dies würde der Fall
wenn auf einer solchen Charte die Meridiane
gleichlaufende gerade Linien abgebildet wären.
loxodromische Weg eines Schiffes würde dann
geradlinigt ausfallen, und sich also sehr
verzeichnen und ausmessen lassen, wenn gleich
Abbildung der Natur nicht gemäß wäre.
Schiffer ist aber auch an dieser Aehnlichkeit

mit

mit dem Originale nichts gelegen, wenn er nur den Zweck der leichten Verzeichnung des von dem Schiffe beschriebenen Weges erreichen, und sehr bequem diesen oder jenen Windstrich bezeichnen oder angeben kann, nach welchem er segeln will, oder schon einmahl gesegelt hat. Auf allen Charten, deren Meridiane convergiren, oder durch krumme Linien abgebildet sind, würde diese Forderung zu mühsam zu bewerkstelligen seyn, und man hat daher die mit parallelen Meridianen zum Behufe der Schiffarth eingeführt.

V. Wenn nun aber die Meridiane gleichlaufend, und zugleich auf den Parallelen senkrecht stehen sollen, so müssen auch letztere geradlinigt gezeichnet werden, und so würde denn zum Gebrauche des Schiffers die oben (§. 23.) erklärte Entwerfungsart sich ergeben.

Eine gerade Linie, z. E. ag, auf einer Charte, wie (Fig. XX.), würde alle Meridiane unter gleichen Winkeln, z. E. gad = giγ, durchschneiden, und also den loxodromischen Weg eines Schiffes abbilden, welches unter einem Compasstriche cai aussegelte, und wäre nun z. E. dieser Winkel = 45° westlich von dem Meridiane ad, so würde ag der loxodromische Weg seyn, wenn der Schiffer beständig nach N. W. (Nordwest) von

a aus-

ausſegelte. So würde jede andere gerade Linie, nter dem gehörigen Winkel gegen den Meridian es Orts der Ausfarth gezogen, die Weltgegend, oder den Windſtrich (*Rhumb*) bezeichnen, der unter dieſen oder jenen Umſtänden verlangt würde.

§. 43.

## Plancharten, Plattcharten.

(*Cartes planes.*)

I. Sind bey den Schiffern keine andern als ie oben (§. 23.) erklärten. Ihre Verzeichnung ſt die einfachſte unter allen, und folglich auch für den Schiffer die bequemſte, um den Ort ſeines Schiffes, ſo wie er ihn durch die geographiſche Länge und Breite deſſelben, durch Beobachtungen auf der See, gefunden hat, einzutragen. Sind ferner zwei Oerter auf der Charte vorgegeben, ſo ſtellt die gerade Linie zwiſchen beyden, den loxodromiſchen Weg vor, deſſen Compaßſtrich ſich durch den Winkel dieſer Linie mit den Meridianen der Charte ergiebt. Um dieſe Compas- oder Windſtriche, in Anſehung der Weltgegend, bequem angeben zu können, ſo wird an einem ſchicklichen Orte auf der Charte, am beſten in der Mitte derſelben, eine ſogenannte Windroſe (ein in 32 Theile einge-

theilter

theilter Kreis) gezeichnet, welcher die Hauptwe gegenden, Norden, Süden, Westen, Osten, u die dazwischen fallenden als Nordost, Südost Nord-Nord-Ost u. dgl. durch Linien, welche üb den ganzen Raum der Charte von dem Mittelpunk dieser Rose auslaufen, darstellt.

II. Soll nun auf der Charte, von eine gewissen Orte aus, ein Windstrich, z. E. S. C (Südost), markirt werden, längst dessen ein Schi fer segeln wollte, so zieht man durch diesen Punk auf der Charte, nur eine gleichlaufende Linie mit der S. O. Linie der Windrose, so ist die Sach geschehen.

III. Ist auf einem solchen Windstriche ein gewisse Strecke Wegs zurückgelegt worden, so dar man nur den, vermittelst der Logleine gemessene Weg, auf diesen Windstrich von dem Orte aus wo sich das Schiff zuerst befand, in geographischen oder Seemeilen, auftragen, so hat man den Punk auf der Charte, wo sich das Schiff, nach Zurück legung seines Weges, befindet, und so ist es dem leicht, auf Charten dieser Art, die Aufgaben, di dem Schiffer täglich vorkommen, aufzulösen.

IV. Weil indessen die Entwerfungsart (§. 23.) darin zu sehr von der Natur abweicht, daß di Grade auf den Parallelen nicht ihr richtiges Ver hält

hältniß zu denen der Meridiane haben, so würde, wenn man nach (II. und III.) verführe, um den Ort des Schiffs zu bestimmen, die geographische Länge und Breite desselben sehr fehlerhaft ausfallen, so wie denn umgekehrt Oerter, welche nach der richtig beobachteten Länge und Breite eingetragen worden wären, in Ansehung ihrer Distanzen unrichtig ausfallen würden. Auch könnten die Windstriche von einem Orte zu einem andern, nicht mehr mit denen auf der Kugel übereinstimmen.

1. Wäre z. E. (Fig. XX.) a der Ort eines Schiffs, und g ein anderer, der Unterschied der geographischen Breiten derselben $= \mu$ Grade, die Breite des Orts a $= \beta°$, und der Unterschied ihrer Längen $= \lambda°$, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke gad auf der Charte, die Distanz ag $=$ $15 \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$ geogr. Meilen (§. 25. 5.). Liegen nun a und g nicht zu weit auf der Kugel von einander entfernt (und dies ist allemahl der Fall, so lange der Schiffer unter einerley Windstriche fortsegelt, weil er, theils wegen der Ursache (§. 42. III.), theils wegen Klippen, Ströme, Untiefen u. dgl. nie lange einerley Cours beibehalten kann), so ist auf der Kugel die wahre Distanz ag ohne merklichen Fehler $= 15 \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \cos\beta^2)}$ (§. 17.), und demnach das ag auf der Charte

sehr

sehr erheblich von dem ag auf der Kugel verschieden, so wie denn auch umgekehrt, wenn man auf den Windstrich ag, die Distanz ag richtig auftragen hätte, die geographische Länge und Breite von g sehr fehlerhaft herauskommen würde.

2. Für den Compasstrich, oder den Winkel gad auf der Charte, den ich $\xi$ nennen will, hätte man tang $\xi = \frac{gd}{ad} = \frac{\lambda}{\mu}$. Hätte aber gd das richtige Verhältniß gegen ad, so daß gd $= 15 . \lambda \cos \beta$, und nicht bloß, wie hier auf der Charte $= 15 . \lambda$ wäre, so wäre, wenn der wahre Compasstrich $= \zeta$ hiesse, tang $\zeta = \frac{\lambda \cos \beta}{\mu}$, und so würde denn, wenn z. E. $\gamma$ad $= \zeta$ der wahre Compasstrich wäre, sich die Tangente des falschen Compasstrichs gad zu der des wahren $\gamma$ad verhalten $= 1 : \cos \beta$, oder man hätte, für die Gleichung zwischen beyden

$$\text{tang } \zeta = \text{tang } \xi \cos \beta.$$

3. Wenn also a und g auf der Charte richtig nach Länge und Breite eingetragen wären, und der Schiffer wollte nun auf der Kugel, unter einem Compasstriche gad $= \xi$, den die Charte von a nach g angiebt, wirklich von a nach g segeln,

segeln, so würde er weit von der wahren Richtung abkommen, denn der wahre Compasstrich, unter welchem er absegeln mußte, wäre eigentlich der Winkel $\gamma ad = \zeta$, den man aus dem falschen, $g\dot{a}d$, und des Orts a geographischer Breite, nach der angegebenen Formel berechnen kann.

4. Für $\beta = 0$, d. h. nur allein unter dem Aequator, wird der Compasstrich auf der Charte mit dem auf der Kugel übereinkommen, und $\tang \zeta = \tang \xi = \frac{\lambda}{\mu}$ werden, welches auch der Fall für $\lambda = 0$ seyn würde, d. h. wenn ein Schiff in dem Meridiane selbst segelte.

5. Man sieht leicht, daß, wenn umgekehrt der Ort eines Schiffes, z. E. g, auf einer solchen Platt- oder Plancharte seine richtige Stelle, in Ansehung seiner geographischen Länge und Breite (so wie sie an dem Rande AB und AC der Charte angezeigt wird), erhalten soll, man nicht den wahren Windstrich, unter welchem man von a aus nach g, auf der Kugel fahren müßte, d. h. nicht den Winkel $\zeta$ an ad tragen darf, sondern vielmehr dag einem Winkel $\xi$ gleich nehmen muß, dessen Tangente $= \frac{\tang \zeta}{\cos \beta}$ wäre.

6. Dann

6. Dann dürfte man auch aus a in g nicht die wahre Entfernung auf der Kugel (1), sondern blos die nach der Formel ag $= 15\sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)} = 15\,\mu\sqrt{(1 + \tan g\,\xi^2)} = 15\,\mu \sec \xi$ gefundene, tragen, wenn g seine wahre Stelle, in Ansehung der Länge und Breite, auf der Charte erhalten sollte.

7. Um diese Rechnungen, die in der That sehr leicht sind, zu ersparen, pflegen die Schiffer sich einer Construction zu bedienen, die ich aber, da ich hier nicht die Schifferkunst lehre, übergehen muß. Man sehe indessen das weitere von dem Gebrauche der Plan- oder Plattcharten in Röhls Steuermannskunst und andern Schriften, welche von der Schiffskunst handeln.

8. Man hat sich solcher Plattcharten schon seit langer Zeit auf der See bedient, oft ganz ohne alle Theorie derselben, und ohne Betrachtung des Fehlers, der entsteht, wenn die Windstriche und Distanzen auf der Charte für die wahren oder umgekehrt genommen werden. (*Encyclopaedie methodique.* a Paris 1784. *Mathematiques. art. Cartes hydrographiques.*) Die Ursache, warum man diese Fehler so lange nicht bemerkte, mag wohl die seyn, daß man gewöhnlich nicht lange auf einem und demselben Windstriche blieb,

und

d wieder einlenkte, so bald die astronomischen
obachtungen eine merkliche Abweichung des
hiffs von der zu nehmenden Route anzeigten.
e Abweichungen selbst schrieb man alsdann an-
n Ursachen zu, z. E. der unrichtig bestimmten
schwindigkeit des Schiffs, Strömen, die es
lenkten u. dgl. Indessen werden auch noch ge-
nwärtig die Plancharten häufig auf kleinen
ereisen gebraucht. Die Art, nach diesen Char-
zu schiffen, nennen die Engländer Plain
iling, die Franzen naviger sur la plat.
r Name Plancharten soll daher rühren, daß
eine Art von Abwickelung der Kugelfläche in
e Ebene darstellen. Wenn man sich nemlich
Meridiane als biegsame Linien, und die Pa-
lelkreise als biegsame und dehnbare gedenkt,
d nun die ganze Oberfläche der Kugel derge-
lt abwickelt, daß die Meridiane in gerade und
rallele Linien gebogen, und die Parallelkreise
gestalt gedehnt werden, daß sie als gerade
f den Meridianen senkrechte Linien erscheinen,
Oberfläche einer Halbkugel selbst aber zu
em Rechteck werde, dessen Grundlinie dem Um-
ge des Aequators, und die Höhe dem Qua-
nten eines Meridians gleich werde, so soll
se Abwickelung der Kugelfläche alsdann durch

jene

jene Plan- oder Plattcharten dargestellt werden. — Ob sie gleich als fehlerhaft schon vom Ptolemäus in seiner Geographie verworfen worden, so hat sie dennoch der Portugiesische Prinz Heinrich (1420), der die Insel Madera entdeckte, und den Weg nach Ostindien bahnte, in der Schiffskunst nützlich gefunden, und bey kleinen Seereisen empfohlen.

## §. 44.

## Mercators Seecharten.

I. Erst gegen die Mitte des 16ten Jahrhunderts wurde man auf die Fehler der bisherigen Plattcharten aufmerksam, und suchte denselben durch eine andere Einrichtung, wobey jedoch der Vortheil, die Meridiane als gleichlaufende Linien darzustellen, nicht verloren gienge, abzuhelfen. Gerhard Mercator, ein berühmter Niederländischer Geograph, und Eduard Wrigth, ein Engländer, bemerkten, daß die Fehler der Plattcharten blos daher rührten, daß die Parallelgrade überall gleich groß, und nicht in dem gehörigen Verhältnisse zu denen des Meridians stånden. Allein da die Meridiane nicht gleichlaufend bleiben, folglich auch die Loxodromien nicht durch gerade Linien abgebildet werden könnten,

wenn

enn man die Parallelgrade, in dem Verhältnisse er Cosinusse der Breiten, nach den Polen zu bnehmen lassen wollte, wie (Fig. XXIII.), so erfiel man darauf, die Parallelgrade lieber von leicher Größe zu lassen, und dagegen die Meri-iangrade überall so zu ändern, daß sie das rich-ige Verhältniß zu den erstern behielten, und also enigstens auf jedem einzeln Vierecke des Netzes, u den neben ihnen befindlichen Parallelgraden m Verhältnisse des Sinus totus zum Cosinus er geographischen Breite ständen, d. h. in dem Verhältnisse größer genommen würden, als die leichgroßen Parallelgrade, in welchem diese auf er Kugel nach dem Pole zu, in Ansehung der Meridiangrade, abnehmen würden. Dies giebt demnach Charten mit wachsenden Meridian-ober unveränderlichen Parallelgraden, und darin besteht die wichtige Verbesserung, welche Mercator und Wrigth den Seecharten, zum Behufe der Schiffarth, gegeben haben.

II. Anstatt daß demnach auf den gewöhn-lichen geographischen Charten, die Parallelgrade nach den Polen zu abnehmen, und die Meridian-grade durchgehends von einerley Größe genommen werden, läßt man auf den Seecharten die Paral-lelgrade durchgehends unveränderlich seyn, die

theilter Kreis) gezeichnet, welcher die Hauptweltgegenden, Norden, Süden, Westen, Osten, und die dazwischen fallenden als Nordost, Südost ɀc. Nord-Nord-Ost u. dgl. durch Linien, welche über den ganzen Raum der Charte von dem Mittelpunkte dieser Rose auslaufen, darstellt.

II. Soll nun auf der Charte, von einem gewissen Orte aus, ein Windstrich, z. E. S. O. (Südost), markiret werden, längst dessen ein Schiffer segeln wollte, so zieht man durch diesen Punkt auf der Charte, nur eine gleichlaufende Linie, mit der S. O. Linie der Windrose, so ist die Sache geschehen.

III. Ist auf einem solchen Windstriche eine gewisse Strecke Wegs zurückgelegt worden, so darf man nur den, vermittelst der Logleine gemessenen Weg, auf diesen Windstrich von dem Orte aus, wo sich das Schiff zuerst befand, in geographischen, oder Seemeilen, auftragen, so hat man den Punkt auf der Charte, wo sich das Schiff, nach Zurücklegung seines Weges, befindet, und so ist es denn leicht, auf Charten dieser Art, die Aufgaben, die dem Schiffer täglich vorkommen, aufzulösen.

IV. Weil indessen die Entwerfungsart (§. 23.) darin zu sehr von der Natur abweicht, daß die Grade auf den Parallelen nicht ihr richtiges Verhält-

niß zu denen der Meridiane haben, so würde,
n man nach (II. und III.) verführe, um den
des Schiffs zu bestimmen, die geographische
e und Breite desselben sehr fehlerhaft ausfal-
so wie denn umgekehrt Oerter, welche nach
richtig beobachteten Länge und Breite einge-
n worden wären, in Ansehung ihrer Distanzen
htig ausfallen würden. Auch könnten die
dstriche von einem Orte zu einem andern, nicht
mit denen auf der Kugel übereinstimmen.

1. Wäre z. E. (Fig. XX.) a der Ort eines
ffs, und g ein anderer, der Unterschied der
raphischen Breiten derselben $= \mu$ Grade, die
te des Orts a $= \beta°$, und der Unterschied
Längen $= \lambda°$, so ist in dem rechtwinklichten
ecke gad auf der Charte, die Distanz ag $=$
$\sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$ geogr. Meilen (§. 25. 5.).
n nun a und g nicht zu weit auf der Kugel
einander entfernt (und dies ist allemahl der
, so lange der Schiffer unter einerley Wind-
e fortsegelt, weil er, theils wegen der Ursache
42. III.), theils wegen Klippen, Ströme,
fen u. dgl. nie lange einerley Cours beibehal-
ann), so ist auf der Kugel die wahre Distanz
hne merklichen Fehler $= 15\sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \cos\beta^2)}$
7.), und demnach das ag auf der Charte

sehr

2. Für den Compasstrich, oder de
gad auf der Charte, den ich $\xi$ ne
hätte man $\tang \xi = \frac{gd}{ad} = \frac{\lambda}{\mu}$. Hätt
das richtige Verhältniß gegen ad, so da
15 . $\lambda \cos \beta$, und nicht bloß, wie hie
Charte = 15 . $\lambda$ wäre, so wäre, wenn
Compasstrich = $\zeta$ hiesse, $\tang \zeta =$
und so würde denn, wenn z. E. $\gamma$ad
wahre Compasstrich wäre, sich die Tan
falschen Compasstrichs gad zu der des wa
verhalten = 1 : $\cos \beta$, oder man hätte
Gleichung zwischen beyden

$$\tang \zeta = \tang \xi \cos \beta.$$

, so würde er weit von der wahren Richtung
mmen, denn der wahre Compasstrich, unter
em er absegeln mußte, wäre eigentlich der
el $\gamma ad = \zeta$, den man aus dem falschen,
und des Orts a geographischer Breite, nach
ngegebenen Formel berechnen kann.

4. Für $\beta = o$, d. h. nur allein unter dem
ator, wird der Compasstrich auf der Charte
dem auf der Kugel übereinkommen, und
$\zeta = \tan \xi = \frac{\lambda}{\mu}$ werden, welches auch
all für $\lambda = o$ seyn würde, d. h. wenn ein
f in dem Meridiane selbst segelte.

5. Man sieht leicht, daß, wenn umgekehrt
Ort eines Schiffes, z. E. g, auf einer solchen
t. oder Plancharte seine richtige Stelle,
sehung seiner geographischen Länge und Breite
ie sie an dem Rande AB und AC der Charte
eigt wird), erhalten soll, man nicht den
en Windstrich, unter welchem man von a aus
g, auf der Kugel fahren müßte, d. h.
den Winkel $\zeta$ an ad tragen darf, sondern
ehr dag einem Winkel $\xi$ gleich nehmen muß,
Tangente $= \frac{\tan \zeta}{\cos \beta}$ wäre.

6. Dann

6. Dann dürfte man auch aus a in g nicht die wahre Entfernung auf der Kugel (1), sondern blos die nach der Formel $ag = 15 \surd (\lambda^2 + \mu^2) = 15 \mu \surd (1 + \tang \xi^2) = 15 \mu \sec \xi$ gefundene, tragen, wenn g seine wahre Stelle, in Ansehung der Länge und Breite, auf der Charte erhalten sollte.

7. Um diese Rechnungen, die in der That sehr leicht sind, zu ersparen, pflegen die Schiffer sich einer Construction zu bedienen, die ich aber, da ich hier nicht die Schifferkunst lehre, übergehen muß. Man sehe indessen das weitere von dem Gebrauche der Plan- oder Plattcharten in Röhls Steuermannskunst und andern Schriften, welche von der Schiffskunst handeln.

8. Man hat sich solcher Plattcharten schon seit langer Zeit auf der See bedient, oft ganz ohne alle Theorie derselben, und ohne Betrachtung des Fehlers, der entsteht, wenn die Windstriche und Distanzen auf der Charte für die wahren oder umgekehrt genommen werden. (*Encyclopaedie methodique.* a Paris 1784. *Mathematiques.* art. *Cartes hydrographiques.*) Die Ursache, warum man diese Fehler so lange nicht bemerkte, mag wohl die seyn, daß man gewöhnlich nicht lange auf einem und demselben Windstriche blieb,

und

d wieder einlenkte, so bald die astronomischen
eobachtungen eine merkliche Abweichung des
chiffs von der zu nehmenden Route anzeigten.
ie Abweichungen selbst schrieb man alsdann an-
rn Ursachen zu, z. E. der unrichtig bestimmten
eschwindigkeit des Schiffs, Strömen, die es
lenkten u. dgl. Indessen werden auch noch ge-
nwärtig die Plancharten häufig auf kleinen
eereisen gebraucht. Die Art, nach diesen Char-
n zu schiffen, nennen die Engländer Plain
iling, die Franzen naviger sur la plat.
er Name Plancharten soll daher rühren, daß
eine Art von Abwickelung der Kugelfläche in
ne Ebene darstellen. Wenn man sich nemlich
e Meridiane als biegsame Linien, und die Pa-
llelkreise als biegsame und dehnbare gedenkt,
h nun die ganze Oberfläche der Kugel derge-
lt abwickelt, daß die Meridiane in gerade und
rallele Linien gebogen, und die Parallelkreise
rgestalt gedehnt werden, daß sie als gerade
f den Meridianen senkrechte Linien erscheinen,
Oberfläche einer Halbkugel selbst aber zu
em Rechteck werde, dessen Grundlinie dem Um-
nge des Aequators, und die Höhe dem Qua-
nten eines Meridians gleich werde, so soll
se Abwickelung der Kugelfläche alsdann durch

jene

decfte, und den Weg nach Ostindien ba
der Schiffskunst nützlich gefunden, und
nen Seereisen empfohlen.

## §. 44.

## Mercators Seecharten.

I. Erst gegen die Mitte des 16te
hunderts wurde man auf die Fehler der
gen Plattcharten aufmerksam, und suchte i
durch eine andere Einrichtung, wobey je
Vortheil, die Meridiane als gleichlaufen
darzustellen, nicht verloren gienge, ab
Gerhard Mercator, ein berühmter
ländischer Geograph, und Eduard W
ein Engländer, bemerkten, daß die Fe
Plattcharten blos daher rührten, daß di

enn man die Parallelgrade, in dem Verhältnisse er Cosinusse der Breiten, nach den Polen zu bnehmen lassen wollte, wie (Fig. XXIII.), so erfiel man darauf, die Parallelgrade lieber von leicher Größe zu lassen, und dagegen die Meri- iangrade überall so zu ändern, daß sie das rich- ige Verhältniß zu den erstern behielten, und also venigstens auf jedem einzeln Vierecke des Netzes, u den neben ihnen befindlichen Parallelgraden m Verhältnisse des Sinus totus zum Cosinus der geographischen Breite stånden, d. h. in dem Verhältnisse größer genommen würden, als die gleichgroßen Parallelgrade, in welchem diese auf der Kugel nach dem Pole zu, in Ansehung der Meridiangrade, abnehmen würden. Dies giebt demnach Charten mit wachsenden Meridian- aber unveränderlichen Parallelgraden, und darin besteht die wichtige Verbesserung, welche Mercator und Wrigth den Seecharten, zum Behufe der Schiffarth, gegeben haben.

II. Anstatt daß demnach auf den gewöhn- lichen geographischen Charten, die Parallelgrade nach den Polen zu abnehmen, und die Meridian- grade durchgehends von einerley Größe genommen werden, läßt man auf den Seecharten die Paral- lelgrade durchgehends unveränderlich seyn, die

| φ | y | φ | y |
|---|---|---|---|
| 33 | 2099,6 | 63 | 4905,0 |
| 64 | 5039,5 | 78 | 7744,6 |
| 65 | 5178,8 | 79 | 8045,7 |
| 66 | 5321,6 | 80 | 8375,3 |
| 67 | 5474,0 | 81 | 8739,1 |
| 68 | 5630,9 | 82 | 9145,6 |
| 69 | 5794,6 | 83 | 9605,9 |
| 70 | 5966,0 | 84 | 10137,0 |
| 71 | 6145,7 | 85 | 10764,7 |
| 72 | 6334,9 | 86 | 11532,6 |
| 73 | 6534,5 | 87 | 12512,3 |
| 74 | 6745,7 | 88 | 13916,6 |
| 75 | 6970,3 | 89 | 16299,8 |
| 76 | 7210,1 | 90 | unendl. |
| 77 | 7466,2 | | |

XIII. Aus dieser Tafel kann man finden, wie viel Minuten des Aequators, und folglich auch, wie viel geographische Meilen auf Mercators Charte jeder Grad der Breite, oder jeder Meridiangrad, unter jedem Abstande vom Aequator fassen würde. Z. E.

Für $\varphi = 45^\circ$ ist $y = 3030',0$

$\varphi = 46^\circ$ ist $y = 3115,6$

Also wäre der Grad des Meridians dem 45ten bis 46ten Grad des Abstandes vom Aequator

=

*ected*), wovon die zweite vermehrte Ausgabe ndon 1657 erschien.

Ich will nun, ehe ich die Verzeichnungsart Seecharten lehre, noch einige theoretische chtungen darüber voraus schicken.

IV. Es sey demnach (Fig. XXXII.) MN unbestimmt gezogene gerade Linie, ein beliebi Meridian auf der Charte, und ME, senkrecht MN, stelle ein Stück des Aequators, z. E. Grad desselben, vor. Die Punkte A, B, D rc. sollen auf MN dem ersten, zweiten, n rc. Grade der Breite zugehören, und die lelen durch A, B, C rc., oder Aa, Bb, seyen alle dem Grade der Länge ME auf dem itor gleich, so muß nach Mercators Grund- MA : ME = sec 1° : 1; also MA = . sec 1° seyn.

Eben so

a (od. ME) = sec 2° : 1; also AB = ME. sec 2°

o ferner BC = ME sec 3°. rc.

Mithin

$$MC = MA + AB + BC$$

$$= ME\,(\sec 1° + \sec 2° + \sec 3°)$$

o überhaupt, wenn der Punkt N dem nten e der Breite zugehören sollte

$$= ME.(\sec 1° + \sec 2° + \sec 3° \ldots + \sec n°)$$

die Summe aller Secanten von 0° bis a

V. Indessen soll Mercators Satz
für die einzelnen Grade der Breite,
durchaus für jede noch so kleinen Theil
graphischen Breite gelten. Wenn dem
die geographischen Breiten nicht von G
Graden, sondern von Minuten zu Minut
men würden, und die geographische B
dem Punkte N zugehörigen Punktes auf
= $\nu$ Minuten wäre, so müßte man,
auf der Charte zu finden, die Linie ME
jetzt ebenfalls eine Minute des Aequators
multipliciren in die Summe aller Secant
bis $\nu$ Minuten, oder es wäre,

MN = ME (sec 1′ + sec 2′ + sec 3′. .

Und wollte man MN noch genauer finden
die Summe aller Secanten von Secunden

einsehen, wie man wenigstens beinahe den
h von MN, welcher einer gegebenen geogra-
ien Breite zugehört, finden könnte. Die
gralrechnung lehrt dies auf einem viel kürzern
zu bewerkstelligen. Das Verfahren ist fol-
s.

VII. Es sey X ein beliebiger Punkt auf dem
ten-Meridiane MN. Sein Abstand MX
dem Aequator ME sey auf der Charte $= y$.
hm entspreche auf der Kugel die geographische
e $\varphi$. Nun sey $Xx = y + dy$, und dem
te x entspreche auf der Kugel die geographische
e $\varphi + d\varphi$, so ist, wenn der kleine Bogen $d\varphi$
er Kugel in Decimaltheilen des Halbmessers
nden wird, und man nun den Halbmesser der
in geogr. Meilen $= r$ setzt, der Ausdruck
das Element des Meridians auf der Kugel,
Meilen ausgedrückt.

VIII. Gedenkt man sich nun auf dem Aequa-
einen Bogen, dessen Werth in Meilen $= \lambda$
, und hier in der Figur der Linie ME gleich
so würde der Werth dieses Bogens auf einem
llel, dessen geographische Breite $\varphi$ wäre, $=$
$\int \varphi$.

Wie sich also dieser Werth verhält zu dem
n Elemente des Meridians, also zu $rd\varphi$, so

soll

soll sich, nach Mercators Grundsätzen, die Linie ME, oder $X\varsigma = \lambda$, zu dem Elemente dy des Charten-Meridians verhalten. Dies giebt also die Proportion

$$\lambda \cos\varphi : r d\varphi = \lambda : dy \text{ oder}$$

$$dy = r \cdot \frac{d\varphi}{\cos\varphi}$$

welches integrirt den Werth von $MX = y$ geben wird, welcher jeder geographischen Breite $\varphi$ auf der Kugel entspricht.

IX. Nun ist aber aus (Trig. S. XLVI. 3.), wenn a einen beliebigen Bogen bedeutet

$$\frac{d \log \tang a}{B} = \frac{2\, da}{\sin 2a}$$

wo, wenn die briggischen Logarithmen verstanden werden, $B = \frac{1}{A} = 0{,}43429 \ldots$ (Trig. S. XLV.), also $\frac{1}{B} = A = 2{,}30258 \ldots$ gesetzt werden muß. Demnach wenn man $a = 45° + \frac{1}{2}\varphi$, also $da = \frac{1}{2} d\varphi$, und folglich $\sin 2a = \sin(90° + \varphi) = \sin(90° - \varphi) = \cos\varphi$ setzt

$$2{,}30258 \,.\, d \,.\, \log \text{brigg} \tang(45° + \tfrac{1}{2}\varphi) = \frac{d\varphi}{\cos\varphi}$$

Dem-

nach ist das Integral von $\frac{d\varphi}{\cos\varphi}$ gleich dem
ischen Logarithmen der Tangente von $45° + \frac{1}{2}\varphi$,
plicirt mit dem Decimalbruche 2,30258 . . .
ich hat man (VIII.)
$= r . 2{,}30258 .. \log brigg \tang (45° + \frac{1}{2}\varphi)$
wenn man y in geographischen Meilen finden
$r = 859{,}4366$ (§. 34. VIII.), mithin wegen
$4366 . 2{,}30258 .. = 1978{,}92$
$= 1978{,}92 . \log brigg \tang (45° + \frac{1}{2}\varphi)$
werden muß.

Der Logarithme von 1978,92 ist =
+ log 2,30258 . . = 3,2964296 aus den
ischen Tafeln.

X. Es erhellet also, wie man für jede geo-
ische Breite $\varphi$, den zugehörigen Werth von y
ezu ohne Summirung der Secanten, durch
Formel (IX.) finden kann. Hier ist ein
piel.

Gesetzt, man wolle $MX = y$ für den 45ten
der Breite finden, so ist $\varphi = 45°$ und
$\cdot \frac{1}{2}\varphi = 67\frac{1}{2}°$. Nun ist für den Sinus
1, der briggische Logarithme der Tangente
$7\frac{1}{2}° = 10{,}3827757 - 10 = 0{,}3827757$.
n Decimalbruch müßte man also mit 1978,92
plicieren, um y in geographischen Meilen zu
erhal-

erhalten. Um diese Multiplication zu ersp
ist aus Vegas Tafeln, mit Zuziehung der P
tionaltheile

$$\log 0{,}3827757 = 0{,}5829444 - 1$$
$$\log 1978{,}92 = 3{,}2964296 \text{ (IX.)}$$
$$\text{also } \log y = 2{,}8793740$$
$$\text{Demnach } y = 757{,}49 \text{ geogr. Meil}$$

XI. So viel Meilen müßte man also (
XXXII.) von dem Punkte M des Aequator
der Charte, bis an X herauf nehmen, wen
Punkt X dem 45ten Grad der Breite zug
sollte.

Bedeutet nun ME auf dem Aequator
1 Minute = $\frac{1}{4}$ geogr. Meil., so würde man
Theile, wie ME, so viele von M nach X
müssen, als der Ausdruck 4 . 757,49, od
Zahl 3029,96 angeben würde. D. h. man
MX beinahe 3030 Minuten, oder $50\frac{1}{2}$ G
des Aequators gleich nehmen. Die Grade au
Meridiane MN wachsen also nach Mercators
werfungsart dergestalt vom Aequator M bi
Punkte X, welcher dem 45ten Grad der B
entspricht, daß MX schon $50\frac{1}{2}$ Aequatorsg
gleich wird, da hingegen, wenn die Grad
Breite sich überall gleich verblieben, wie au
Plattcharten (§. 43.), MX nur 45 Aequ

betragen würde, vorausgesetzt, daß die Erde eine Kugel, und folglich die Aequatorsgrade Meridiangraden gleich wären.

XII. Um die Addition der Secanten, oder die Rechnung nach (X.) zu ersparen, hat Tabellen berechnet, aus denen man für jede aphische Breite φ sogleich den zugehörigen h von MX oder y herausnehmen kann. Man diese Tafeln in Büchern, welche von der fskunst handeln, z. E. in *Bouguer traité a navigation*, nach der de la Caille Ausgabe 1769, unter der Aufschrift: Ta der wachsenden Breiten, *Tables de ides croissantes* (*Tables of meridional* s bei den Engländern, z. E. in *Robertsons ients of Navigation* ed. VI. *carefully ed and corrected by William Wales.* don 1796). Die Erde ist dabey für eine l genommen. *l'Abbé de Caluso, de la gation sur le spheroide elliptique, ses dromies et son plus court chemin* in *Mem. de l'Ac. R. des scienses de Turin* und 1789 giebt eine Tafel für die wachsen- Breiten durch alle Grade der Breite, in See- , und eine Tafel von Meilen auf dem Aequa- in eben solchem Maaße, wenn die Erde als

ein

ein elliptisches Sphäroid betrachtet wird. Au
*Schubert de cursu navis in sphaeroi*
*elliptico* in den *Nov. act. Acad. Petrop*
*Tom.* VIII. 1794.

In Röhls Steuermannskunst, Greif
walde 1778, hat die XIII. Tafel die Aufschrift
Tabelle für die Länge der Grade in de
ausgestreckten Breiten, oder sogenannt
Meridionaltheile. Sie geht durch alle ein
zelne Grade und Minuten der geographischen Breit
von 0° bis 90°, und giebt die Werthe von MX
oder y in Minuten des Aequators an. Z. E. fü
$\varphi = 45°$ ist $y = 3030'$ angegeben, wie nach
der Rechnung (XI.). Will man die Werthe vo
y, in Meilen gebrauchen, so darf nur jedes y
dieser Tafel mit 4 dividirt werden, weil 1 Minut
des Aequators $= \frac{1}{4}$ geogr. Meile. Hier ist ei
Auszug aus dieser Tafel nur für die einzelnen
Grade der Breite.

| φ | y | φ | y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0,0 | 2 | 120,0 |
| 1 | 60,0 | 3 | 180,1 |
| 4 | 240,2 | 34 | 2171,5 |
| 5 | 300,4 | 35 | 2244,3 |
| 6 | 360,7 | 36 | 2318,0 |
| 7 | 421,1 | 37 | 2392,7 |

q

| φ | y | φ | y |
|---|---|---|---|
| 8 | 481,6 | 38 | 2468,3 |
| 9 | 542,2 | 39 | 2545,0 |
| 10 | 603,1 | 40 | 2622,7 |
| 11 | 664,1 | 41 | 2701,6 |
| 12 | 725,3 | 42 | 2781,7 |
| 13 | 786,8 | 43 | 2863,1 |
| 14 | 848,5 | 44 | 2945,7 |
| 15 | 910,5 | 45 | 3030,0 |
| 16 | 972,8 | 46 | 3115,6 |
| 17 | 1035,3 | 47 | 3202,8 |
| 18 | 1098,2 | 48 | 3291,6 |
| 19 | 1161,5 | 49 | 3382,1 |
| 20 | 1225,1 | 50 | 3474,5 |
| 21 | 1289,2 | 51 | 3568,8 |
| 22 | 1353,7 | 52 | 3665,2 |
| 23 | 1418,7 | 53 | 3763,8 |
| 24 | 1484,1 | 54 | 3864,7 |
| 25 | 1550,0 | 55 | 3968,0 |
| 26 | 1616,5 | 56 | 4073,9 |
| 27 | 1683,6 | 57 | 4182,7 |
| 28 | 1751,2 | 58 | 4294,3 |
| 29 | 1819,5 | 59 | 4409,2 |
| 30 | 1888,4 | 60 | 4527,4 |
| 31 | 1958,1 | 61 | 4649 3 |
| 32 | 2028,4 | 62 | 4775,0 |

| φ | y | φ | y |
|---|---|---|---|
| 33 | 2099,6 | 63 | 490 |
| 64 | 5039,5 | 78 | 774 |
| 65 | 5178,8 | 79 | 86 |
| 66 | 5321,6 | 80 | 837 |
| 67 | 5474,0 | 81 | 87 |
| 68 | 5630,9 | 82 | 914 |
| 69 | 5794,6 | 83 | 960 |
| 70 | 5966,0 | 84 | 1013 |
| 71 | 6145,7 | 85 | 1076 |
| 72 | 6334,9 | 86 | 115 |
| 73 | 6534,5 | 87 | 125 |
| 74 | 6745,7 | 88 | 1391 |
| 75 | 6970,3 | 89 | 1629 |
| 76 | 7210,1 | 90 | unen |
| 77 | 7466,2 | | |

XIII. Aus dieser Tafel kann man wie viel Minuten des Aequators, und folglic wie viel geographische Meilen auf Me Charte jeder Grad der Breite, oder jedes diangrad, unter jedem Abstande vom A fassen würde. Z. E.

Für $\varphi = 45^\circ$ ist $y = 3030',0$

$\varphi = 46^\circ$ ist $y = 3115,6$

Also wäre der Grad des Meridians dem bis 46ten Grad des Abstandes vom A

115,6 — 3030,0 = 85,6 Minuten =
geographische Meilen. Von 0° der Breite
°, würde man 60 Minuten, oder 15 geogr.
en erhalten. Also würde unter dem 45ten
der Breite, ein Grad des Meridians auf
ators Charte schon um 21,4 — 15, oder um
geogr. Meilen größer seyn, als unter dem
ator, unter 0° der Breite, und so wachsen
ach die Grade der Breite immer mehr und
nach dem Pole zu, und unter dem Pole selbst
e der Meridiangrad unendlich werden. Jeder
diangrad wird aber gegen den neben ihm be-
chen, immer von gleicher Größe bleibenden,
unveränderlichen Parallelgrad genau das Ver-
iß haben, welches auf der Kugel statt findet.

Man sieht hieraus, daß ein Land, welches
n Netz, nach Mercators Art gezeichnet würde,
wahre Figur nicht behalten kann, sondern
den Polen zu immer mehr und mehr ausge-
t erscheinen muß, so wie die Meridiangrade
men. Allein so sehr es, im Ganzen genom-
, von der Natur abweichen wird, so ist doch
: einzelne kleine Theil desselben, ohne merk-
n Fehler, dem Originale ähnlich, wenn man
nach dem gehörigen Maaßstabe beurtheilt. Man
sich vorstellen, daß der Maaßstab, nach wel-
chem

ridiangrade sich gleich verbleiben. Wi
z. E. diejenigen Meilen, welche auf de
dem 15ten Theile eines Meridian
unter dem Aequator entsprechen,
Messung der Distanzen von Oertern, we
schen dem 45ten und 46ten Grad de
fallen, anwenden, so würden diese Dist
zu groß ausfallen. Man würde z. E. w
Oerter in einerley Meridiane lägen,
eine unter dem 45ten Grad der Breite,
dere aber unter dem 46ten fiele, für di
derselben auf der Charte 21,4 geog
Meilen nach diesem Maaßstabe finden,
wären diese beyden Oerter auf der K
um 15 geographische Meilen von einan
fernt, und so würden denn auf eine ähn
die Distanzen aller Oerter, zwischen den

htig sollen messen lassen, man hier einen
tab anwenden müßte, auf welchem die Theile,
Meilen bedeuten, nur größer gemacht wer-
üßten, als diejenigen, welche unter dem
or Meilen vorstellen, und zwar in dem Ver-
se größer, in welchem der Meridiangrad
dem 45ten Grad der Breite auf Mercators
größer, als der unter dem Aequator ist,
an darf nur den Grad auf der Charte, wel-
on 45° bis 46° der Breite sich erstreckt, in
iche Theile theilen, so hat man die Theile,
innerhalb dieses Abstandes vom Aequator,
ographischen Meilen vorstellen, und womit
istanzen der Oerter gemessen werden können.
so wächst demnach der Meilenmaaßstab mit
eridiangraden selbst; wird er aber in der ge-
n Größe in jedem einzeln Vierecke
etzes angewandt, so sind in demselben die
zen der Oerter verhältnißmäßig, wie auf
ugel, richtig, und das ganze Netz verhält sich
sam, als wenn man mehrere einzelne Stücke
rdfläche, jedes nach seinem Maaßstabe
ig gezeichnet, unter einander verbunden

enau genommen, würde sich nun eigentlich
eilenmaaßstab von jedem Punkte des Meri-
dians

dians zum nächstfolgenden ändern, und also nicht einmahl innerhalb eines Grades sich gleich verbleiben. So lange indessen diese Aenderung nicht groß ist, setzt man sie beyseite, um den Gebrauch der Seecharten nicht zu erschweren, bey welchen ohnehin nicht die größte Schärfe verlangt wird. Nur nahe bey den Polen, unter sehr großen geographischen Breiten, mögte selbst innerhalb eines Grades die Verschiedenheit des Meilenmaaßstabes in einige Betrachtung kommen. Der wichtigste Vortheil, den Schiffer von Charten, nach Mercators Entwerfungsart, haben, ist der Parallelismus der Meridiane, welcher verstattet, die Loxodromien geradlinigt zu zeichnen. Nach den bisherigen Vorbereitungen wird es nun leicht seyn, folgende Aufgabe aufzulösen.

## §. 45.

Aufgabe. Ein Netz nach Mercators Grundsätzen zu zeichnen.

Auflös. I. Man ziehe durch die Mitte des zu entwerfenden Netzes eine gerade Linie MN, welche den mittelsten Meridian der Charte vorstellen wird (Fig. XXXIII. Tab. III.)

II. Gesetzt nun, das Netz sollte sich vom 10ten Grad südlicher Breite, bis zum 50ten nördlicher

er-

erstrecken, und die beyden äussersten Meridiane sollten um 25 Grade der Länge, von dem mittelsten MN abstehen.

III. Man nehme auf MN an einer schicklichen Stelle einen Punkt o an, welcher zu o Grad der Breite gehören soll, durch welchen also der Aequator gezogen werden muß, welcher hier durch eine gerade, auf MN senkrecht stehende Linie IK abgebildet wird.

IV. Auf dieser Linie IK trage man, rechts und links von dem Punkte o aus, gleiche Theile, aus o in 5; 10; 15; 20; 25; deren jeder 5 Grade der Länge bezeichne, so hat man auf IK, von 25 bis 25, die 50 Grade der Länge, auf welche sich die Charte erstrecken soll (II.). Wenn es die Größe dieser Theile verstattet, kann man jeden noch in 5 kleinere Theile, oder noch in mehrere eintheilen, welche dann die einzeln Grade der Länge und Theile derselben vorstellen. Durch die einzeln Punkte, o; 5; 10; 2c. der Linie IK ziehe man nun Parallellinien mit MN, so hat man die übrigen Meridiane der Charte.

V. Ich setze, daß nun ebenfalls von 5 zu 5 Graden der Breite, die Parallelen mit IK gezogen werden sollen.

Man suche demnach aus der Tafel (§. 44. XII.) von 5 zu 5 Graden der Breite, die Werthe von y; so erhält man von 0° bis 5°, den Werth von y = 300,4 Minuten des Aequators, oder $\frac{300,4}{60}$, d. h. 5°. 0′ des Aequators. Von 0 bis 10° ist y = 603,1 M. = 10°. 3′ des Aequators. (Ich lasse hier die Decimaltheile von Minuten weg, weil sie auf einer Charte, die sich auf so viel Grade der Breite erstreckt, nothwendig unsichtbar ausfallen müssen.) So erhält man denn ferner

| | | | |
|---|---|---|---|
| Von 0° bis 15° der Breite; | y = | 15° | . 10′ |
| " 0 — 20 " " | y = | 20° | . 25′ |
| " 0 — 25 " " | y = | 25° | . 50′ |
| " 0 — 30 " " | y = | 31° | . 28′ |
| " 0 — 35 " " | y = | 37° | . 24′ |
| " 0 — 40 " " | y = | 43° | . 43′ |
| " 0 — 45 " " | y = | 50° | . 30′ |
| " 0 — 50 " " | y = | 57° | . 54′ |

VI. Man trage also auf den Meridian MN aus o in $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$ ꝛc. die Werthe von y für die nördlichen Breiten aufwärts, und bediene sich des Aequators IK, als eines Maaßstabes, die Werthe von y in Graden und Minuten abzufassen. Neben die Punkte $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ ꝛc. schreibe man Zahlen (welches auch an dem Rande der Charte geschehen

hen kann), um die geographischen Breiten zu
erken, welchen diese Punkte, oder die Paralle-
, welche man durch sie zieht, zugehören. Eben
verfahre man für die südlichen Breiten, so wird
zeigen, wie auf MN die Meridionaltheile von
is 5, von 5 bis 10 rc. nach den Polen zu im-
größer werden. Die Minuten beym Abfassen
Werthe von y werden nur nach dem Augen-
ße geschätzt, wenn die Grade des Maaßstabes
, der auch irgendwo anders auf der Charte ge-
hnet seyn kann, schon selbst sehr klein ausfallen.
rd die Zeichnung groß gemacht, so kann man
Grade auf IK selbst noch in kleinere Theile
heilen.

VII. Man sieht leicht, daß, wenn auf der
rte der Aequator nicht selbst vorkommen, son-
n sich das Netz z. E. nur vom 20ten bis zum
en Grad der Breite erstrecken sollte, man in
em Falle nicht die Werthe von y geradezu,
dern ihre Unterschiede von dem kleinsten der-
en (der der kleinsten geographischen Breite zu-
ört) auftragen müsse. D. h. wenn HG den
rallel durch $\delta$, den 20ten Grad der Breite, vor-
t (wo man HG eben so, wie IK, eingetheilt,
zum Maaßstabe gebraucht), so nimmt man
$= oa - o\delta = 25°.50' - 20°.25' = 5°.25'$,

 dann

VIII. Ist nun endlich, nach Ziehu
Parallelen, das Netz vollendet, so zeich
auch noch an einem schicklichen Orte ein
rose hinein, um die 32 Weltgegenden,
Compaßstriche angeben zu können. Hier
Figur ist aus a der Kreis beschrieben,
32 Theile (welches durch fortgesetzte H
geschehen kann) getheilter Umfang, diese
striche anzeigt. Aus dem Mittelpunkte die
ses zieht man durch die Theilpunkte Lini
das ganze Netz, und schreibt neben sie d
gegenden, deren hier nur einige benannt
(Norden), NNO (Nord-Nord-Ost), NO
Ost), NO $\frac{1}{4}$ O (Nord-Ost $\frac{1}{4}$ Osten) u. s. t
Benennung der westlichen Windstriche ist
nur daß überall West statt Ost gesetzt werd
Es versteht sich, daß bey der Eintheilu

ıf die Grade der Länge und Breite beziehen, ›ch, wie gewöhnlich, in kleinere Theile getheilt erden.

IX. Bey dem Eintragen der Oerter nach rer geographischen Länge und Breite verfährt an, wie schon oft in ähnlichen Fällen gezeigt orden, und wovon man leicht die Anwendung auf genwärtige Entwerfungsart machen kann.

X. Der Maaßstab zu Messung der Distanzen , wie bereits oben erwähnt worden, in jedem ızeln Vierecke dieses Netzes veränderlich, und htet sich nach der Größe des Meridiangrades in esem Vierecke.

Lägen z. E. ein paar Oerter zwischen dem ›ten und 35ten Grad der Breite, so würde sich r Maaßstab nach dem Meridionaltheil $\varepsilon\eta$ auf der ›arte richten. Theilte man ihn hier etwa in 5 eiche Theile, so würde deren jeder einen Grad r Breite bedeuten, und wieder in 15 gleiche ›eile eingetheilt werden müssen, um den Maaßstab r die geographischen Meilen zur Messung der istanzen, innerhalb des Raumes $\varepsilon\eta$ zu erhalten. a indessen aber schon zwischen dem 30ten und 35ten rad der Breite, die einzeln Meridiangrade nicht ›hr durchaus ohne Fehler von gleicher Länge sind, kommt es darauf an, ob ihre Ungleichheit in

die

die Augen fallen würde, oder nicht. Ist das letztere, so theilte man nur gerade zu den Raum $\varepsilon\eta$ in 5 gleiche Theile, und verführe, wie gezeigt worden. Wäre aber die Ungleichheit merklich, so müßte man aus der Tafel (§. 44. XII.) die Meridionaltheile selbst für die einzeln Grade unmittelbar auftragen, und jeden alsdann für sich in 15 gleiche Theile eintheilen, um die geographischen Meilen zu erhalten. So ist z. E. vom 30ten Grad der Breite bis zum 31ten der Meridionaltheil = 1958 — 1888 = 70 Min. = 1°. 10′ des Aequators; und so vom 30ten bis zum 32ten Grad der Breite der Meridionaltheil = 140′ = 2°. 20′, welches denn bis zum 35ten Grad der Breite, der Ordnung nach folgende Meridionaltheile giebt, 1°. 10′; 2°. 20; 3°. 31′; 4°. 43′; 5°. 56′, die man nach dem Maaßstabe IK, von dem Punkte $\varepsilon$ aufwärts, bis $\eta$ tragen kann, um die einzeln Grade zu erhalten, deren jeden man wieder in 15 Theile eintheile. Die Unterschiede dieser Meridionaltheile gehen in folgender Ordnung fort, 1°. 10′; 1°. 11′; 1°. 12; 1°. 13′, welches zeigt, daß die einzelnen Grade innerhalb des Raumes $\varepsilon\eta$, nur ohngefähr um 3 Minuten von einander abweichen, welches kaum in Betrachtung zu ziehen ist. Man würde daher, ohne merklichen Irrthum, hier den Raum $\varepsilon\eta$

bloß

in 5 gleiche Theile eintheilen. Näher nach Pole zu würden aber die Differenzen merk- werden. Man könnte alsdann etwa den lern Meridionaltheil (z. E. in obigen pielen den von 1°. 12′) zur Construction des enmaaßstabes anwenden.

XI. Auf der See bedient man sich gewöhnlich Seemeilen, deren bald 20, bald eine an- Anzahl auf einen Grad gehen (§. 11.), daher sich denn hiernach bey der Eintheilung der e zu richten hat, wenn die Distanzen der Oer- Seemeilen bestimmt werden sollen.

XII. Sollte nun auf dem Netze die Distanz er Oerter, z. B. B und A, also die gerade BA auf der Charte gemessen werden, so man das Stück Bp, nach dem Meilenmaaß- , wie er zwischen dem 15ten und 20ten Grad Breite statt findet, dann das Stück pr, nach Maaßstabe zwischen dem 20ten und 25ten der Breite, und endlich das Stück rA nach en, wie sie zwischen dem 25ten und 30ten der Breite statt finden, so giebt die erhaltene me von Meilen, die verlangte Distanz BA. n die geographischen Breiten der Oerter B, nicht zu groß, und nicht zu sehr von einander schieden sind, so kann man BA schlechtweg, nach

nach dem Meilenmaaßstabe, wie er ohngefähr der mittlern geographischen Breite der beyden Oerter entsprechen würde, also hier ohngefähr nach dem Meilenmaaßstabe, der dem 23ten Grad der Breite zugehörte, messen.

Man kann der Charte die verschiedenen Meilenmaaßstäbe beyfügen, so wie sie unter diesen oder jenen Graden der Breite statt finden, welches zur Messung der Distanzen sehr bequem ist.

§. 46.

I. Der Schiffer kann nunmehr, vermittelst einer Charte dieser Art, die Aufgaben, die ihm auf der See vorkommen, genauer, als auf den Plattcharten, durch Zeichnung auflösen. — Solche geographische Operationen heissen in der Steuermannssprache Besteck setzen. Er muß dergleichen so oft, als thunlich ist, vornehmen.

Gesetzt, er wolle z. E. von einem Orte A, der unter dem 12ten Grade westlicher Länge (von dem Meridiane MN angerechnet) und unter dem $27\frac{1}{2}°$ nördlicher Breite läge, nach einem andern B segeln, der unter dem 15ten Grad östlicher Länge und dem 15ten der nördlichen Breite läge. Es frägt sich, unter welchem Compaßstrich er von A nach B segeln muß.

Er würde dies finden, wenn er mit AB durch den Mittelpunkt der Windrose, eine Parallellinie an auf der Charte zöge, und nachsähe, auf welchen oder zwischen welche Compasstriche die Linie an fiele. Hier würde sie ohngefähr in die Mitte zwischen SO $\frac{1}{4}$O und OSO fallen. Verlangte man den Winkel Man, den an mit den Meridianen der Charte machen würde, in Graden, so wäre er

$$= (5+\tfrac{1}{2}) . \frac{90^\circ}{8} = \frac{11}{16} . 90^\circ = 61\tfrac{7}{8} \text{ Grade.}$$

Man muß überlegen, daß jeder Strich der Windrose hier mit dem nächstfolgenden einen Winkel von $\frac{360^\circ}{32} = \frac{90^\circ}{8} = 11\frac{1}{4}^\circ$ macht. Es ist unbequem, daß die Schiffer den Umfang der Windrose nicht auf eine andere Art einzutheilen gewohnt sind, z. E. etwa in 36, so daß jeder Strich mit dem nächsten eine ganze Zahl von Graden machte.

II. Die Distanz AB zu messen, würde man hier ohngefähr die Meilen zwischen dem 20ten und 25ten Grad der Breite gebrauchen, und demnach die Linie δa, welche 5 . 15 oder 75 Meilen bedeuten würde, so oft es angienge, auf AB tragen, so würde sich, so genau es hier im Kleinen auf der Charte geschehen kann, AB ohngefähr $= 422\frac{1}{2}$ geogr. Meil. finden.

III. Ge-

III. Genauer würde man AB aus dem Compasstriche bey A, und dem Unterschiede der geographischen Breiten beyder Oerter, oder auch aus dem Unterschiede ihrer geographischen Breiten und Längen, durch Rechnung finden. Die Formeln dazu sind folgende:

Man fälle von A auf den Parallel durch B ein Perpendikel AC, so hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke CAB, in welchem ich den Compasstrich, oder den Winkel CAB = ψ, und AC, oder den Unterschied der geographischen Breiten in Meilen verwandelt = b, und CB oder den Unterschied der geographischen Längen, auf dem Parallel durch B genommen, und nach der Tafel (§. 12.) in Meilen ausgedrückt = a nennen will, folgende Gleichungen

$$\tan \psi = \frac{a}{b}$$

$$c = b \sec \psi$$

$$c = a \operatorname{cosec} \psi$$

$$c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

Exemp. Nach obigen Datis (I.) wäre AC $= 27\frac{1}{2}^\circ - 15^\circ = 12\frac{1}{2}^\circ = 12\frac{1}{2} \cdot 15 = 187{,}5$ Meilen = b; Ferner BC = a = $12^\circ + 15^\circ = 27^\circ = 27 \cdot 14{,}488$ Meilen (weil des Parallels BC geographische Breite = 15° und nach (§. 12.)

unter

dieser Breite ein Grad des Parallels =
.88 Meil.), also a = 391,1 Meilen. Hier-
ergiebt sich erstlich für den Compasstrich, unter
em man von A aus nach B segeln würde

$$\log a = 2{,}5922878$$
$$\log b = 2{,}2730013$$
$$l \tan\psi = 10{,}3192865$$

der Compasstrich = 64°. 23′ (nach Osten).

Dann weiter

$$\log \sec\psi = 10{,}3633769 - 10$$
$$\log b = 2{,}2730013$$
$$\log c = 2{,}6363782$$
$$\text{also } c = 432{,}9 \text{ Meilen.}$$

reiflich giebt die Rechnung alles viel schärfer,
die Messung auf der Charte (I. II.).

IV. Indessen begnügen sich die Schiffer ge-
nlich mit den Resultaten, wie sie die Zeichnung
ebt. Man sieht übrigens leicht, daß, wenn in
rechtwinklichten Dreyecke CAB, oder den
chungen (III.) die ihm zugehören, zwey Stücke
ben sind, sich die übrigen daraus finden lassen;
giebt mehrere Aufgaben, die man in Schrif-
über die Schiffskunst findet, hier aber keiner
ern Erläuterung bedürfen. (Man sehe Röhls
euermannskunst §. 86. ꝛc.) Indessen
wird

wird doch bey Bestimmungen dieser Art immer noch vorausgesetzt werden müssen, daß die Oerter A und B nicht gar zu weit von einander entfernt sind, denn sonst darf man selbst den Triangel CAB nicht mehr für geradlinigt auf der Kugel annehmen, oder vielmehr, es würde fehlerhaft seyn, den Compasstrich, oder den Winkel CAB, wie ihn die Rechnung (III.) geben würde, für den wahren auf der Kugel, welchen nemlich ein größter Kreis durch A und B, mit dem Meridiane durch A machen würde, zu nehmen, weil der sphärische Winkel CAB auf der Kugel, dem geradlinigten CAB auf der Charte nicht gleich seyn kann. Dem Schiffer kommt es aber auch hiebey auf die größte Schärfe nicht an, weil doch die wahre Stelle des Schiffs immer wieder durch astronomische Beobachtungen von Zeit zu Zeit berichtigt werden muß. So lange das Schiff einerley Cours behält, ist es immer verstattet, die Aufgaben so aufzulösen, wie es die Formeln (III.) mit sich bringen.

V. Nicht auf allen Schiffercharten findet man das Netz, wie (Fig. XXXIII.), ganz ausgezeichnet. Indessen sollten doch wenigstens an dem Rande der Charte die Theilpunkte für die Grade der Länge und Breite, durch welche man die Parallelen und Meridiane erforderlichen Falles ziehen könnte, be-

merkt

seyn. Auf einer Charte vom Caspischen, welche ich vom Hrn. *de l'Isle* vor mir habe *e marine de la mer caspienne, levée nt les ordres de sa Majesté Szarienne Mr. Vanverden en 1719, 20 et 21. luite au Meridien de Paris par G. de* ), sind zwar an dem Rande die Grade und en der Breite bemerkt, aber nur ein einMeridian 47° ostwärts von Paris ist darauf en, übrigens sind weder Parallelen, noch Meridiane wirklich ausgezogen, auch nicht hl die Punkte oder Grade der Länge bedurch welche diese Meridiane gezogen werden n. Eben so auf einer Charte des mittelländ Meeres von Hrn. *Maurepas*. Auf vielen arten sind auch nicht einmahl die Grade der an dem Rande bemerkt. Sie bestehen blos en Linien, welche nach dem Compasse die gegenden und Hauptwinde anzeigen, erden mappae compositae per rhomet distantias genannt, d. h. die Lagen der sind darauf blos nach den Compasstrichen istanzen bestimmt worden. Wie man daraus die Unterschiede der Längen und Breiten der finden können, wenn es nöthig wäre, dazu n die Formeln (III.) den Weg weisen. Doch

müßte

also den Werth von a = $\frac{\quad}{\mathrm{cosec}\,\psi}$,

und Minuten verwandeln zu können.

VI. Hingegen auf einer andern seh
Charte von Hrn. *Maurepas, Carte re*
*l'Archipel pour servir aux Vaisse*
*Roi, dressée au dépôt des carte*
*et journeaux de la Marine* 1738,
und unten auch die Abtheilungen angebrac
welche man, vermittelst Anlegung eines
die Meridiane ziehen, und die Längen de
Charte angegebenen Oerter angeben kann,
freylich für den, der eine solche Charte zu
als Schiffergebrauche, anwenden will, seh
ist; und eigentlich sollten alle Seecharten,
den englischen zu geschehen pflegt, an de
mit den Graden der Länge und Breite geh

der Seecharten, sowohl einzelner, als großer
en, ist keine geringe Anzahl. Eine sehr
Charte, nach Mercators Art, ist *A Chart*
*e World, upon Mercators projec-*
*shewing all the new discoveries to*
*resent time, with the tracts of the*
*distinguished navigators since the*
*— carefully collected from the best*
*s, Maps, Voyages etc. exstant and*
*ated from the accurate astronomical*
*vations made in the three Voyages,*
*rmed under the Command of Capt.*
*Cook in the Years 1768 — 80. com-*
*and published by A. Arrosmith Geo-*
*er* 1790. 8 Blätter in Landchartenformat.
dieser Blätter enthält blos Maasstäbe, oder
 für die Messung der Distanzen unter den
ebenen Graden der Breite (§. 45. XII.),
n anderes zwey besondere Theile der Erde,
eben von der Generalcharte, um mehreren
ungen ein Genüge zu leisten.

Sehr ausführlich ist der vortreffliche *Atlante*
*imo del Regno di Napoli, disegnato*
*Ordine del Re, da Gio. Antonio Riz-*
*nnoni, Geografo Regio.* — — Der
stab dieser Charten ist so groß, daß 1 Minute
(die

(die 7000 neapolitanische Palmen beträgt) auf den Parallelen der Charte 6$\frac{1}{2}$ pariser Linien Duodecimalmaaß beträgt. Der ganze Atlas ist übrigens mit wachsenden Breiten.

Zu Herrn Prof. Klügels Encyclopädie hat Herr Prof. Bode in Berlin eine Weltcharte nach Mercators Art, gezeichnet. Man s. auch den von der königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin herausgegebenen Seeatlas von 12 Blättern, nebst einer allgemeinen Weltcharte. Nouvel Atlas de Marine . . par *Isaak Broukner* . . approuvé par l'Ac. R. des Sc. de Berlin 1749.

Bey den Schiffern werden Charten mit wachsenden Breiten auch reducirte genannt. Die Art, nach denselben zu schiffen, heißt bey den Engländern Mercators Sailing, bey den Franzosen naviger par le reduit, oder sur le rond (die Runden-Schiffarth, um sie von der Platten (§. 43.) zu unterscheiden, und weil auf Mercators Charten der Weg des Schiffes auf der Kugel, oder auf der Runde, genauer bestimmt werden kann, als es die Plancharten verstatten). Bey den Schiffern wurden die reducirten Charten ohngefähr erst ums Jahr 1630 eingeführt. Sie sind [illegible] der Plancharten aber vorzuziehen.

Ein

Ein Geograph, der sich der Seecharten, als
lfsmittel zur Zeichnung der Landchar
, z. E. bey Bestimmung der Küsten ꝛc. bedienen
l, muß die Theorie der erstern, und ihre Ein-
ung kennen. Das bisherige wird hoffentlich
änglich zu diesem Zwecke seyn.

§. 47.

rte, worauf jedes Land, oder jedes Stück
Erdfläche, nach seinem wahren Flächen-
raume dargestellt wird.

I. Die bisher beygebrachten Entwerfungsar-
waren so beschaffen, daß sie zwar mehreren
dingungen ein Genüge leisteten, aber nicht gerade
mahl derjenigen, daß die Flächenräume der
der ihr richtiges Verhältniß unter sich erhielten.
fallen z. E. die Länder auf Mercators Netz,
h den Polen zu, merklich zu groß aus, wenn
n ihren Inhalt nach dem Meilenmaaßstabe, der
E. unter dem Aequator statt findet, berechnen
lte. Der Maaßstab, zur Berechnung und Ver-
ichung der Flächenräume einzelner Theile einer
hen Charte, müßte begreiflich nach den Polen
eben so zunehmen, als derjenige, womit man
Distanzen mißt (§. 45. X.), welches bey der
rechnung solcher Flächenräume etwas unbequem

 ist.

Ist nemlich der Halbmesser der Erde = r,
h der Umfang des Aequators = $2r\pi$, wo $\pi$
dolphische Zahl bedeutet, so ist der Inhalt
Zone, vom Aequator bis an einen Parallel-
dessen geographische Breite = $\varphi$ ist, =
sin $\varphi$ (§. 20.) = $2r\pi . r \sin \varphi$, d. h. =
Rechtecke, dessen Grundlinie dem Umfange
equators, die Höhe aber dem Halbmesser der
multiplicirt in den Sinus der geographischen
$\varphi$, gleich ist.

IV. Jede Zone läßt sich also als ein solches
eck zeichnen, und folglich auch jedes Stück
den, das zwischen zwey Meridianen enthalten
wenn man zur Grundlinie des Rechtecks eine
nimmt, welche sich zum Umfange des Aequa-
wie der Unterschied dieser Meridiane zu
, verhält.

V. Um für jedes $\varphi$, die Höhe des Rechtecks,
der Zone gleich ist, oder den Werth von
n $\varphi$ zu finden, wo z. E. der Halbmesser der
in geographischen Meilen ausgedrückt sey, so
man sich dazu derjenigen Tafel bedienen,
e bereits in verschiedenen geographischen Bü-
vorkömmt, und die Halbmesser der Parallel-
auf der Kugel, unter jeder geographischen
e angiebt. Da nemlich der Halbmesser eines

ist. Wenn demnach die Frage wäre, die Erdfl...
so zu entwerfen, daß alle einzelne Stücke dersel...
nach einerley Maaßstabe, und wie ei...
Figur in der Geometrie, sich sollen be...
nen, und richtig vergleichen lassen, so müßt...
Entwerfungsart besonders dazu eingerichtet wer...

II. Man kann dieser Frage auf meh...
Arten ein Genüge leisten, wohin gewissermaß...
auch schon die oben angeführte Entwerfungs...
(§. 40. II.) gehört. Die allgemeine Auflös...
dieser Aufgabe ist aber hier von keinem Nu...
wenn sie auf Constructionen führt, welche für...
Ausübung zu weitläuftig sind.

Allgemeine analytische Untersuchungen hi...
über kann man indessen in einer Abhandlung H...
Eulers *de repraesentatione superfic...
sphaericae super plano* (*Comm. Ac. Pe...
ad annum* 1777. *P. I. pag.* 107. *sq.*) na...
sehen. Hier genüget es, einige der leichtesten ...
her gehörigen Entwerfungsarten beyzubringen.

III. Das erste Verfahren gründet sich d...
auf, daß die einzelnen Zonen von dem Aequat...
nach den Polen zu, in Absicht auf ihren Quadra...
inhalt, sich verhalten, wie die Sinusse der geogr...
phischen Breiten ihrer obern Parallelkreise.

ſt nemlich der Halbmeſſer der Erde $= r$,
der Umfang des Aequators $= 2r\pi$, wo $\pi$
olphiſche Zahl bedeutet, ſo iſt der Inhalt
one, vom Aequator bis an einen Parallel,
deſſen geographiſche Breite $= \varphi$ iſt, $=$
$\sin \varphi$ (§. 20.) $= 2r\pi \cdot r \sin \varphi$, d. h. $=$
Rechtecke, deſſen Grundlinie dem Umfange
quators, die Höhe aber dem Halbmeſſer der
multiplicirt in den Sinus der geographiſchen
$\varphi$, gleich iſt.

V. Jede Zone läßt ſich alſo als ein ſolches
k zeichnen, und folglich auch jedes Stück
en, das zwiſchen zwey Meridianen enthalten
nn man zur Grundlinie des Rechtecks eine
nimmt, welche ſich zum Umfange des Aequa-
wie der Unterſchied dieſer Meridiane zu
verhält.

V. Um für jedes $\varphi$, die Höhe des Rechtecks,
er Zone gleich iſt, oder den Werth von
$\varphi$ zu finden, wo z. E. der Halbmeſſer der
n geographiſchen Meilen ausgedrückt ſey, ſo
man ſich dazu derjenigen Tafel bedienen,
bereits in verſchiedenen geographiſchen Bü-
vorkömmt, und die Halbmeſſer der Parallel-
auf der Kugel, unter jeder geographiſchen
angiebt. Da nemlich der Halbmeſſer eines

Parallelkreises auf der Kugel = r.cos $\alpha$ ist, n
$\alpha$ die geographische Breite des Parallels bede
diese Formel aber der r sin $\varphi$ ähnlich ist, nur
$\alpha = 90° - \varphi$ gesetzt werden müßte, so
man aus der Tafel, welche die Werthe von r co
oder die Halbmesser der Parallelkreise angiebt,
der Ordnung nach die Werthe für $\alpha = 0°$;
2°; 3°; 4° ꝛc. nehmen, um diejenigen zu er
ten, welche der Formel r sin $\varphi$ für $\varphi = 9$
89°; 88°; 87° ꝛc. zukommen würden.

VI. Da diese Tafel in der Folge auch n
bey verschiedenen andern Gelegenheiten gebra
wird, so theile ich sie hier durch alle einzel
Grade aus Funks Anfangsgründen d
mathemat. Geographie (S. 125.) mit.

| $\varphi$ | r sin $\varphi$ | $\varphi$ | r sin $\varphi$ |
|---|---|---|---|
| 0 | geogr. M. | 10 | 149,32 |
| 1 | 15,01 | 11 | 164,07 |
| 2 | 30,01 | 12 | 178,78 |
| 3 | 45,00 | 13 | 193,43 |
| 4 | 60,00 | 14 | 208,02 |
| 5 | 74,94 | 15 | 222,55 |
| 6 | 89,89 | 16 | 237,01 |
| 7 | 104,79 | 17 | 251,40 |
| 8 | 119,67 | 18 | 265,71 |
| 9 | 134,51 | 19 | 279,95 |

| φ | r ſin φ | φ | r ſin φ |
|---|---|---|---|
| 20 | 294,09 | 45 | 608,02 |
| 21 | 308,05 | 46 | 618,54 |
| 22 | 322,11 | 47 | 628,87 |
| 23 | 335,98 | 48 | 639,01 |
| 24 | 349,74 | 49 | 648,95 |
| 25 | 363,40 | 50 | 658,70 |
| 26 | 376,94 | 51 | 668,25 |
| 27 | 390,37 | 52 | 677,59 |
| 28 | 403,68 | 53 | 686,72 |
| 29 | 416,87 | 54 | 695,65 |
| 30 | 429,93 | 55 | 704,36 |
| 31 | 442,87 | 56 | 712,86 |
| 32 | 455,66 | 57 | 721,15 |
| 33 | 468,32 | 58 | 729,21 |
| 34 | 480,83 | 59 | 737,05 |
| 35 | 493,20 | 60 | 744,67 |
| 36 | 505,42 | 61 | 752,06 |
| 37 | 517,48 | 62 | 759,22 |
| 38 | 529,39 | 63 | 766,15 |
| 39 | 541,13 | 64 | 772,85 |
| 40 | 552,71 | 65 | 779,31 |
| 41 | 564,13 | 66 | 785,53 |
| 42 | 575,36 | 67 | 791,51 |
| 43 | 586,43 | 68 | 797,26 |
| 44 | 597,32 | 69 | 802,76 |

φ

| φ | r sin φ | φ | r sin φ |
|---|---|---|---|
| 70 | 808,01 | 81 | 849,28 |
| 71 | 813,02 | 82 | 851,50 |
| 72 | 817,79 | 83 | 853,46 |
| 73 | 822,30 | 84 | 855,16 |
| 74 | 826,56 | 85 | 856,60 |
| 75 | 830,57 | 86 | 857,77 |
| 76 | 834,33 | 87 | 858,69 |
| 77 | 837,83 | 88 | 859,34 |
| 78 | 841,08 | 89 | 859,74 |
| 79 | 844,07 | 90 | 859,87 |
| 80 | 846,89 | | |

VII. Hr. Funk setzt in seiner Tafel, die dur alle halben Grade geht, für $\alpha = 0°$, also f mein $\varphi = 90°$, den Halbmesser der Erde = 859,87. Dies ist in Decimaltheilen etwas ve schieden von dem oben (§. 34. VII.) gefunden $r = 859,4366$, und rührt ohnstreitig dahe weil er bey der Berechnung dieses Halbmesser aus dem Umfange der Erde = 15 . 360 = 54 geogr. Meilen, nicht Decimaltheile genug von d Ludolphischen Zahl $\pi$ genommen hat. Dies h denn auf die übrigen Zahlen dieser Tafel den Ei fluß, daß sie in Decimaltheilen etwas unrichtig sin und in dem Verhältnisse 859,87 : 859,4366 ve kleinert werden müßten, um die wahren Wert

de

in φ für r = 859, 4366 zu erhalten.
ist der Fehler für die gegenwärtige Absicht
on keiner Erheblichkeit, und ich habe daher
he nicht übernehmen wollen, eine andere
r berechnen, weil Decimaltheile von Mei-
den wenigsten Fällen aufgetragen werden,
a. Funks Zahlen sich doch wie die wah-
halten.

III. Aus dem bisherigen wird sich nun
lassen, wie auf einer Ebene ein Rechteck
nen wäre, dessen Flächenraum einer vor-
n Zone auf der Kugel gleich sey, und
rhaupt ein Netz zu einer Charte entwor-
den könne, daß eines hineingezeichneten
Flächeninhalt, nach einerley Maaßstabe,
s wie eine Figur in der Geometrie be-
werden könne, das Land mag sich über
o großen Theil der Erdfläche, als man
strecken.

## §. 48.

ufgabe. Ein Netz zu zeichnen,
s der eben angeführten Bedin-
in Genüge leistet.

ufl. I. Gesetzt, es solle sich vom Aequa
zum 90ten Grad der Breite, also bis zum

Pole

Pole erstrecken, und zwar von 5 zu 5 Graden der Länge und Breite aufgetragen werden.

II. Man ziehe demnach auf dem Papiere (Fig. XXXIV.) eine gerade Linie MN, welche den mittelsten Meridian des Netzes vorstelle, und durch M ein Perpendikel AB, welches den Aequator bedeute.

III. $\mu\nu$ sey ein Maaßstab für die geographischen Meilen; die grössern Theile betragen hier allemahl, wie die Zahlen ausweisen, 100 solcher Meilen; der äusserste Theil ist wieder von 10 zu 10 Meilen abgetheilt. Einzelne Meilen lassen sich hier, da die Zeichnung so klein gemacht wird, höchstens nur nach dem Augenmaaße schätzen. Decimaltheile von Meilen fallen ganz weg.

IV. Man fasse von dem Maaßstabe erstlich 5 . 15 oder 75, dann 10 . 15 oder 150; hiernächst 20 . 15 oder 300 Meilen u. s. w. ab, und trage sie von M aus, rechts und links nach A und B zu, so erhält man von 5 zu 5 Graden die Abtheilung des Aequators, und jeder der gleichen Theile auf AB wird dann 5 Grade, oder 75 Meilen bedeuten.

V. Nun trage man von M aufwärts nach N zu, von 5 zu 5 Graden, die Werthe von r sin $\phi$ aus der Tafel (§. 47.), d. i. man mache

Ma

Ma = 74,94 Meilen des Maaßstabes $\mu\nu$.
Mb = 149,38 . . . . —
Mc = 222,55 . . . . —,
Md = 294,09 . . . . —
u. s. w.
MN = 859,87 . . . . —.

steht sich, überall die Decimaltheile von Meilen gelassen, weil man sie hier wegen der geringen ße des Maaßstabes nicht abfassen kann, so sind , ab, bc, cd ꝛc. allemahl 5 Grade des Me-ins, welche, wie man hier sieht, nach dem Pole mer kleiner und kleiner werden.

VI. Man ziehe hierauf durch die Theilpunkte AB Parallelen mit MN, und durch die auf I Parallelen mit AB, so ist das Netz gezeich , in welches man hierauf jeden Ort, nach aßgabe seiner geographischen Länge und Breite, ragen kann. Hier erstreckt sich das Netz auf Grade der Länge. Man kann neben die Sei-inien des Parallellograms Zahlen schreiben, che die Längen und Breiten bezeichnen, und 5 Grade der Länge und Breite für sich noch ter in kleinere Theile, zum Behufe des Eintra-s der Oerter, eintheilen.

VII. Dieses Netz wird der Bedingung ein nüge leisten, daß jedes Rechteck desselben, z. E. ABLK,

(die 7000 neapolitanische Palmen beträgt) auf den Parallelen der Charte 6$\frac{1}{2}$ pariser Linien Duodezimalmaaß beträgt. Der ganze Atlas ist übrigens mit wachsenden Breiten.

Zu Herrn Prof. Klügels Encyclopädie hat Herr Prof. Bode in Berlin eine Weltcharte, nach Mercators Art, gezeichnet. Man s. auch den von der königl. Academie der Wissenschaften zu Berlin herausgegebenen Seeatlas von 12 Blättern, nebst einer allgemeinen Weltcharte. Nouvel Atlas de Marine . . par *Isaak Broukner* . . approuvé par l'Ac. R. des Sc. de Berlin 1749.

Bey den Schiffern werden Charten mit wachsenden Breiten auch reducirte genannt. Die Art, nach denselben zu schiffen, heißt bey den Engländern Mercators Sailing, bey den Franzosen naviger par le reduit, oder sur le rond (die Runden-Schiffarth, um sie von der Platten (§. 43.) zu unterscheiden, und weil auf Mercators Charten der Weg des Schiffes auf der Kugel, oder auf der Runde, genauer bestimmt werden kann, als es die Plancharten verstatten). Bey den Schiffern wurden die reducirten Charten ohngefähr erst ums Jahr 1630 eingeführt. Sie sind ohnstreitig den Plattcharten weit vorzuziehen.

Ein

Ein Geograph, der sich der Seecharten, als
lfsmittel zur Zeichnung der Landchar-
, z. E. bey Bestimmung der Küsten rc. bedienen
l, muß die Theorie der erstern, und ihre Ein-
tung kennen. Das bisherige wird hoffentlich
länglich zu diesem Zwecke seyn.

§. 47.

etze, worauf jedes Land, oder jedes Stück
Erdfläche, nach seinem wahren Flächen-
raume dargestellt wird.

I. Die bisher beygebrachten Entwerfungsar-
waren so beschaffen, daß sie zwar mehreren
dingungen ein Genüge leisteten, aber nicht gerade
mahl derjenigen, daß die Flächenräume der
nder ihr richtiges Verhältniß unter sich erhielten.
fallen z. E. die Länder auf Mercators Netz,
h den Polen zu, merklich zu groß aus, wenn
n ihren Inhalt nach dem Meilenmaaßstabe, der
E. unter dem Aequator statt findet, berechnen
llte. Der Maaßstab, zur Berechnung und Ver-
ichung der Flächenräume einzelner Theile einer
chen Charte, müßte begreiflich nach den Polen
eben so zunehmen, als derjenige, womit man
Distanzen mißt (§. 45. X.), welches bey der
rechnung solcher Flächenräume etwas unbequem

 ist.

ist. Wenn demnach die Frage wäre, die Erdfläche so zu entwerfen, daß alle einzelne Stücke derselben nach einerley Maaßstabe, und wie eine Figur in der Geometrie, sich sollen berechnen, und richtig vergleichen lassen, so muß diese Entwerfungsart besonders dazu eingerichtet werden.

II. Man kann dieser Frage auf mehrere Arten ein Genüge leisten, wohin gewissermaaßen auch schon die oben angeführte Entwerfungsart (§. 40. II.) gehört. Die allgemeine Auflösung dieser Aufgabe ist aber hier von keinem Nutzen, wenn sie auf Constructionen führt, welche für die Ausübung zu weitläuftig sind.

Allgemeine analytische Untersuchungen hierüber kann man indessen in einer Abhandlung Hrn. Eulers *de repraesentatione superficiei sphaericae super plano* (*Comm. Ac. Petr. ad annum* 1777. *P. I. pag.* 107. *sq.*) nachsehen. Hier genüget es, einige der leichtesten hieher gehörigen Entwerfungsarten beyzubringen.

III. Das erste Verfahren gründet sich darauf, daß die einzelnen Zonen von dem Aequator nach den Polen zu, in Absicht auf ihren Quadratinhalt, sich verhalten, wie die Sinusse der geographischen Breiten ihrer obern Parallelkreise.

Ist

Ist nemlich der Halbmesser der Erde $= r$,
) der Umfang des Aequators $= 2r\pi$, wo $\pi$
dolphische Zahl bedeutet, so ist der Inhalt
Zone, vom Aequator bis an einen Parallel-
dessen geographische Breite $= \varphi$ ist, $=$
$\sin\varphi$ (§. 20.) $= 2r\pi \,.\, r \sin\varphi$, d. h. $=$
Rechtecke, dessen Grundlinie dem Umfange
equators, die Höhe aber dem Halbmesser der
multiplicirt in den Sinus der geographischen
$\varphi$, gleich ist.

IV. Jede Zone läßt sich also als ein solches
ck zeichnen, und folglich auch jedes Stück
en, das zwischen zwey Meridianen enthalten
enn man zur Grundlinie des Rechtecks eine
nimmt, welche sich zum Umfange des Aequa-
wie der Unterschied dieser Meridiane zu
verhält.

V. Um für jedes $\varphi$, die Höhe des Rechtecks,
der Zone gleich ist, oder den Werth von
$\varphi$ zu finden, wo z. E. der Halbmesser der
in geographischen Meilen ausgedrückt sey, so
man sich dazu derjenigen Tafel bedienen,
: bereits in verschiedenen geographischen Bü-
vorkömmt, und die Halbmesser der Parallel-
auf der Kugel, unter jeder geographischen
: angiebt. Da nemlich der Halbmesser eines

Parallelkreises auf der Kugel $= r \cos \alpha$ ist, u $\alpha$ die geographische Breite des Parallels bedeu diese Formel aber der $r \sin \varphi$ ähnlich ist, nur $\alpha = 90° - \varphi$ gesetzt werden müßte, so ir man aus der Tafel, welche die Werthe von r co oder die Halbmesser der Parallelkreise angiebt, der Ordnung nach die Werthe für $\alpha = 0°$; 2°; 3°; 4° ꝛc. nehmen, um diejenigen zu erh ten, welche der Formel $r \sin \varphi$ für $\varphi = 9$ 89°; 88°; 87° ꝛc. zukommen würden.

VI. Da diese Tafel in der Folge auch n bey verschiedenen andern Gelegenheiten gebrau wird, so theile ich sie hier durch alle einzeln Grade aus Funks Anfangsgründen d mathemat. Geographie (S. 125.) mit.

| $\varphi$ | $r \sin \varphi$ | $\varphi$ | $r \sin \varphi$ |
|---|---|---|---|
| 0 | geogr. M. | 10 | 149,32 |
| 1 | 15,01 | 11 | 164,07 |
| 2 | 30,01 | 12 | 178,78 |
| 3 | 45,00 | 13 | 193,43 |
| 4 | 60,00 | 14 | 208,02 |
| 5 | 74,94 | 15 | 222,55 |
| 6 | 89,89 | 16 | 237,01 |
| 7 | 104,79 | 17 | 251,40 |
| 8 | 119,67 | 18 | 265,71 |
| 9 | 134,51 | 19 | 279,95 |

| φ | r sin φ | φ | r sin φ |
|---|---|---|---|
| 20 | 294,09 | 45 | 608,02 |
| 21 | 308,05 | 46 | 618,54 |
| 22 | 322,11 | 47 | 628,87 |
| 23 | 335,98 | 48 | 639,01 |
| 24 | 349,74 | 49 | 648,95 |
| 25 | 363,40 | 50 | 658,70 |
| 26 | 376,94 | 51 | 668,25 |
| 27 | 390,37 | 52 | 677,59 |
| 28 | 403,68 | 53 | 686,72 |
| 29 | 416,87 | 54 | 695,65 |
| 30 | 429,93 | 55 | 704,36 |
| 31 | 442,87 | 56 | 712,86 |
| 32 | 455,66 | 57 | 721,15 |
| 33 | 468,32 | 58 | 729,21 |
| 34 | 480,83 | 59 | 737,05 |
| 35 | 493,20 | 60 | 744,67 |
| 36 | 505,42 | 61 | 752,06 |
| 37 | 517,48 | 62 | 759,22 |
| 38 | 529,39 | 63 | 766,15 |
| 39 | 541,13 | 64 | 772,85 |
| 40 | 552,71 | 65 | 779,31 |
| 41 | 564,13 | 66 | 785,53 |
| 42 | 575,36 | 67 | 791,51 |
| 43 | 586,43 | 68 | 797,26 |
| 44 | 597,32 | 69 | 802,76 |

| $\varphi$ | r sin $\varphi$ | $\varphi$ | r sin $\varphi$ |
|---|---|---|---|
| 70 | 808,01 | 81 | 849,28 |
| 71 | 813,02 | 82 | 851,50 |
| 72 | 817,79 | 83 | 853,46 |
| 73 | 822,30 | 84 | 855,16 |
| 74 | 826,56 | 85 | 856,60 |
| 75 | 830,57 | 86 | 857,77 |
| 76 | 834,33 | 87 | 858,69 |
| 77 | 837,83 | 88 | 859,34 |
| 78 | 841,08 | 89 | 859,74 |
| 79 | 844,07 | 90 | 859,87 |
| 80 | 846,89 | | |

VII. Hr. Funk setzt in seiner Tafel, die dur alle halben Grade geht, für $\alpha = 0^\circ$, also fi mein $\varphi = 90^\circ$, den Halbmesser der Erde = 859,87. Dies ist in Decimaltheilen etwas ve schieden von dem oben (§. 34. VII.) gefunden r = 859,4366, und rührt ohnstreitig dahe weil er bey der Berechnung dieses Halbmessers aus dem Umfange der Erde = 15 . 360 = 540 geogr. Meilen, nicht Decimaltheile genug von d Ludolphischen Zahl $\pi$ genommen hat. Dies h denn auf die übrigen Zahlen dieser Tafel den Ei fluß, daß sie in Decimaltheilen etwas unrichtig sin und in dem Verhältnisse 859,87 : 859,4366 ve kleinert werden müßten, um die wahren Wert

vo

n r sin $\varphi$ für r = 859, 4366 zu erhalten. ndessen ist der Fehler für die gegenwärtige Absicht V.) von keiner Erheblichkeit, und ich habe daher e Mühe nicht übernehmen wollen, eine andere afel zu berechnen, weil Decimaltheile von Mei- n in den wenigsten Fällen aufgetragen werden, id Hrn. Funks Zahlen sich doch wie die wah- n verhalten.

VIII. Aus dem bisherigen wird sich nun nsehen lassen, wie auf einer Ebene ein Rechteck zeichnen wäre, dessen Flächenraum einer vor- gebenen Zone auf der Kugel gleich sey, und ie überhaupt ein Netz zu einer Charte entwor- n werden könne, daß eines hineingezeichneten andes Flächeninhalt, nach einerley Maaßstabe, nd blos wie eine Figur in der Geometrie be- echnet werden könne, das Land mag sich über inen so großen Theil der Erdfläche, als man vill, erstrecken.

## §. 48.

Aufgabe. Ein Netz zu zeichnen, velches der eben angeführten Bedin- ung ein Genüge leistet.

Aufl. I. Gesetzt, es solle sich vom Aequa or bis zum 90ten Grad der Breite, also bis zum

Pole

durch M ein Perpendikel AB, welches d
tor bedeute.

III. $\mu\nu$ sey ein Maaßstab für die
schen Meilen; die größern Theile bed
allemahl, wie die Zahlen ausweisen, 1
Meilen; der äusserste Theil ist wieder
10 Meilen abgetheilt. Einzelne Meilen
hier, da die Zeichnung so klein gema
höchstens nur nach dem Augenmaaße schät
maltheile von Meilen fallen ganz weg.

IV. Man fasse von dem Maaßsta
5 . 15 oder 75, dann 10 . 15 oder 1
auf 20 . 15 oder 300 Meilen u. s. w.
trage sie von M aus, rechts und link
und B zu, so erhält man von 5 zu 5 G
Abtheilung des Aequators, und jeder de

Ma = 74,94 Meilen des Maaßstabes zu
Mb = 149,32 . . . —
Mc = 222,55 . . . —
Md = 294,09 . . . —
u. s. w.
MN = 859,87 . . . —

Versteht sich, überall die Decimaltheile von Meilen weggelassen, weil man sie hier wegen der geringen Größe des Maaßstabes nicht abfassen kann, so sind Ma, ab, bc, cd ꝛc. allemahl 5 Grade des Meridians, welche, wie man hier sieht, nach dem Pole zu immer kleiner und kleiner werden.

VI. Man ziehe hierauf durch die Theilpunkte auf AB Parallelen mit MN, und durch die auf MN Parallelen mit AB, so ist das Netz gezeichnet, in welches man hierauf jeden Ort, nach Maaßgabe seiner geographischen Länge und Breite, eintragen kann. Hier erstreckt sich das Netz auf 50 Grade der Länge. Man kann neben die Seitenlinien des Parallellograms Zahlen schreiben, welche die Längen und Breiten bezeichnen, und jede 5 Grade der Länge und Breite für sich noch weiter in kleinere Theile, zum Behufe des Eintragens der Oerter, eintheilen.

VII. Dieses Netz wird der Bedingung ein Genüge leisten, daß jedes Rechteck desselben, z. E.

ABLK,

ver Breite, ohne merklichen Fehler, gebraucht
, können.

§. 50.

andere Entwerfungsart, daß die Länder
n richtigen Verhältnisse ihres Flächen-
inhalts erscheinen.

. Es sey (Fig. XXXV. No. 1.) A ein
ger Punkt auf der Erdfläche, und PS ein
Kreis, welcher A zum Pole habe, PS also
am ein zu A gehöriger Aequator. B sey der
Pol des Kreises PS. Man lege durch A
größte Kreise, z. E. APB, AKB, welche
am Meridiane durch die Pole A und B vor-
, und wenn nun AKB derjenige Meridian
von welchem man, nach S und P zu auf
ingebildeten Aequator SKP, die übri-
rch A und B gehenden Meridiane anrechnete,
ellet, daß, wenn man sich Zonen um die
che, parallel mit PKS gedächte, diese Zonen
so, wie im vorhergehenden (§. 48.), auf
Papiere als Rechtecke entworfen werden könn-
wenn man sich jetzt unter den geographischen
n $\varphi$, in (§. 47.), nur die Abstände der
elen, wie WE, von dem eingebildeten Aequa-
S gedächte.

II. Man

II. Man würde demnach, um z. E. die Zone WEPS um die ganze Kugel auf dem Papiere (Fig. XXXV. No. 2.) zu entwerfen, ein Rechteck zeichnen, dessen Grundlinie ps, dem Umfange des eingebildeten Aequators PKS, und die Höhe kr gleich wäre dem Werthe r sin $\varphi$, unter $\varphi$ jetzt den Abstand RK des Parallels WE von PS verstanden.

III. Ferner würden die Theile, welche auf ps Grade der Länge bedeuten, alle von gleicher Größe (wie die auf AB (Fig. XXXIV.)) ausfallen, diejenigen, welche aber auf kr die Grade der Breite, oder des Abstandes von dem eingebildeten Aequator ps des Netzes vorstellten, würden von k nach r zu immer kleiner ausfallen (wie die auf dem Netze (Fig. XXXIV.) von M nach N), kurz das Netz würde wie dasjenige im vorhergehenden §. beschaffen seyn, nur daß A und B (Fig. XXXV. No. 1.) die Pole seyn müßten, welche auf dem Netze (Fig. XXXV. No. 2.) durch a und b dargestellt werden.

IV. Nunmehr seyen P und S auf der Erdfläche die wahren Pole, und AKB der wahre Aequator, also PKS ein wahrer Meridian, und A und B die Pole desselben, so würde dieser Meridian auf dem Netze (II.) (Fig. XXXV. No. 2.

A und B die Pole seyn würden, oder in das Netz (8), was sich auf die wahren Erdpole bezieht, und worauf jetzt die Meridiane und Parallelen krummlinigt erscheinen, eingetragen worden ist. In beyden Fällen wird der geradlinigte Meilenmaaßstab, wornach die zur Berechnung nöthigen Linien gemessen werden, aus den gleichgroßen Graden auf $\pi\sigma$ bestimmt. Aber freylich würde dieser Maaßstab auch blos zu dieser Berechnung dienen, zur Messung der Weiten kann derselbe nicht angewandt werden, weil bey dieser Entwerfungsart die Distanzen auf der Charte, sich nicht ohne merklichen Fehler, wie die wahren auf der Kugel, verhalten können, sondern aus der geographischen Länge und Breite der Oerter, nach (§. 14.), berechnet werden müssen, wiewohl der Fehler um die Mitte der Charte herum, noch immer erträglich seyn mag, wenn man die Distanzen schlechtweg nach dem erwähnten Meilenmaaßstabe $p\sigma$ mäße.

Uebrigens hat diese Entwerfungsart in so ferne Aehnlichkeit mit der in (Fig. XXXIV.), daß hier der Aequator ab nach den Sinussen der geographischen Längen abgetheilt ist, wie es dort der mittelste Meridian MN nach den Sinussen der Breite war (§. 48. V.). In (Fig. XXXIV.) waren die Grade auf dem Aequator AB von gleicher

st aber leicht, auch für die gegenwärtige Entwer-
fungsart, die Werthe von x und y daraus zu fin-
den. Z. E. für $\lambda = 20^\circ$ und $\delta = 30^\circ$, die
Größen x und y zu finden, darf man nur für
$\lambda = 90^\circ - \lambda = 70^\circ$, die Werthe von u und y
aus den Tafeln aufsuchen, so findet sich u =
$72^\circ. 46'$, und folglich $x = 90^\circ - 72^\circ. 46' =$
$17^\circ. 14'$; und $y = 31^\circ. 34'$, wie die Formeln
3.) ergeben haben.

Diese Tafeln sind aus Lamberts Beyträ-
gen zur Math. III. Th. S. 176. genommen,
wo eben diese Entwerfungsart vorgetragen ist.

7. Will man nach dem Verfahren (4.) einen
ganzen Parallel UTL, dessen geographische Breite
gegeben ist, entwerfen, wie $u\tau x\lambda$ ausweiset, so
suche man alle Punkte $\tau$ desselben, etwa von 5 zu
5, oder 10 zu 10 Graden der Länge, rechts und
links des mittelsten Meridians, und ziehe durch
alle Punkte $\tau$ eine zusammenhängende krumme Linie
$u\tau x\lambda$ (oder hänge auch nur die von 5 zu 5 Gra-
den bestimmten Punkte $\tau$ durch gerade Linien zu-
sammen, weil man ohne merklichen Fehler jeden
Bogen von 5 Graden des Entwurfs $u\tau x\lambda$ für eine
gerade Linie gelten lassen kann), so ergiebt sich der
Entwurf $u\tau x\lambda$ des Parallels UTXL, und so
eines jeden andern. Die Meridiane, wie $\pi\tau y$,

 erhält

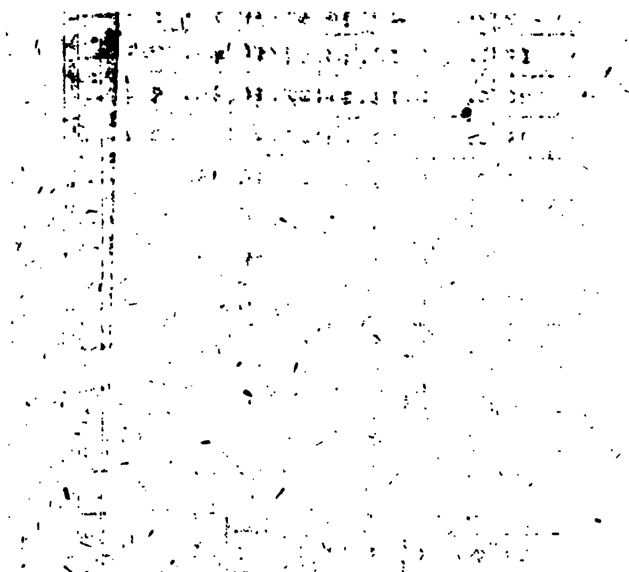
erhält man, wenn die zusammengehörigen Punkte der entworfenen Parallelen, d. h. diejenigen, welche gleichen Längen entsprechen, durch einen zusammenhängenden Zug, oder auch nur durch gerade Linien vereiniget werden.

8. Diese Meridiane $\pi\tau y$, und Parallelen $u\tau x\lambda$, sind weder Kreisbögen, noch Ellipsen, sondern eine besondere Art krummer Linien, deren weitere Betrachtung ein Gegenstand der höhern Geometrie seyn kann.

9. Wenn solchergestalt das Netz für die wahren Meridiane und Parallelen der Erdfläche gezeichnet worden ist, so läßt man alsdann die geraden Linien, wie $\alpha\vartheta$ und rw ꝛc., welche sich auf Meridiane und Parallelen, wie AD, RW, oder auf das Netz (III.) beziehen würden, aus der Zeichnung weg, weil sie nur dazu dienten, einzusehen, wie der Bedingung, daß die Länder dem Raume nach, eine ihrem wahren Inhalte auf der Kugel proportionirte Größe in der Zeichnung erhalten, oder wie eine Figur in der Geometrie, sich nach einerley Maaßstabe sollen berechnen lassen, noch auf mehrere Arten ein Genüge geschehen könne. Denn begreiflich ist es nunmehr, in Ansehung des zu berechnenden Inhalts, einerley, ob das Land in das geradlinigte Netz (III.), zu dem

und B die Pole seyn würden, oder in das Netz
), was sich auf die wahren Erdpole bezieht,
d worauf jetzt die Meridiane und Parallelen
ummlinigt erscheinen, eingetragen worden ist.
 beyden Fällen wird der geradlinigte Meilen-
aaßstab, wornach die zur Berechnung nöthigen
nien gemessen werden, aus den gleichgroßen Gra-
n auf $\pi\sigma$ bestimmt. Aber freylich würde dieser
aaßstab auch blos zu dieser Berechnung dienen,
r Messung der Weiten kann derselbe nicht ange-
andt werden, weil bey dieser Entwerfungsart die
istanzen auf der Charte, sich nicht ohne merklichen
ehler, wie die wahren auf der Kugel, verhalten
nnen, sondern aus der geographischen Länge und
reite der Oerter, nach (§. 14.), berechnet wer-
n müssen, wiewohl der Fehler um die Mitte der
harte herum, noch immer erträglich seyn mag,
enn man die Distanzen schlechtweg nach dem er-
ähnten Meilenmaaßstabe $p\sigma$ mäße.

Uebrigens hat diese Entwerfungsart in so
me Aehnlichkeit mit der in (Fig. XXXIV.),
 hier der Aequator ab nach den Sinussen der
ographischen Längen abgetheilt ist, wie es dort
r mittelste Meridian MN nach den Sinussen der
reite war (§. 48. V.). In (Fig. XXXIV.)
aren die Grade auf dem Aequator AB von gleicher



recft, und die Grade auf dem Aequator ab
'ig. XXXV. No. 2.), von k gegen a und b,
erhalb den ersten 30 Graden der Länge, vom
telsten Meridian angerechnet, nicht sehr ver-
ieden sind, so wird Amerika nach dieser Entwer-
gsart, in Absicht auf seine Gestalt, ziemlich
ausfallen. — Lambert hat in einem Netze
ser Art, Asien abgebildet, und (Fig. XXXVI.)
lt einen Abriß davon dar.

Die Art, wie hier die Parallelen und Meri-
ne von 10 zu 10 Graden gezeichnet sind, ist aus
'I. 4.) hinlänglich klar. So sind z. E. für die
nkte a, b, c, d u. s. w. des Parallels, unter
n 40ten Grad der Breite, oder für $\delta = 40^\circ$,
Ordinaten auf den mittelsten Meridian AP,
r die Werthe $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$ ꝛc. $= x$, von 10
10 Graden der Länge (oder der Werthe von $\lambda$),
s der Tafel (VI. 5.) der Ordnung nach folgende,
$= 7^\circ. 39'$; $b\beta = 15^\circ. 11'$; $c\gamma = 22^\circ. 31'$
s. w. Diese Werthe faßt man allemahl von dem
h (IV.) eingetheilten Aequator DB ab (VI. 4).
der Theil auf demselben bedeutet hier 10 Grade,
en jeden man sich wieder in die einzeln Grade ꝛc.
getheilt vorstellen muß, um z. E. $Ai = 7^\circ. 39'$;
$= 15^\circ. 11'$ u. s. w., oder die Werthe $\alpha a$,
ꝛc. abfassen zu können. Die den Punkten a,

b,

b, c ꝛc. zugehörigen Abscissen $A\alpha$, $A\beta$, $A\gamma$ ꝛc., oder die Werthe von y, werden auf dem mittelsten Meridiane Ap, worauf jeder von den gleichen Theilen (IV.) 10 Grade der Breite bedeute, abgezählt. Die Werthe von $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, kann man auch linker Hand des mittelsten Meridians absetzen, und nun durch alle Punkte d, c, b, a, $\alpha$ ꝛc. des zu entwerfenden Parallels eine krumme Linie ziehen. Die Meridiane ergeben sich aus (VI. 7.).

VIII. In den Formeln (VI. 3.) wachsen die Werthe von TD, KD, oder von x und y, für den zu verzeichnenden Parallel, oder für ein gegebenes $\delta$, so lange, bis $\lambda = 90°$. Für $\lambda = 90°$ wird sin TD, oder $\sin x = \cos \delta$, also $x = 90° - \delta$, und tang KD, oder $\tang y = \frac{\tang \delta}{0}$, unendlich, also $y = 90°$.

Wenn $\lambda$ über 90° wächst, so nimmt x wieder ab, in der Ordnung, wie es zuvor zunahm. Aber y wird alsdann $> 90°$, weil $\cos \lambda$, und folglich tang y selbst, negativ wird.

Es sey z. E. für den Punkt z eines Parallels (Fig. XXXVI.) $\lambda = 90° + l$, so ist $\cos(90°+l) = -\cos(90° - l)$, also $\tang y = -\frac{\tang \delta}{\cos(90° - l)}$, oder $\tang(180° - y) =$

$\frac{\tang \delta}{\cos(90^\circ - l)}$. Hieraus erhellet dann, daß,
nn man den Werth von y für $\lambda = 90^\circ + l$
s der Tabelle verlangte, man nur das y für
$= 90^\circ - l$ aufsuchen, und von $180^\circ$ abziehen
:fe. Z. E. für $\delta = 70^\circ$ und $\lambda = 120^\circ =$
$^\circ + 30^\circ$ (wie hier für den Punkt z der Fall ist)
hte man aus der Tafel nur das y für $\lambda =$
$^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, so findet sich $y = 79^\circ. 41'$.
es abgezogen von $180^\circ$ läßt $100^\circ. 19'$, welches
s y für $\lambda = 120^\circ$ seyn würde, also hier in
Figur der Werth von $A\eta$, wenn $z\eta$ ein Per-
ndikel auf den mittelsten Meridian vorstellt. Um
s x, oder das Perpendikel $\eta z$ für $\lambda = 120^\circ$
finden, suche man es für $\lambda = 180^\circ - 120^\circ$
$60^\circ$ ($\delta$ wieder, wie vorhin, $= 70^\circ$ gesetzt),
findet sich $x = 17^\circ. 42'$.

Wenn $\zeta$ in dem erwähnten Parallel dem
sten Grad der Länge, so wie z dem $120^\circ$ten
tspricht (wo beyde Längen zusammen
$0^\circ$ ausmachen), so gehören beyden Punkten
iche Perpendikel $\zeta y = z\eta$ ($= x$) zu. Auch
für sie, wenn P den Pol bedeutet, $P\eta = Py$;
nn für $\zeta$ war $Ay = 79^\circ. 41'$. Aber für z
r $A\eta = 100^\circ. 19'$ und $P\eta = A\eta - 90^\circ =$
$^\circ. 19' = Py$; welches zeigt, daß, wenn die
Punkte

Punkte $\zeta$ für $\lambda < 90^\circ$ gefunden worden, man auch sehr leicht die z für $\lambda > 90^\circ$ bestimmen könne, und daß es überhaupt nicht nöthig sey, obige Tafeln weiter, als bis auf $90^\circ$ der Länge $\lambda$ zu erstrecken.

§. 51.

## Ein anderes Verfahren, der Bedingung (§. 50.) ein Genüge zu leisten.

I. Es sey A (Fig. XXXVII. No. 1.) ein beliebiger Punkt auf der Erdfläche, und LMRNQ ein größter Kreis, welcher A zum Pole habe.

Durch A gedenke man sich ferner größte Kreise, wie MAN, PAQ, so stehen solche auf der Ebene des erstern LMRNQ senkrecht, und jeder Bogen, wie AM, AP, AR u. dergl., ist $= 90^\circ$.

Wäre A der wahre Erdpol, so würden die Kreise KMRNQ den Aequator, und AM, AR etc. Meridiane vorstellen. Ist aber A nach Gefallen ein Punkt auf der Erdfläche, so kann, in so ferne A der Pol von LMRQ ist, dennoch dieser Kreis ein Aeqnator heissen, so wie AM, AR, Meridiane, nur daß jetzt diese Kreise nicht das sind, was man in der Geographie Aequator und Meri-

diane

nennt, welche allemahl auf die wahren
e Bezug haben.

I. Diese allgemeine Vorstellung verstattet
rdene Vortheile bey Entwerfungen der Erd-
wobey gewisse Bedingungen erfüllt werden
welche nicht gerade auf den wahren Aequa-
s die wahren Meridiane Bezug haben, z. E.
die zu entwerfenden Stücke der Erdfläche
n Ansehung ihres Inhalts mit denen auf der
gel übereinstimmen sollen, da ist es völlig
ültig, ob man sie in Ansehung der wahren
le und Meridiane, oder anderer Pole und
entwirft.

Gesetzt aber, man habe z. E. ein Stück der
che, in Bezug auf den Pol A, auf den
tor LTPRQ, und die auf ihm senkrecht
den Meridiane AM, AP u. dergl., nach
gewissen Gesetze entworfen, so kann man
nachher bestimmen, wie auf dem Netze, zu
m A als Pol, und AM, AP rc. als Me-
e gehören, die wahren Erdpole, Meridiane
gl. zu liegen kommen, und was letztere für
ie Linien bilden würden. Läßt man alsdann
eingebildeten Pole und Meridiane weg, und
nur das Netz für die wahren Meridiane und
lelen übrig, so wird das Land, was in das-
selbe

selbe eingetragen wird, noch immer den Bedingungen entsprechen, nach welchen es ursprünglich hat entworfen werden sollen. Es verhält sich hier ohngefähr eben so, wie in der höhern Geometrie, wenn man den Anfangspunkt der Abscissen, Abscissenlinie u. dergl. ändert. Das Gesetz der krummen Linie, oder ihre Natur und Beschaffenheit leidet dadurch wesentlich keine Veränderung. Eben so wird das, nach einem gewissen Gesetze entworfene Stück einer Kugelfläche, im wesentlichen nicht geändert, wenn man ein anderes Netz über dasselbe verzeichnet, als in welches es ursprünglich eingetragen worden ist.

III. Gesetzt, die Bedingung sey, man solle die halbe Kugelfläche, welche zwischen dem größten Kreise LMPRQ, und dessen Pole A liegt, auf einer ebenen Fläche dergestalt entwerfen, daß alle einzelnen Theile dieser Zeichnung, ihrem Flächeninhalte nach, vollkommen denen auf der Kugel entsprechen, und alle größten Kreise durch A, in dieser Zeichnung als gerade Linien erscheinen sollen, die sich unter ihren wahren Winkeln, wie auf der Kugel, durchschneiden.

IV. Daß erstlich die letztere Bedingung möglich sey, erhellet daraus, daß alle sphärische Winkel um A genau 360° ausmachen, wie alle geradlinig-

igten Winkel, welche auf einer ebenen Fläche einen Punkt herum liegen würden.

Man setze demnach, MA, PA seyen ein ar Meridiane, wie (I.), in Bezug auf den Pol, welche um den sphärischen Winkel MAP = α einander abstehen, dessen Maaß der Bogen MP s eingebildeten Aequators LMPRQ sey.

Man nehme (Fig. XXXVII. No. 2.) auf m Papiere einen Punkt a, welcher den A auf r Kugel vorstelle, und zeichne an denselben einen Winkel map = dem sphärischen MAP = α, so llen die geraden Linien am, ap, die Meridiane M, AP vor.

V. In einem beliebigen Abstande AB = AC m Pole A (die großen Buchstaben beziehen sich mer auf Fig. XXXVII. No. 1., und die kleinen auf No. 2.) gedenke man sich einen Parallel CE mit dem Aequator LMRQ, so ist das Stück r Kugelfläche zwischen diesem Parallel und dem Pole A = einer Kreisfläche, deren Halbmesser r Sehne des Abstandes dieses Parallels von A leich ist (Kästners Geom. 64. S. 5. Zus.). Es y demnach der Halbmesser der Erdkugel = r. Der Bogen AB = AC = u, so ist die Sehne dieses Bogens = 2r sin $\frac{1}{2}$ u.

VI. Man

VI. Man beschreibe also aus a mit einem Halbmesser ab $= 2r \sin \frac{1}{2} u$ einen Kreis, so ist dieses Kreises Fläche dem Kugelstück (V.) gleich. Für $u = 90°$ ist am $= 2r \sin 45° =$ dem Halbmesser eines Kreises lmprq, welcher der halben Kugelfläche vom Aequator LMPRQ, bis zum zugehörigen Pole A gleich seyn würde. Theilte man diesen Kreis in 360 Grade, und zöge aus a nach allen Theilpunkten gerade Linien, so wie aus dem Mittelpunkte a Kreise mit den Halbmessern $2r \sin \frac{1}{2} u$, so ergebe sich ein Netz auf dem Papiere, dessen einzelne Theile, dem Flächeninhalte nach, denen auf der Kugel vollkommen entsprechen würden; die geraden Linien aus a, als Meridiane, würden sich bey a unter Winkeln, wie auf der Kugel, durchschneiden, und die concentrischen Kreise um a würden die Parallelen abbilden; und das ganze Netz würde der Bedingung (II.) entsprechen, daß jedes Land, das man hineinzeichnete, seinem wahren Inhalte nach dargestellt würde, wenn man es nach einem geradlinigten Meilenmaaßstabe, worauf die Meilen ohngefähr dem 860ten Theile des bey der Zeichnung zum Grunde gelegten Halbmessers der Erde r gleich wären, wie eine Figur in der Geometrie berechnete.

§. 52.

Aufgabe. Auf einem Netze, wie dem vorhergehenden, die wahren Erdpole, Meridiane und Parallelen zu verzeichnen, wenn der Punkt A, oder (a in der Zeichnung) nicht selbst der wahre Erdpol wäre.

Aufl. I. Es sey nunmehr P der wahre Erdpol, LAR der Aequator (also der bisher betrachtete Punkt A, in dem wahren Aequator), und PAQ der Meridian, von welchem die übrigen angerechnet werden, und welcher auf dem Netze (No. 2.) durch die gerade Linie paq abgebildet sey; TWU ein beliebiger Parallel in dem Abstande AW = δ vom Aequator, PSF ein Meridian, dessen Winkel mit dem ersten PAQ = L. Man soll den Punkt S des Parallels, und so jeden andern, auf dem nach (§. 51. VI.) verzeichneten Netze bestimmen.

II. Man gedenke sich durch A und S einen größten Kreis ASV, dieser würde erstlich, so wie alle durch A gehenden größten Kreise, auf dem Netze (No. 2.) als eine gerade Linie av erscheinen, welche mit ap den Winkel machen müßte, den der Kreis AV, mit AP macht. Auf dieser geraden Linie av, muß der Punkt s, welcher den S des

Paral-

Parallels TSU vorstellt, liegen, in einem Abstande $as$ von a, welcher, wenn der Bogen AS = u genannt wird, = $2r \sin \frac{1}{2} u$ seyn müßte.

III. Ich will den Winkel PAV = $\eta$ nennen, so finden sich die zur Zeichnung des Punktes s nöthigen Werthe von $\eta$ und u, aus dem sphärischen Dreyecke PAS, in welchem PS = $90° - \delta$; PA = $90°$; APS = L, gegeben sind, auf folgende Art:

$$\cos u = \cos L . \cos \delta$$
$$\tan \eta = \sin L . \cot \delta$$

oder auch, wenn man den Winkel SAR = $90° - \eta$ = y nennt:

$$\tan y = \frac{\tan \delta}{\sin L}$$

IV. Dies sind gerade die Formeln, welche bey einer andern Verzeichnungsart bereits oben (§. 50. VI. 6.) vorgekommen sind, daher die obigen Tafeln, aus denen man u und y nehmen kann, sogleich auch zur gegenwärtigen Entwerfungsart gebraucht werden können.

VI. Auf diese Art kann man für jedes $\delta$ die Punkte s etwa von 5 zu 5 Graden der Länge L bestimmen, sie hierauf alle zusammenhängen, und so den ganzen Parallel TSU, durch tsu auf dem Papiere entwerfen. Die Meridiane ergeben sich,

wenn

wenn man alle gleichnahmigten Punkte der Paral-
lelen, durch einen zusammenhängenden Zug verbindet,
wie schon öfters gezeigt worden ist.

VI. Für $\delta = 0$, wird $\cos \delta = 1$, also $\cos u = \cos L$, d. h. $u = L$ und $y = 0$, also $\eta = 90°$. D. h. der Aequator ist auf diesem Netze eine gerade, auf ap senkrechte Linie las, welche von a nach r, und eben so von a nach R, dergestalt eingetheilt werden muß, daß die Theile, wie a1, a2, a3 ꝛc. nach den Sinussen von $\frac{1}{2}$ u, d. h. (wegen $u = L$ in diesem Falle) nach den Sinussen von $\frac{1}{2}$ L fortgehen müssen (II.). Nimmt man also z. E. L, oder die Längen von 10 zu 10 Graden, so muß $a1 = 2r \sin 5°$; $a2 = 2r \sin 10°$; $a3 = 2r \sin 15°$ u. s. w. genommen werden, wenn die Punkte 1, 2, 3 ꝛc. des Aequators ar, der Ordnung nach dem 10ten, 20ten, 30ten ꝛc. Grad der Länge, von a angerechnet, zugehören sollten. Die Theile a1; 1,2; 2,3 u. s. w. werden alsdann jede einzelnen 10 Grade vorstellen, deren Werthe von a nach r zu, immer kleiner ausfallen müssen, wie man leicht einsehen wird. Man kann alsdann, je nachdem es die Größe der Zeichnung verstattet, jeden Raum, der 10 Grade bedeutet, wiederum in kleinere Theile eintheilen.

VII. Für

VII. Für L $=$ o, wird u $= \delta$, und man sieht also leicht, daß jetzt die Abtheilungen auf dem mittelsten Meridian ap, z. E. von 10 zu 10 Graden der Breite, eben so fortgehen müssen, wie die Abtheilungen auf dem Aequator von 10 zu 10 Graden der Länge. Es nehmen also bey dieser Entwerfungsart die Grade der Breite, von a nach p und q zu, eben so ab, wie die der Länge auf dem Aequator von a nach r und l zu.

VIII. Hat man für ein gegebenes L, den Punkt s in dem Parallele tsu, dessen geographische Breite $= \delta$ ist, zu bestimmen, so suche man nur für dies $\delta$ und L die Werthe von $\eta$ und u aus obigen Tafeln, und trage erstlich den Winkel $\eta$ an ap, d. h. man zähle auf dem Umfange des, wie gewöhnlich, in seine 360 Grade eingetheilten Kreises lrpq, so viel Grade und Minuten aus p in v ab, als man für $\eta$ gefunden hat, so hat man die Linie av, worauf der Punkt s zu liegen kommt. Hierauf fasse man von dem eingetheilten Aequator (worauf bereits die Theile in dem Verhältnisse der Sinusse von $\frac{1}{2}$ u fortgehen) so viel Grade und Minuten von a gegen r ab, als die obige Tafel für u gegeben hat, und trage solches aus a in s, so ist s der zu entwerfende Punkt des Parallels. Z. E. hätte man für den Punkt s; u $=$ 40°

gefun-

...her, so dürfte man nur die Weite a4 von ... Aequator aus, a in a tragen, weil a4 bereits ... sin 4 n, oder hier = ... sin 40° ist, wie ... für den Punkt s seyn muß (II.).

IX. Verfertigt man nach diesem Verfahren ... Netz, was auf die wahren Meridiane und ...rallelen Bezug hat, so läßt man nachher die ...ien, wie av u. dergl., welche zur Construction ...es Netzes dienten, oder zu dem Netze des vori...hes gehörten, weg, und man kann nunmehr ...das neue Netz jeden Ort, nach Maaßgabe seiner ...graphischen Länge und Breite, und folglich ein ...zes Land eintragen, dessen Entwurf dann noch ...er der Hauptbedingung (§. 50.) entsprechen ...d. Man läßt den Meridian pq, welcher hie... durch eine gerade Linie abgebildet wird, am ...en ohngefähr durch die Mitte des Landes gehen. ...e sich ein Netz für die Halbkugel, worin z. E. ...erika fällt, nach dieser Entwerfungsart aus...nmt, ist aus (Fig. XXXVIII.) zu ersehen.

Hr. Vieth hat in seinem Atlas der alten ...elt (Weimar 1800.) Nordafrika nach dieser ...twerfungsart gezeichnet, da er hingegen für ...ein-Asien, die Murdochische für schicklicher ...lt. Um überhaupt vorgeschriebene Länder in ein

gegebenes Format zu bringen, und dabey die möglichste Oeconomie des Raumes genau zu beobachten, hat Herr Vieth verschiedene Entwerfungsarten gebrauchen müssen.

§. 53.

I. Herr Lambert hat diese Entwerfungsart im 97ten und 104ten §. seiner Anmerkungen über die Verzeichnung der Landcharten (Beytr. zur Math. III. Th. S. 179.) vorgetragen. Er bedient sich zur Theorie derselben, der Differenzial- und Integralrechnung, welches aber, wie aus dem bisherigen erhellt, ganz unnöthig ist.

Hr. Prof. Bode hat sich dieser Zeichnungsart bey zwey Planisphären, die er seiner Anleitung zur Kenntniß der Erdkugel (Berlin 1786.) beygefügt hat, bedient, und führt §§. 232 und 233. die Gründe an, warum er von den bisher gewöhnlichen perspectivischen Vorstellungen der Halbkugeln abgegangen, und gegenwärtige zu manchen Absichten sehr schickliche Lambertische Entwerfungsart gewählt habe.

II. Auf diesen Planisphären nehmen die Grade auf dem Aequator und dem mittelsten Meridiane, nach dem Gesetze ab, wie (§. 52. VI.) gezeigt worden. Die Parallelen und Meridiane sind auf

den-

nselben von 10 zu 10 Graden verzeichnet, und
den besondere krumme Linien, die so wenig
reise, als elliptische Bögen sind. Hr. Lambert
t im 106ten §. a. a. O. (I.) die Gleichung für
ese Art krummer Linien bestimmt.

III. Es hat diese Zeichnungsart vor den ge-
öhnlichen perspectivischen, auf denen die Pole,
e bey gegenwärtiger, auch an den Rand des
anisphärs fallen, z. E. der stereographischen
quatorialprojection, den Vorzug, daß die Grade,
ch dem Rande des Planisphärs zu, hier ein
sseres Verhältniß gegen die in der Mitte behal-
n, als auf der stereographischen, und daher die
estalt der Länder weniger verzogen wird. Auch
eibt der Anblick eines solchen Planisphärs im
anzen Kugelähnlicher, als bey der stereographi-
jen Entwerfung, und dann trifft dabey die sehr
heblich Bedingung ein, daß die Länder eine
rer wahren Größe nach proportionirte Fläche auf
r Zeichnung behalten, wenn auch ihre Gestalt
ich den Seiten hin etwas verzogen wird. Ich
ibe daher diese Entwerfungsart, ihres Nutzens
egen, hier nicht übergehen dürfen, wenn sie gleich
sher eben nicht häufig angewandt worden ist, und
an sich immer noch zu sehr an die minder schicklichen
rspectivischen Projectionen gebunden hat.

 IV. Uebri-

müßte. Sie würde dann sehr viel äh
der steropgraphischen Polarprojection h
auch wieder in Ansehung des richtige
nisses der Grade, und des Flächeninha
pen, Vorzüge vor jener haben

V. Wenn man (Fig. XXXVII
ah auf ap senkrecht zieht, so ist dem rech
Dreyecke ash; hs = as . sin $\eta$ = 2r si
und ah = 2r sin $\frac{1}{2}$ u cos $\eta$. So ka
in einem Parallele, wie twu, jeder P
s; auch durch seine Abscisse ah, und O
verzeichnet werden.

VI. Ferner ist aw = dem Wer
für $\eta$ = 0, also aw = 2r sin $\frac{1}{2}$ u,
L = 0 zu nehmen ist, weil der Punkt
rallels twu in dem Meridiane ap selbst

ne die Abscisse, wie ah (V.), zu gebrauchen, sche den Punkt a, also den Aequator auf dem verzeichnenden Netze voraussetzt. Diese Formeln d brauchbar, wenn man ein Stück der Erdfläche verzeichnen soll, welches sich nicht bis zum quator selbst erstreckt, z. E. vom 50ten Parallel bis zum 70ten. Wäre tρω z. E. der unterste rallel, und die geographische Breite desselben = ϑ, so ist aρ = 2r sin ½ϑ. Für diesen Parallel kann man nun die Punkte nach (VI.) berechnen, wenn man in den Formeln δ = ϑ setzt. Man nimmt hiebey den Punkt ρ nach Gefallen in m Meridiane aρ an. Um aber alsdann den rallel twu, welcher der geographischen Breite δ gehört, zu zeichnen, so nehme man, um erstlich n richtigen Abstand des Punktes w (von welchem r den Parallel twu die Abscissen gerechnet werden) von dem Punkte ρ zu finden, ρw = aw — aρ = 2r (sin ½ δ — sin ½ ϑ). Dann erst werden e Punkte des Parallels twu, aus den Abscissen h, und Ordinaten hs (V. VI.) bestimmt.

§. 54.

Man kann mit der Forderung, daß die ein n Theile der Erdfläche bey einer Entwerfungsart r richtiges Verhältniß in Ansehung des Flächen-

in-

IV. Uebrigens bedarf es wohl keines Beweises, daß, wenn der wahre Erdpol in die Mitte des Planisphärs fallen soll, die Entwerfungsart des vorhergehenden 51ten §es angewandt werden muß, wo denn A den wahren Erdpol bedeuten müßte. Sie würde dann sehr viel ähnliches mit der stereographischen Polarprojection haben, aber auch wieder in Ansehung des richtigern Verhältnisses der Grade, und des Flächeninhalts der Zonen Vorzüge vor jener haben.

V. Wenn man (Fig. XXXVII. No. 2.) ah auf ap senkrecht zieht, so ist dem rechtwinklichen Dreyecke ash: $hs = as \sin \eta = 2r \sin \frac{1}{2} u \sin \eta$; und $ah = 2r \sin \frac{1}{2} u \cos \eta$. So kann demnach in einem Parallele, wie twu, jeder Punkt, wie s, auch durch seine Abscisse ah, und Ordinate hs, verzeichnet werden.

VI. Ferner ist aw = dem Werthe von ah für $\eta = 0$, also $aw = 2r \sin \frac{1}{2} u$, wo u für $L = 0$ zu nehmen ist, weil der Punkt w des Parallels twu in dem Meridiane ap selbst liegt. Aber für $L = 0$ ist $\cos u = \cos \delta$ (§. 52. III.), also $u = \delta$, demnach $aw = 2r \sin \frac{1}{2} \delta$, folglich $wh = ah - aw = 2r \sin \frac{1}{2} u \,.\, \cos \eta - 2r \sin \frac{1}{2} \delta$.

VII. Dies dient, den Punkt s des Parallels auch durch wh, und hs (V.) zu bestimmen, also

ohne

ere, in welchem der Halbmesser ab = x, und Winkel bac = m . $\eta$ seyn soll. Nun ist aber läche dieses Kreisausschnitts = $\frac{m . \eta}{360} . \pi x^2$, beyde Ausschnitte BAC, bac einander gleich t, so wird

$$m . x^2 = 4r^2 \sin \tfrac{1}{2} u^2$$

nach $x = 2r \sin \frac{1}{2} u . \sqrt{\frac{1}{m}}$

Lambert (Beytr. III. §. 108.) auf eine e Art findet.

Was die Zeichnung eines Netzes nach dieser werfungsart betrifft, so können mit einer gen Veränderung alle obigen (§. 53. V. ꝛc.) enen Vorschriften auch bey der gegenwärtigen wandt werden, und der Unterschied besteht darin, daß man jetzt die Eintheilungen auf nd ar, nicht nach der Formel $2r \sin \frac{1}{2} u$, rn

$$2r \sin \tfrac{1}{2} u \sqrt{\frac{1}{m}}$$

ckstelligen, und für jeden Winkel BAC = $\eta$, bac = m . $\eta$ nehmen muß. Was alsdann arallelen twu, und Meridiane für krumme bilden würden, im Falle jetzt nicht A, son-

dern

dern P der wahre Erdpol wäre, würde aber hier von keinem besondern Nutzen zu untersuchen seyn, so wie denn überhaupt von Landcharten nach dieser Entwerfungsart, wohl keine besondern Vortheile zu erwarten seyn mögten.

## §. 55.

### Anwendung auf Coniglobien.

I. Nimmt man A für den wahren Erdpol, mithin a für die Entwerfung desselben auf dem Papiere an, so sind die Meridiane auf dem Netze alsdann lauter gerade Linien, und die Parallelen, wie auf der Kugel, Kreisbogen, aber von dem Halbmesser $2r \sin \frac{1}{2} u . \sqrt{\frac{1}{m}}$, wo denn u das Complement der geographischen Breite des Parallels, oder seinen Abstand vom Pole ausdrückt.

II. Nimmt man m kleiner, als 1, z. E. $= \frac{\mu}{\nu}$, wo $\frac{\mu}{\nu}$ einen eigentlichen Bruch bedeute, so erhellet, daß alsdann, wenn A den wahren Erdpol vorstellt, jedes Stück Kugelfläche, wie BCAE, das zwischen dem Pole A, und dem Parallel BCE enthalten ist, seinem wahren Inhalte nach, durch einen Kreisausschnitt, dessen Winkel am Mittelpunkte,

nkte $= \frac{\mu}{\nu}$. 360 ist, dargestellt werden kann.

... nun jeder Kreisausschnitt in die Oberfläche ...es Kegels gekrümmt werden kann, so folgt, daß ... solchergestalt Netze zu Coniglobien verfertigen ...sen, deren Zonen genau den zugehörigen auf der ...gelfläche gleichen würden. Die Spitze eines ...chen Conigiobii würde alsdann den Erdpol, und ... Seitenlinien desselben die Meridiane vorstellen. ...ie Länder, welche man in das Netz eines solchen ...niglobii gezeichnet hätte, würden zugleich das ...htige Verhältniß ihres Inhals auf der Kugel ...kommen.

III. Diese Anwendung der Verzeichnungsart ... 54.) giebt Lambert (Beyträge III. Th. ... 109.), und es ist nicht zu läugnen, daß Coniglobien dieser Art, Vortheile vor andern haben, ... denen das richtige Verhältniß der Größe ...r Länder, nicht so sehr zur Maxime genommen ...orden ist.

IV. Man kann, da der Werth von m hiebey ...illkührlich ist, denselben so bestimmen, daß auf ...m Netze die Grade eines beliebigen Parallels ihr ...htiges Verhältniß zu einem Grade des Meri...ans, an der Stelle, durch welche der Parallel ...ht, erhalten.

Es

Es sey (Fig. XXXIX.) Xa Yh ein Kreisausschnitt = der halben Kugelfläche, welche (Fig. XXXVII. No. 1.) zwischen dem Pole A, und dem Aequator LPNQ enthalten ist.

So ist der Halbmesser des Kreisbogens XhY, welcher auf dem Netze den Aequator abbildet, oder

$Xa = Ya = 2r \sin 45° . \sqrt{\frac{1}{m}}$, so wie der

Halbmesser eines jeden andern Parallels =

$2r \sin \frac{1}{2} u . \sqrt{\frac{1}{m}}$, wenn u dessen Abstand vom Pole bedeutet.

Gedenkt man sich nun diesen Kreisausschnitt in eine Kegelfläche gekrümmt, so wird alsdann der Bogen YhX den Umfang der Grundfläche dieses Kegels abgeben, und auf dem Coniglobio den Aequator darstellen, so wie der Kreis, in welchen sich z. E. der Bogen xmy krümmen würde, einen Parallel abgiebt, dessen Abstand vom Pole, k Graden auf der Kugel entspreche.

tku stelle nunmehr einen Parallel vor, dessen Abstand vom Pole = k — 1° sey, so ist der

Halbmesser $ax = 2r \sin \frac{1}{2} k \sqrt{\frac{1}{m}}$; und au

$= 2r \sin \frac{1}{2} (k - 1°) \sqrt{\frac{1}{m}}$, also der Unter-

schied

punkte $= \frac{\mu}{\nu} \cdot 360$ ist, dargestellt werden kann. Da nun jeder Kreisausschnitt in die Oberfläche eines Kegels gekrümmt werden kann, so folgt, daß sich solchergestalt Netze zu Conigloben verfertigen lassen, deren Zonen genau den zugehörigen auf der Kugelfläche gleichen würden. Die Spitze eines solchen Conigloben würde alsdann den Erdpol, und die Seitenlinien desselben die Meridiane vorstellen. Die Länder, welche man in das Netz eines solchen Conigloben gezeichnet hätte, würden zugleich das richtige Verhältniß ihres Inhals auf der Kugel bekommen.

III. Diese Anwendung der Verzeichnungsart (§. 54.) giebt Lambert (Beyträge III. Th. §. 109.), und es ist nicht zu läugnen, daß Conigloben dieser Art, Vortheile vor andern haben, bey denen das richtige Verhältniß der Grösse der Länder, nicht so sehr zur Maxime genommen worden ist.

IV. Man kann, da der Werth von m hiebey willkührlich ist, denselben so bestimmen, daß auf dem Netze die Grade eines beliebigen Parallels ihr richtiges Verhältniß zu einem Grade des Meridians, an der Stelle, durch welche der Parallel geht, erhalten.

Es

$\frac{1}{360}$ die Länge eines Grades auf dem Parallelkreise geben wird, in welchem sich der Bogen xmy auf dem Coniglobio, wozu (Fig. XXXIX.) das Netz seyn soll, krümmen würde. Nennt man demnach einen Grad dieses Parallels $= g$, so ist $g = \frac{4r.m.\pi \sin \frac{1}{2} k \surd \frac{1}{m}}{360}$.

VI. Soll nun dieser Parallelgrad g sich zu dem Meridiangrade G (IV.) des erwähnten Coniglobii verhalten, wie auf der Kugel selbst, so muß

$$G : g = 1 : \sin k \text{ seyn } (\S. 12. I.).$$

VII. Dies giebt statt G und g ihre Werthe aus (IV. und V.) gesetzt

$$\cos \tfrac{1}{2} k . \sin 30' : \frac{2 m \pi \sin \frac{1}{2} k}{360} = 1 : \sin k$$

oder wegen $\sin k = 2 \sin \frac{1}{2} k \cos \frac{1}{2} k$
(Trig. S. XII. 21.)

$$\cos \tfrac{1}{2} k . \sin 30' : \frac{m \pi}{360} = 1 : \cos \tfrac{1}{2} k$$

Demnach

$$m = \cos \tfrac{1}{2} k^2 . \frac{360 . \sin 30'}{\pi}$$

VIII. Da in diesem Ausdrucke der Sinus von 30′ für seinen Bogen selbst gesetzt werden kann, für

..., den Sinus totus 1 aber die Länge eines Grades $= \frac{2\pi}{360}$, und folglich eines halben $= \frac{\pi}{360}$ [illegible] ist ohne merklichen Fehler sin 30' $= \frac{\pi}{360}$.

Demnach (VII.) $m = \cos \tfrac{1}{2} k^2$; oder auch (Trig. XII, 23) $m = \frac{1 + \cos k}{2}$.

IX. Sollte also z. E. unter dem 40ten Grade der Breite ein Grad des Meridians gegen einen Grad des Parallels auf dem Coniglobio sein richtiges Verhältniß haben, so müßte (wegen $k = 50^\circ$)

$$m = \frac{1 + \cos 50^\circ}{2} = \frac{1 + 0{,}6427}{2} = 0{,}8213\,..$$

genommen werden.

Der Winkel des Kreisausschnitts zu dem Coglobio, oder der, welcher dem Bogen xmy zugehören würde, wäre demnach $= m \cdot 360^\circ = 0{,}8213 \cdot 360^\circ = 295^\circ{,}668$; also beynahe $296^\circ$. Der Halbmesser des Parallels ymx, dessen Abstand vom Pole $= k$, würde jetzt (wegen $\sqrt{\frac{1}{m}} = \frac{1}{\cos \frac{1}{2} k}$) $= \frac{2r \sin \frac{1}{2} k}{\cos \frac{1}{2} k} = 2r \tang \frac{1}{2} k$ (V.), wo sich denn jeder Parallel leicht würde ziehen lassen.

lassen. Theilte man hierauf den Winkel yax, oder den zugehörigen Bogen xmy, in 360 gleiche Theile, und zöge nach den Theilpunkten, Halbmesser als Meridiane, so wäre das ganze Netz zu dem Coniglobio fertig, in welches alsdann die Länder eingetragen werden können.

In den bisherigen Formeln kann man r nach Belieben annehmen. Wollte man z. E. ein Coniglobium für eine Kugel von 10 Zoll im Halbmesser verfertigen, so wäre r = 10 Zoll, und so in andern Fällen.

## §. 56.

## Netze zu Coniglobien nach andern Bedingungen.

Abstrahirt man von der Maxime, daß auf dem Coniglobio die Länder, in Ansehung ihres Flächenraums, denen auf der Kugel entsprechen sollen, so kann man andere Bedingungen annehmen, welche vielleicht zu dem Gebrauche, den man von Coniglobien macht, noch vortheilhafter seyn mögten.

I. Ich will setzen, auf dem Netze zu einem Coniglobio sollte jedes Viereck, wie iklm (Fig. XXXIX.), welches zwischen zweyen einander sehr nahe liegenden Meridianen und Parallelen enthalten ist, dem zugehörigen Vierecke auf der Kugel ähn-

ndlich seyn, so daß jedes kleine Stückchen des
etzes ohne merklichen Fehler mit der Figur dessel
n auf der Kugelfläche übereinstimme. Es soll
ier jeder Winkel zwischen zweyen Meridianen des
etzes, z. E. kai, m mahl grösser oder kleiner
yn, als der wahre auf der Kugel.

II. Es sey demnach k der Punkt auf dem
etze, welcher dem Abstande x vom Pole, auf der
ugel entspreche, so daß 90° — x des Punktes k
eographische Breite bedeute. Der Unterschied der
veyen Meridiane auf der Kugel, denen ai und
k auf dem Netze zugehören sollen, sey = dλ,
o ich unter dλ einen sehr kleinen Winkel, ein
differenzial des Winkels λ, oder viel-
ehr des ihm zugehörigen Bogens, in Decimal-
heilen des Sinus totus = 1, verstehe. Denn
h bediene mich hier der Differentialrechnung, um
uf dem kürzesten Wege die vorgelegte Aufgabe
ufzulösen. Man kann von den zur Differential-
echnung gehörigen Sätzen, welche ich hier ge-
rauche, dasjenige nachlesen, was ich in den Trig.
S. zum zweyten Bande meiner praktischen Geome-
rie davon beygebracht habe, und man wird das
egenwärtige ohne Mühe verstehen.

III. Ferner sey der kleine Bogen des Meri-
ans auf der Kugel, welcher dem km oder ik auf

dem

dem Netze entspreche, $= d\varkappa$, wo denn $d\varkappa$ den unendlichen kleinen Abstand der beyden Parallelen ki und ml auf der Kugel bedeutet. Auf dem Netze sey die gerade Linie ai, die dem Bogen $\varkappa$ auf der Kugel entspricht, $= x$, und il, was dem $d\varkappa$ auf der Kugel zugehören würde, $= dx$.

IV. Auf der Kugel würde nun der kleine Bogen des Parallels, welcher dem ik auf dem Netze zugehörte, $= d\lambda \sin \varkappa$ (weil $1^\circ$ des Parallels sich verhält zu einem Grade des Meridians $= \sin \varkappa : 1$, wenn der Parallel den Abstand $\varkappa$ vom Pole hat). Also würde auf der Kugel jener kleine Bogen des Parallels sich zu dem kleinen Bogen des Meridians, welcher dem li auf der Kugel zugehört, sich verhalten wie $d\lambda \sin k : d\varkappa$.

V. Aber auf dem Netze soll der kleine Winkel iak $= m . d\lambda$ seyn (I.). Dies giebt auf dem Netze den kleinen Bogen ik $= x . md\lambda$ (wo $md\lambda$ in Decimaltheilen des Sinus totus 1 zu verstehen ist). Sollen demnach, der Bedingung der Aufgabe gemäß, auf dem Netze sich ik und li wie die zugehörigen kleinen Bögen auf der Kugel verhalten (I.) so muß seyn

$$mxd\lambda : dx = d\lambda \sin \varkappa : d\varkappa$$

oder

dx

$$\frac{dx}{x} = \frac{m \cdot d\varkappa}{\sin \varkappa}$$

VI. Nun ist aber $\frac{dx}{x}$ das Differential des natürlichen Logarithmen von x, und $\frac{d\varkappa}{\sin \varkappa}$ das Differential des natürlichen Logarithmen der Tangente von $\frac{1}{2}\varkappa$ (Trig. S. XLIV. XLVI. XLVII. z. das dortige a $= \frac{1}{2}\varkappa$ gesetzt). Demnach hat man

$$d \log x = m \,.\, d \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\varkappa$$

also integrirt

$$\log x = m \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\varkappa + \text{Const.}$$

VII. Diese beständige Größe Const, welche man noch hinzu addiren muß, kann man dadurch bestimmen, daß man z. E. setzt, für welches $\varkappa$ der Werth von x dem zugehörigen Bogen des Meridians auf der Kugel gleich seyn soll. Gesetzt, für $\varkappa = 90°$ sollte x auf dem Netze dem zugehörigen Quadranten des Meridians gleich seyn. Weil nun, wenn r den Halbmesser der Kugel bedeutet, ein Quadrant auf ihr $= \frac{2r\pi}{4} = \frac{1}{2}r\pi$ ist (wenn $\pi$ die Ludolphische Zahl bezeichnet), und für diesen Fall tang $\frac{1}{2}\varkappa =$

$\tan g\, 45^\circ = 1$, also $\log \tan g\, \frac{1}{2} \varkappa = 0$ ist, so hat man

$$\log \tfrac{1}{2}\, r\, \pi = \text{Const}$$

Also überhaupt für jedes x

$$\log \mathrm{x} = \log (\tan g\, \tfrac{1}{2}\, \varkappa^m) + \log \tfrac{1}{2}\, r\, \pi$$
$$= \log (\tfrac{1}{2}\, r \pi \,.\, \tan g\, \tfrac{1}{2}\, \varkappa^m)$$

Mithin

$$\mathrm{x} = \tfrac{1}{2}\, r\, \pi \tan g\, \tfrac{1}{2}\, \varkappa^m$$

VIII. Auf diese Art kann man für jedes $\varkappa$ den Werth von x berechnen, mithin die Eintheilung auf den Meridianen des Netzes, z. E. von 5 zu 5, oder 10 zu 10 Graden der Breite, oder des Abstandes $\varkappa$ vom Pole, bewerkstelligen.

IX. Da es in dieser Formel von unserem Belieben abhängt, für m welchen Werth man will, anzunehmen, so kann man m so wählen, daß dadurch noch eine andere Bedingung erfüllt wird. Gesetzt demnach, es sollte m so gewählt werden, daß die Grade zweyer gegebenen Parallelkreise auf dem Netze, unter sich selbst das Verhältniß, wie auf der Kugel, haben sollten. Hätten nun diese Parallelkreise die Abstände k, $\varkappa$ vom Pole, so stånden die Grade derselben in dem Verhältnisse sin k : sin $\varkappa$ auf der Kugel. Aber auf dem Netze würden sich die Grade auf den Parallelkreisen, wie die Halbmesser dieser

Kreise,

Kreise, also wie die jenen Abständen k, $\varkappa$ vom Pole entsprechenden Werthe von x, d. h. wie tang $\frac{1}{2}$ $k^m$ : tang $\frac{1}{2}$ $\varkappa^m$ verhalten. Sollen dem-nach sich diese, wie jene auf der Kugel verhalten, so muß seyn

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} k^m : \text{tang } \tfrac{1}{2} \varkappa^m = \sin k : \sin \varkappa$$

oder

$$\left(\frac{\text{tang } \frac{1}{2} k}{\text{tang } \frac{1}{2} \varkappa}\right)^m = \frac{\sin k}{\sin \varkappa}$$

woraus denn, wenn auf beyden Seiten Logarith-men genommen werden,

$$m = \frac{\log \sin k - \log \sin \varkappa}{\log \text{tang } \frac{1}{2} k - \log \text{tang } \frac{1}{2} \varkappa}$$

folgt.

X. Exemp. Sollte z. B. das Netz zu der Halbkugel, in welche Europa fällt, entworfen werden, so würde man am besten für k, $\varkappa$ den 60ten und 30ten Grad vom Pole nehmen, damit die Parallelen, deren Grade auf dem Netze sich wie die auf der Kugel verhalten sollten, unter sich selbst so weit von einander abstünden, als der eine vom Pole, und der andere vom Aequator entfernt ist. Also für k = 60°, und $\varkappa$ = 30° hat man

| | |
|---|---|
| $l\,\mathrm{tang}\,\frac{1}{2}k = 9,7614394$ | $l\,\sin k = 9,9375306$ |
| $l\,\mathrm{tang}\,\frac{1}{2}\varkappa = 9,4280525$ | $l\,\sin \varkappa = 9,6989700$ |
| Untersch. $= 0,3333869$ | $0,2385606$ |

Demnach

$$m = \frac{2385606}{3333869} = 0,7155\ldots$$

Also ohngefähr $m = \frac{3}{4}$. Mithin müßten jede zwey Meridiane, wie ak, ai auf dem Netze, einen Winkel kai an dem Pole a machen, welcher $= \frac{3}{4}$ des Winkels wäre, den die zugehörigen Meridiane auf der Kugel an dem Pole machen würden.

XI. Daraus folgt denn, daß, wenn der Bogen XhY auf dem Netze des Coniglobii, dem ganzen Umfange des Aequators auf der Kugel entsprechen soll, dieser Bogen XhY, oder der ihm zugehörige Winkel an $a = m \,.\, 360^\circ = \frac{3}{4} \,.\, 360^\circ = 270^\circ$ seyn muß. Dann wird XhYaX den Kreisausschnitt abbilden, in welchen das Netz zu dem Coniglobio zu verzeichnen ist.

Für die Eintheilung auf den Meridianen dieses Netzes hat man nach (VII.)

$$\log x = \log \tfrac{1}{2} r \pi + \tfrac{3}{4} \log \mathrm{tang}\, \tfrac{1}{2} \varkappa.$$

wel-

3es von 10 zu 10 Graden der Breite (r = 1
t), folgende Werthe von x geben wird:

| ϰ | x | Differ. |
|---|---|---|
| 0 | 0,0000 | |
| 10 | 0,2527 | 0,2527 |
| 20 | 0,4274 | 0,1747 |
| 30 | 0,5849 | 0,1575 |
| 40 | 0,7360 | 0,1511 |
| 50 | 0,8863 | 0,1503 |
| 60 | 1,0403 | 0,1540 |
| 70 | 1,2023 | 0,1620 |
| 80 | 1,3765 | 0,1742 |
| 90 | 1,5707 | 0,2042 |

XII. Um das Netz selbst zu beschreiben, fasse von dem in 1000 Theile getheilten Halbmesser rjenigen Kugel, für welche man ein Coniglo- n verfertigen will, der Ordnung nach von a b 252 Theile; von a nach c 427; von a d 585 Theile u. s. w., von a nach h 1570 ile, so erhält man die Punkte a, b, c, . . ., h welche aus a die Parallelen des Netzes von zu 10 Graden der Breite gerissen werden, wo n jeder Theil, wie ab, bc, cd, für sich allein Grade der Breite vorstellt. Die Meridiane 10 zu 10 Graden der Länge zu erhalten, theilt n den Bogen XhY (XI.) in 36 gleiche Theile,

und

und zieht aus a nach den Theilpunkten gerade Linien, so ist das ganze Netz zu dem Coniglobio verfertigt.

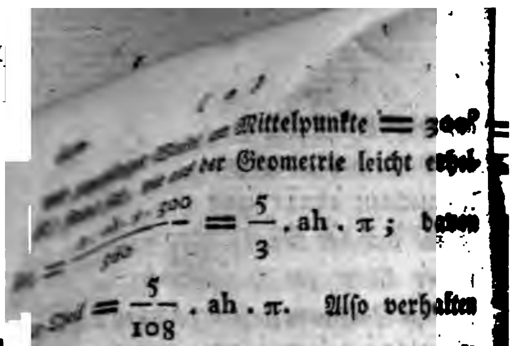
XIII. Aus der Differenzreihe des Täfelchens (XI.) ersieht man, wie jede 10 Grade der Breite auf diesem Netze sich unter einander verhalten. Am kleinsten sind sie zwischen dem 40ten und 50ten Grad des Abstandes vom Pole a, und am größten zwischen dem Pole und dem 10ten Grade des Abstandes von ihm. Nach dem Aequator hin nehmen die Grade der Breite wieder zu. Die kleinsten verhalten sich zu den größten ohngefähr wie 15:25, oder wie 3 : 5. Die Meridiangrade, oder die Theile auf ah, sind also merklich von ungleicher Größe auf diesem Netze. Zwischen dem 30ten und 60ten Grad der Breite ist aber der Unterschied beynahe gleichförmig. Dieß macht, daß denn innerhalb dieses Raumes die Distanzen so ziemlich nach einerley Maaßstabe gemessen werden können, wenn die Oerter übrigens nicht zu weit, in Ansehung ihrer geographischen Längen, von einander liegen.

XIV. Da auf diesem Netze die Grade der Parallelkreise überall ihr wahres Verhältniß zu den neben ihnen befindlichen Meridiangraden haben, auch die Meridiane überall die Parallelkreise, wie

auf

auf der Kugel, rechtwinklicht durchschneiden, so verschafft diese Entwerfungsart die größte mögliche Aehnlichkeit einzelner Länder, mit ihrem Originale auf der Kugel, oder auch, wenn man sich solcher Netze zur Verzeichnung der Sternbilder, oder zu Sternconiglobien bedienen wollte, die größte Aehnlichkeit der Sternbilder mit ihrer wahren Figur am Himmel. Diesen Vorzug haben andere bekannte Coniglobien, z. E. die Zimmermannischen, nicht. Der Ausschnitt oder Winkel, dem der Bogen YhX auf diesen in eine Ebene ausgebreiteten Zimmermannischen Sternkegeln entspricht, ist $= \frac{5}{6} \cdot 360^\circ = 300$ Graden, und die Meridiane, wie ah, sind blos in gleiche Theile abgetheilt. Dies macht, daß die Parallelgrade, welche man durch die Theilung jedes Bogens, wie XhY, in 360 gleiche Theile, erhält, gegen die der Meridiane nicht ihr wahres Verhältniß behalten können.

Z. E. 10 solcher Theile oder Grade des Aequators XhY, würden auf dem Zimmermannischen Netze, zu 10 Graden des Meridians ah, sich verhalten, wie der 36te Theil des Bogens XhY zum 9ten Theile des Meridians ah. Aber die Länge eines Bogens XhY (dessen Halbmesser = ah, und


... Mittelpunkte = 300°
... aus der Geometrie leicht erhel-
... $= \frac{5}{3} . ah . \pi$; daher
... $= \frac{5}{108} . ah . \pi$. Also verhalten

... Zimmermannischen Conigloben 10
... Aequators zu 10 des Meridians
... $\pi . ah : \frac{1}{9} . ah$, oder wie $\frac{5}{12} \pi : 1$,
(wegen $\pi = 3{,}1415$) beynahe wie 13 : 10,
10 Grade des Aequators würden betragen 13
...iangrade, und jene verhielten sich also nicht
... diese, weil sie unter dem Aequator einander
gleich seyn müßten, da die Erde hier für eine
Kugel angenommen wird.

Berechnet man hingegen auf dem Netze (XII.), wie sich 10 Grade des Aequators verhalten würden zu 10 des Meridians, letztere von 0° der Breite angerechnet (also für $z = 90°$), so findet sich erstlich, nach dem Täfelchen (XI.), der Werth von 10 Graden des Meridians (für $z = 90°$) $= 0{,}2042$. Weil nun ferner für $z = 90°$, nach dem erwähnten Täfelchen, der Werth von x, oder von dem Halbmesser ah des Aequators XhY

1,5707 ist, so hat man, weil des Ausschnitts Y Winkel = 270° ist (XI.), die Länge des

$$\text{ens } XhY = \frac{2x \cdot \pi \cdot 270}{360} = 2\pi x \cdot \frac{3}{4} =$$

$\pi x$. Hievon der 36te Theil, als der Werth

10 Graden des Aequators, in welchen sich der gen XhY, auf dem Coniglobio krümmen würde,

$$\frac{3\pi x}{2 \cdot 36} = \frac{\pi x}{24} = \frac{1{,}5707 \cdot 3{,}1415}{24} = 0{,}2062.$$

nun 10 Grade des Meridians, vom Aequator erechnet, vorhin = 0,2042 gefunden wurden, ist hiemit, mit einem unmerklichen Fehler, das rhältniß der Gleichheit zwischen den Meridian- Aequatorsgraden bewiesen. Es sind demnach ze nach der Entwerfungsart (XII.) viel geschick- zu Stern- und Erdkegeln, als die Zimmerman- chen und ähnliche. Denn Conigloben, wie (I.), en nicht so sehr die Aehnlichkeit im Ganzen elches an und für sich unmöglich ist), als viel- hr die möglichste Aehnlichkeit einzelner Theile, E. nicht allzugroßer Sternbilder, mit ihrer wah- Figur am Himmel, verschaffen.

XV. Man kann den Werth von m in der gemeinen Formel (VII.) auch nach andern Be-

dingungen und Absichten bestimmen. Gesetzt, es sollten die ersten 45 Grade des Meridians auf dem Netze, den folgenden 45 Graden bis zum Pole gleich seyn, so daß der 45ste Parallelkreis alle Meridiane des Netzes halbire, so hätte man, weil die Hälfte eines Meridian-Quadranten $= \frac{2r\pi}{8} = \frac{1}{4}r\pi$, den Werth von $x = \frac{1}{4}r\pi$ für $\varkappa = 45^\circ$. Demnach nach der Formel (VII.)

$$\frac{1}{4}r\pi = \frac{1}{2}r\pi\,(\text{tang } 22\tfrac{1}{2}^\circ)^m$$

oder

$$\frac{1}{2} = (\text{tang } 22\tfrac{1}{2}^\circ)^m$$

Mithin $m = \frac{\log 2}{\log \cot 22\frac{1}{2}^\circ} = \frac{0{,}30103}{0{,}38277} =$ 0,786. Also auch wieder beynahe $= \frac{3}{4}$, wie oben (X.), welches zeigt, daß für den obigen Werth von m, auch beynahe der mittlere Parallelkreis des Netzes (der, welcher nemlich zum 45ten Grad der Breite gehöret) die Meridiane, wie ah, halbiret, wie solches auf der Kugel selbst der Fall ist.

XVI. Das bisherige wird hinlänglich zeigen, wie man Netzen zu Coniglobien die vortheilhafteste Einrichtung geben könne. Begreiflich kann nun auch

[illegible] solchen Netze; was man [illegible] zeichnen kann, zu einer Landcharte [illegible] wie die Eintheilung [illegible] zu machen ist; daß einzelne, in [illegible] Länder, die größte Aehnlich[illegible] Originale auf der Kugel erhalten [illegible] (IX.)) für k und κ die [illegible] Breiten derjenigen Parallelen [illegible] Parallelen des zu verzeichnenden Stückes etwa in 3 gleiche Theile theilen. Sollte z. E. ein Land zwischen dem 20ten und 60ten Grad der Breite liegen, so würde man für k und κ am besten $33\frac{1}{2}°$ und $47°$ nehmen, und daraus m zu bestimmen. Den Halbmesser der Erde kann man nach Belieben annehmen, je nachdem man die Zeichnung zu dem Netze größer oder kleiner machen will. Z. E. für $r = 10$ Zoll, würde das Coniglobium zu einer Erd- oder Himmelskugel von diesem Halbmesser gehören.

## §. 57.

### Anmerkung.

Die bisher vorgetragenen Netze, wobei die Maxime angenommen wurde, daß einzelne Stücke derselben, entweder dem Inhalte, oder der Figur nach,

nach, mit ihrem Originale auf der Kugel übereinstimmen sollten, machen nur einen geringen Theil aller möglichen hieher gehörigen Entwerfungsarten aus, weil man in Ansehung der Meridiane oder Parallelen, immer andere und andere Bedingungen mit jener Maxime verbinden kann. So könnte man z. E. annehmen, daß die Meridiane Kreisbogen, oder andere krumme Linien seyn sollten, und man würde nunmehr bestimmen können, was die Parallelen des Netzes für krumme Linien bilden müßten, wenn sie die Meridiane unter rechten Winkeln durchschneiden, oder sonst gewisse Bedingungen erfüllen sollten. Diese Aufgabe in der größten Allgemeinheit dürfte aber wohl von keinem besondern Nutzen für die practische Mappirungskunde seyn, zumahl wenn sie auf krumme Linien führt, welche in der Ausübung schwer zu zeichnen sind. Indessen ist klar, daß insbesondere die Bedingung, daß die Meridiane und Parallelen auf einem Netze, sich rechtwinklicht, wie auf der Kugel, durchschneiden sollen, zu der Lehre von den trajectoriis in der höhern Geometrie gehöre, worüber man dasjenige nachlesen kann, was davon in den Schriften eines Bernoulli, Eulers und anderer Analysten vorkömmt. Z. E. in *Joh. Bernoulli opp.* die Aufsätze, welche man in dem Register unter dem

Titel

Titel des *Problem. Trajectoriarum etc.* nachschlagen kann. Anwendungen davon, insbesondere auf das Zeichnen der Landchartennetze, lehrt Herr Euler in der oben (§. 47. II.) angeführten Abhandlung, Lambert im III. Theile seiner Beyträge §. 65. u. f. Allein die Formeln sind so allgemein, daß, ausser den bisher angeführten einzeln Fällen, sich nichts brauchbares und bequemes für die Mappirungskunde daraus herleiten läßt, wie Hr. Euler a. a. O. (§. 60.) selbst erinnert, und das Ganze ist demnach mehr ein Gegenstand der Theorie, als der Anwendung. Dies wird mich entschuldigen, wenn ich diese Untersuchungen hier weglasse, und nur diejenigen einzelnen Fälle vorgetragen habe, welche keine zu weitläuftigen Rechnungen und Constructionen erfordern, und theils schon zu Landcharten gebraucht worden sind, theils noch mit Nutzen angewandt werden können. Jetzt will ich nur noch etwas von des Herrn von Segners oben (§. 5. VI.) erwähnten Verfahren, die Erdfläche zu entwerfen, beybringen, ehe ich zu den perspectivischen Projectionen fortgehe, die man so häufig zu Landcharten gebraucht hat.

§. 58.

## §. 58.

### Hrn. v. Segners Vorschlag zu einer be
### Art von Landcharten und Erdkörpern (
### Astr. Jahrb. 1781. S. 44.)

Dieser besteht darin, einzelne Zonen
fläche dergestalt zu entwerfen, daß, we
Zeichnungen nachher, wie das Netz eines
dii, schicklich in Cylinder- oder Kegelflä
krümmt werden, sie zusammen einen Kör
schliessen, der zwar keine Kugel ist, aber
Gestalt der Erde den Sinnen etwas besser
als einzelne Coniglobien oder Planisphären.

Hr. v. Segner wählt zu dieser Al
kalte, gemäßigte, und heise Zone. Aus m
Zonen einen solchen Körper zusammenzusetzer
zwar einen der Kugel ähnlichern Körper ge
wie ein Polygon von vielen Seiten dem
näher kommt, als eines von wenigern, a
Verzeichnung würde zu weitläuftig seyn, u
zu dem Gebrauche, den man von solchen K
die statt einer wirklichen Kugel dienen sollen,
im wesentlichen nicht viel mehr nützen.

I. Es sey demnach (Fig. XL. Tal
ACP ein Quadrant eines mit dem Halbme
der Erde beschriebenen Kreises, P der Erdp

[illegible] diejenigen Punkte, durch welche in eine [illegible] Halbkugeln, z. B. hier an den nördlichen [illegible] Polarkreis p, und einer der Wendekreise gehe, [illegible] aus der Geographie bekanntlich der Bogen [illegible] 23° 28' = Pe, und folglich be = [illegible]

[illegible]

II. Eine Tangente an A schneide in die Verlängerung des Halbmessers Cb in B ein. Ferner [illegible] aus B eine Tangente BE bis an den verlängerten Halbmesser Ce, und fälle endlich von E [illegible] Perpendikel auf den Halbmesser CP.

III. Gedenkt man sich nunmehr die ganze [illegible] um PC als um eine Axe herumgedreht, so beschreibt der Quadrant AbeP eine Halbkugel; AB die Seitenfläche eines Cylinders, der die Halbkugel in einem größten Kreise durch A berühren würde; BE die Seitenfläche eines abgekürzten Kegels, der seine Spitze bey F, wo BE in die Verlängerung von CP einschneidet, haben, und die Kugel in einem Kreise durch D berühren würde, und endlich PE eine Kreisfläche von dem Halbmesser PE. Eben so etwas um die andere Halbkugel gedacht, würde zusammen einen Körper geben, den man nunmehr, nach Hrn. v. Segners Vorschlage, statt der Kugel selbst gebrauchen könnte. Unter der heisen Zone würde man sich alsdann,

die

die von der Tangente an A beschriebene Cylinderfläche, unter den gemäßigten, die von den Tangenten, wie BE, beschriebenen Kegelflächen, und unter den kalten Zonen, die von den Halbmessern, wie PE, beschriebenen Kreisflächen vorstellen. Die Oberflächen dieser Theile in eine Ebene ausgebreitet, geben alsdann die Netze zu dem verlangten Körper, welche nunmehr nach den in der Geographie eingeführten Gründen verzeichnet und eingetheilt werden müssen.

IV. Man sieht sogleich, daß die von AB beschriebene Cylinderfläche, in eine Ebene ausgebreitet, zu einem Rechtecke werden muß, dessen Grundlinie dem Umfange des von dem Halbmesser AC der Erde beschriebenen Aequators, und die Höhe AB, der Tangente des Winkels ACB $=$ $23^{\circ}. 28'$ für den Halbmesser AC gleich seyn wird. Was hier von dem um die Halbkugel ADP ꝛc. beschriebenen Körper ABEP ꝛc. gesagt wird, gilt auch von dem um die andere Halbkugel beschriebenen.

Also ist (den Halbmesser der Erde $= 1$ gesetzt) die Grundlinie jenes Rechtecks $= 2 . \pi$ $= 2 . 3{,}1415 \ldots = 6{,}2831$; und die Höhe AB $=$ tang $23^{\circ}. 28' = 0{,}4341$.

V. Man

V. Man ziehe demnach (Fig. XLI.) eine erade Linie ff, und auf sie ein Perpendikel ik, nd trage nach einem in 1000, oder, wenn es die Grösse desselben verstattet, in 10000 Theile einetheilten Erdhalbmesser AC, von a nach k und i, en halben Umfang des Aequators, also 3,1415 Halbmesser der Erde, und errichte in k und i Perendikel mg, nh, auf denen man im = kn = g = kh = tang 23°. 28′ = 0,4341 (alles n Theilen des zur Einheit angenommenen Halbnessers AC) nehme, so ist mngh das Rechteck (IV.), welches auf dem Segnerischen Erdkörper lie heisse Zone bildet.

VI. Um die von der Tangente BE beschriebene abgekürzte Kegelfläche in eine Ebene ausbreiten zu können, so muß man sich bey F die Spitze des ganzen Kegels gedenken, da denn BF die Seitenlinie desselben, und das Perpendikel BN = AC = 1 den Halbmesser der Grundfläche, so wie EP den Halbmesser des Kreises, den der Punkt E auf der Kegelfläche beschreiben würde, darstellt.

Nun ist, weil BD, BA zwey Tangenten von einem Punkte B ausserhalb des Kreises sind, BD = BA = tang 23°. 28′ = 0,4341, also auch der Winkel DCB = 23°. 28′; folglich DCF = 90° — 2. (23°. 28′) = 90° — 46°. 56′ =

43°. 4′ und DCE = BCE — BCD = 43°. 4′ — 23°. 28′ = 19°. 36′. Demnach

$$DF = \tan 43°.\ 4' = 0{,}9347$$
$$DE = \tan 19°.36' = 0{,}3560$$
$$BF = DF + DB = 1{,}3688$$
$$BE = BD + DE = 0{,}7901$$
$$EF = DF - DE = 0{,}5787$$
$$EP = CE \sin ECP = \sec ECD . \sin E($$
$$= \sec 19°.\ 36' . \sin 23°.\ 28',$$

sich durch Logarithmen, EP = 0,4227 fin
Auch ist CP = EC . cos ECP = sec ECD . cos E(
= 0,9737, also nicht völlig dem Halbme
CA gleich.

VII. Weil nun jede in eine Ebene ausgebr tete Kegelfläche einen Kreisausschnitt bildet, des Halbmesser der Seitenlinie des Kegels, und Bog dem Umfange der Grundfläche des Kegels gle ist, so ergiebt sich für den der Kegelfläche (V entsprechenden Kreisausschnitt der Halbmesser BF = 1,3688, und der Bogen = einem Kre umfange von dem Halbmesser BN oder AC, d. 2.π, daraus weiter der Winkel des Kreisausschni

$$= \frac{360°.BN}{BF} = \frac{360°}{1{,}3688} \text{ (wegen BN =}$$

= 263° beynahe.

VIII.

VIII. Um nunmehr das Netz zu dem von BF beschriebenen abgekürzten Kegel zu verzeichnen, nehme man (Fig. XLI.) bf = BF = 1,3688, und beschreibe damit aus f, als einem Mittelpunkte, einen Kreis, so wird derselbe von mn berührt. An den Mittelpunkt f trage man einen Winkel $\nu f b = \nu f \mu = \frac{1}{2} \cdot 263° = 131\frac{1}{2}°$, vermittelst des gemeinen Transporteurs, oder der im (§. 18. XL.) erwähnten Verfahren, so ist der Kreisausschnitt $\mu b \nu f \mu$ der ganzen von FB beschriebenen Kegelfläche gleich.

Um aber blos die abgekürzte von EB beschriebene Kegelfläche zu erhalten, so ziehe man aus f, mit einem Halbmesser fe = FE = 0,5787 einen zweyten Kreisbogen $\sigma e \tau$, so ist $\sigma \mu b \nu \tau e \sigma$ das verlangte Netz für die abgekürzte Kegelfläche, welche eine von den gemäßigten Zonen darstellt.

IX. Endlich beschreibe man, indem man $e\pi$ = EP = 0,4227 nimmt, aus $\pi$ noch einen ganzen Kreis, so ist dies eine von den kalten Zonen, und wenn man nun diese Zeichnung über und unterhalb ik macht, so erhält man das Netz, welches gehörig zusammengebogen, den Körper geben wird, der um die Kugel beschrieben worden, und statt dieser gebraucht werden kann. Am besten zeich-

zeichnet man dieses Netz auf dünne geleimte und mit Papier überzogene Pappe.

X. Nun ist nichts mehr übrig, als dasselbe durch gerade Linien und Kreisbögen, welche die Meridiane und Parallelkreise vorstellen sollen, gehörig einzutheilen.

Hr. v. Segner gedenkt sich daher durch die einzeln Grade des Quadranten AbeP (Fig. XL.), oder durch jede 5 oder 10 Grade, wie hier in der Figur, Halbmesser, bis an den geradlinigten Umfang ABDEP gezogen, und nimmt die Stellen, wo diese Halbmesser in den erwähnten Umfang einschneiden, für diejenigen an, durch welche die Parallelkreise mit dem Aequator, gezogen werden sollen.

XI. Man begreift, daß, da der Winkel ACB = 23°. 28′, also < 30° ist, auf AB, von A nach 1, und von A nach 2, für den Halbmesser AC = 1 nur die Tangenten von 10° und 20° getragen werden dürfen, um die Punkte 1 und 2 zu erhalten, durch welche die Parallelkreise für den 10ten und 20ten Grad der Breite gezogen werden müssen. Man nehme also auf dem Netze (Fig. XLI.) a1 = tang 10° = 0,1763 und a2 = tang 20° = 0,3639, so sind 1 und 2 die Punkte, durch welche, gerade Linien, parallel mit

mit ik, gezogen werden müssen, um auf dem Rechtecke mngh, als der heisen Zone, die Parallelen für den 10ten und 20ten Grad des Abstandes vom Aequator ik zu erhalten.

Nun nehme man ferner auf dem Netze, bd = BD = 0,4341, so entspricht der Punkt d dem Berührungspunkte D, als dem 46°. 56′ der Breite. Um demnach den Punkt 4 auf dem Netze zu erhalten, welcher dem 40ten Grad der Breite entspricht, so trage man aus d in 4 die Tangente von 6°. 56′ = 0,1216. Ferner trage man aus d in 3 die Tangente von (10° + 6°. 56′), oder von 16°. 56′ = 0,3044, so ist 3 der Punkt, durch welchen der Parallel für den 30ten Grad der Breite gezogen werden muß.

Ferner trage man aus d in 5 die Tangente von 3°. 4′ = 0,05357 (als der Ergänzung von 46°. 56′ zu 50°), so hat man den Punkt 5 auf dem Netze, welcher dem 50ten Grad der Breite entspricht. Da nun der Winkel DCE = 19°. 36′ (VI.), also der Punkt E dem 66°. 32′ der Breite entspricht, so fällt zwischen D und E auch noch derjenige, welcher dem 60ten Grad der Breite zugehört. Man trage also von d nach 6 auf dem Netze, die Tangente von 13°. 4′ (als der Ergänzung der Breite von 46°. 56′, welche dem Punkte

D

D entspricht, zu 60°) mache also $d\varsigma = 0{,}2321$, so ist 6 der Punkt, welcher zu 60° Breite gehört.

Endlich trage man aus $\pi$ in 8, und aus $\pi$ in 7 die Tangenten von 10° und 20°, aber vermindert in dem Verhältnisse AC : CP (weil die Linie EP keine Tangente an dem Punkte P selbst ist), d. h. in dem Verhältnisse 1 : 0,9737 (VI.), so ist $\pi 8 = \text{tang } 10° \,.\, 0{,}9737 = 0{,}1716$ und $\pi 7 = \text{tang } 20° \,.\, 0{,}9737 = 0{,}3543$, und die Punkte 8 und 7 werden diejenigen seyn, durch welche die Parallelkreise für den 80ten und 70ten Grad der Breite gezogen werden müssen.

Die Parallelkreise innerhalb dem Netze $\mu\sigma b\tau\nu$ der gemäßigten Zone, werden aus dem Mittelpunkte f, mit den Halbmessern f 3, f 4, f 5, f 6, beschrieben, die aber innerhalb der kalten Zone, aus dem Mittelpunkte $\pi$, mit den Halbmessern $\pi 7$, $\pi 8$.

XII. Um endlich die Meridiane zu zeichnen, so theile man den Aequator ik in 36 Theile, nemlich ai in 18, und ak in 18, so bedeutet jeder Theil 10 Grade. — Durch diese Grade werden innerhalb des Rechtecks mngh, Parallellinien mit fF gezogen, so sind dies Stücken der Meridiane innerhalb der heisen Zone. In der gemäßigten, wie $\mu\sigma b\tau\nu$, theile man den Bogen $\mu b\nu$ ebenfalls in

zu 36 gleiche Theile, und ziehe von diesen Punkten, nach dem Mittelpunkte f, gerade Linien innerhalb des Raumes μαβτν, so sind dies die Stücken der Meridiane innerhalb der gemäßigten Zone μοβτν. Endlich theile man auch den Umkreis der kalten Zone in 36 gleiche Theile, und ziehe aus dem Mittelpunkte π Halbmesser dahin, so ist das Netz zu dem ganzen Körper von 10° zu 10 Graden der Breite, und 10 zu 10 der Länge eingetheilt. Man kann alsdenn in jedes Viereck des Netzes die Länder nach der bereits bekannten Art eintragen. Soll der Körper eine Himmelskugel vorstellen, so werden die Sterne nach Maaßgabe ihrer Rectascension und Declination eingetragen, wo denn für einen Stern Rectascension und Declination das sind, was für einen Ort auf der Erde, Länge und Breite bedeuten.

XIII. Landcharten nach dieser Art gezeichnet, sind nach Hrn. v. Segners Behauptung, noch so ziemlich der Natur gemäß, oder vielmehr, sie stellen einzelne Theile der Erde beynahe in der wahren Gestalt und Größe dar, und lassen sich ohne groben Fehler nach einerley Maaßstabe mit einander vergleichen. Einzelne Stücken dieses Netzes geben Charten, welche dergestalt an einander geschoben werden können, daß die Gränzen der

in

in diesen Stücken enthaltenen Länder und Seen, mit einer hinlänglichen Richtigkeit erscheinen, und indem diese Gränzen aus einer Charte in die andere, und von dieser in jene zurücklaufen, so läßt sich die eigentliche Gestalt des Ganzen deutlich genug darstellen. Aus allen Charten dieser Art aber, die nemlich die ganze, aus trockenem Land und Wasser bestehende Oberfläche der Erde vorstellen, läßt sich alsdann ein Körper zusammensetzen, der von einer Kugel so wenig abweicht, daß, so lange es uns nur um die Gestalt, Größe und Verbindung der verschiedenen Theile dieser Oberfläche zu thun ist, derselbe gar wohl die Stelle einer völlig runden Kugel vertreten kann. Und da der Körper aus Theilen (III.) besteht, welche leicht so verfertigt werden können, daß sie sich von einander absondern, und wieder zusammensetzen lassen, so giebt dieses Gelegenheit, denselben ausser dem Gebrauche in einen Raum zu verwahren, der viel schicklicher und kleiner ist, als derjenige, welchen eine eigentliche Erdkugel von eben der Größe einnehmen würde. Wollte man aber diese Theile unbeweglich an einander befestigen, so könnte man, nach dem Vorschlage Hrn. Lamberts, diesen Körper auch gar wohl mit einer Axe, einem Horizonte und Mittagsringe versehen, und dadurch seinen Gebrauch gar

sehr

sehr erweitern. Herr Prof. Funk hat auf diese Art größere und kleinere Erdkörper besorgt, welche den Beyfall des Publikums erhalten haben, und um einen merklich geringern Preis, als Kugeln von eben der Größe, geliefert werden können. Man sehe oben (§. 5. VI.).

---

## Viertes Kapitel.

## Perspectivische Projectionen der Erdfläche.

---

### §. 59.

Man hat erst in den neuern Zeiten angefangen, einzusehen, daß die perspectivischen Zeichnungen der Erdfläche, wovon ich bereits oben (§. 5. VII. ꝛc.) im Allgemeinen geredet habe, nicht gerade diejenigen sind, welche vor allen andern den Vorzug verdienen, sondern daß es allerdings mehrere Entwerfungsarten giebt, welche der Absicht und der Bedingung einer guten Landcharte mehr, als die perspectivischen entsprechen. Ausserdem sind ja perspectivische Entwürfe im Grunde immer nur erdichtet oder eingebildet, und die Bedingung dabey, daß das Auge z. E. im Mittelpunkte

der

der Erde, oder im Nadir des entworfenen Stücks der Erdfläche sich befinde, wird in der Natur selbst nicht erfüllt, und kann also auch wohl nicht als die vorzüglichste Maxime bey Entwerfung der Landcharten angesehen werden. Ferner haben alle perspectivische Entwürfe das gemein, daß nur derjenige Theil der Erdfläche, welcher dem Auge gerade gegenüber liegt, mit erträglicher Genauigkeit auf demselben abgebildet wird, daß aber die seitwärts liegenden Theile immer mehr und mehr von ihrem Urbilde auf der Kugel abweichen, da es hingegen allerdings, wie wir oben gesehen haben, Entwerfungsarten giebt, auf denen jeder Theil, dem entsprechenden auf der Kugel, mit gleichem Grade der Genauigkeit entspricht, so daß also kein Theil, in Ansehung des andern, gleichsam etwas voraus hat, er mag in der Mitte der Charte, oder am Rande derselben angenommen werden. Ich rede hier blos von der Aehnlichkeit einzelner Theile, nicht blos von der im Ganzen, welche überhaupt bey keiner einzigen Entwerfungsart statt finden kann.

Die stereographische Projection, welche vor allen andern perspectivischen noch den Vorzug verdient, hat dennoch das Unbequeme, daß, wenn gleich einzelne Theile derselben, ihrem Originale

auf

der Kugel noch so ziemlich ähnlich bleiben, denn die Grade auf dem mittlern Meridiane einer ten Projection unter sich viel zu ungleich aus- n. — Welches denn zur Folge hat, daß für Distanzen der Oerter, welche nahe an den d einer solchen Charte zu liegen kommen, ein anderer Maaßstab, als für die in die Mitte nden, erfordert wird. Dann ist auf der stereo- phischen Projection nur allein der mittlere Me- n geradlinigt, und die übrigen krümmen sich mehr, je weiter sie sich von dem mittlern entfer- Daraus entsteht die Unbequemlichkeit, daß, wenn aus einem stereographisch entworfenen Netze, z.E. r Generalcharte, zu besonderm Gebrauche ein- e Stücke herauszeichnen will, welche nicht von m geradlinigten Meridiane durchschnitten wer- , dergleichen Stücke durchaus krummlinigte ridiane bekommen; dies erschwert denn ihren rauch, und giebt ihnen ein widriges Aussehen, hingegen eine Entwerfungsart, bey der alle ridiane geradlinigt sind, eine leichtere Heraus- nung einzelner Theile verstattet, und überhaupt Gebrauche bequemer ist. Ausserdem passen rten, worauf die Meridiane alle geradlinigt , besser an einander, und können, wenn die ridiangrade nach einerley Maaßstabe gezeichnet

wor-

worden sind, erforderlichen Falles mit ihren Gränzen so an einander gelegt werden, daß sie ein zusammenhängendes Ganze ausmachen, welches hingegen bey einzeln stereographisch entworfenen Stücken nicht so leicht angeht, zumahl wenn jedes Stück aus einem besondern Augenpunkte gezeichnet worden ist.

Aus diesen und mehreren Gründen verwarf die kaiserliche Akademie in Petersburg, zu einer Charte des russischen Reiches, die stereographische Projection, und wählte diejenige, welche ich oben unter dem Namen der de l'Islischen erklärt habe (*Comm. Acad. Petr.* 1777. *P. I. p.* 143). Auch Hr. Prof. Bode bediente sich bey den Planisphären, welche er zu seiner Anleitung zur allgemeinen Erdkugel gezeichnet hat, lieber der Lambertischen oben (§. 52. u. 53.) erklärten Entwerfungsart, als der stereographischen, die man bisher fast allein zu Planisphären gebraucht hatte. So werden denn überhaupt gegenwärtig sehr häufig andere Entwerfungsarten statt der perspectivischen gewählt. Da indessen bereits so viele Charten nach den Regeln der Perspectiv gezeichnet worden sind, und noch immer gezeichnet werden, so muß ich nunmehr auch diese Projectionsarten erläutern.

Ich werde die Vorschriften dazu nach einer Art, die mir die einfachste scheint, aufsuchen.

§. 60.

I. Was man unter dem perspectivischen Entwurfe eines Stücks der Erdfläche verstehe, ist schon (§. 5. VIII.) im Allgemeinen erklärt worden. Um aber nun hierbey von den ersten perspectivischen Grundsätzen auszugehen, so sey überhaupt AB (Fig. XLII.) ein Gegenstand, und O das Auge in einer gewissen Entfernung von AB. Man gedenke sich von jedem dem Auge zugekehrten Punkte dieses Gegenstandes, eine gerade Linie, oder einen Lichtstrahl, eine Gesichtslinie, nach dem Auge O gezogen, so bilden alle diese Linien eine Strahlenpyramide BOA, deren Spitze der Punkt O selbst seyn würde.

II. Nun ist es in Ansehung des Eindrucks, oder der Empfindung, die ein Lichtstrahl, z. E. BO, in dem Auge bewirkt, völlig einerley, ob dieser Lichtstrahl von dem Punkte B des Gegenstandes AB herkömmt, oder von einem Punkte, z. E. b, der in der geraden Linie BO irgendwo liegt. Stellt man sich daher die ganze Strahlenpyramide BOA mit einer ebenen Fläche MN durchschnitten vor, so wird sich auf MN eine Durchschnittsfigur

völlig einerley ist, ob es von b, a,
gehörigen Punkten B, A, die erwä
strahlen bekommt. Das gilt denn von
gen Punkten der Durchschnittsfigur
kann sich vorstellen, als wenn jeder
AO, das Bild des zugehörigen Punkt
sam mit sich führte, und bey a, auf
MN zurückließe, und daß nun MN
sichtige Tafel wäre, auf der man die
a, b, aller von dem Gegenstande A
Auge zufahrenden Lichtstrahlen verzeich
Figur ab auf der Tafel, würde sich
Auge O, das hier für einen Punkt
wird, eben so darstellen, wie der Geg
selbst, wenn man ihn aus O, durch
betrachtete. Dies ist der Grund, w

nichts weiter, als jene Durchschnittsfigur auf der Tafel MN so zeichnen, daß, wenn auch der Gegenstand AB weggenommen würde, dennoch das Auge O das Bild ab desselben auf der Tafel eben so empfände, als den Gegenstand selbst.

Es brauchte hiebey MN gar nicht einmahl eine ebene Fläche zu seyn, und dennoch würde alles, was bisher gesagt worden, auch von dieser gelten. Man würde also auch auf einer krummen Fläche MN, einen Gegenstand AB perspectivisch verzeichnen können. Aber wir werden in der Folge für die perspectivische Tafel MN, blos eine ebene Fläche nehmen.

III. Hieraus lassen sich nun leicht einige Folgerungen ziehen.

Wäre der Gegenstand AB erstlich eine gerade Linie, so müssen alle Lichtstrahlen, die von ihm nach dem Auge O gezogen werden, in einer einzigen Ebene BOA liegen, deren Durchschnitt da mit der Tafel MN, auch eine gerade Linie seyn wird, deren Länge und Lage, von der Lage der Ebene MN, gegen AB und das Auge O abhängen muß. D. h. jede gerade Linie AB, wird sich auf einer Ebene, wie MN, auch als eine gerade Linie ab, perspectivisch abbilden müssen.

IV. Weil

IV. Weil auf der Oberfläche der Erdkugel, zur Bestimmung der Lage der Oerter, Kreise gewählt werden, so müssen wir uns vorzüglich mit den perspectivischen Entwürfen der Kreislinie beschäftigen, um die Projection eines Netzes auf der Kugel, das aus Meridianen und Parallelen bestände, zeichnen zu können. Hier wird nun folglich erhellen, daß, wenn der Gegenstand AB ein Kreis ist, also die Strahlenpyramide OBA, sich in einen Strahlenkegel verwandelt, ihr Durchschnitt mit der Ebene MN, also der perspectivische Entwurf eines Kreises auf einer Ebene, nothwendig ein Kegelschnitt, also entweder ein Kreis, eine Ellipse, eine Parabel, oder Hyperbel seyn müsse. Unter welchen Umständen eine von diesen krummen Linien zum Vorschein kommt, entscheidet die höhere Geometrie. Aus der gemeinen Geometrie erhellet, daß die Projection eines Kreises, auch ein Kreis seyn müsse, so bald als die, den Kegel BOA durchschneidende Tafel MN, der Grundfläche BA des Strahlenkegels, also der Ebene des zu entwerfenden Kreises AB gleichlaufend ist, es mag der Kegel BOA gleichseitig oder ungleichseitig seyn.

V. Ist sie aber der Grundfläche nicht parallel, sondern durchschneidet sie in einer beliebigen geraden Linie, so kömmt es auf die Lage dieser Linie, und

) auf die Neigung der schneidenden Ebene gegen Grundfläche BA an, ob der Schnitt eine Para- , Ellipse, oder Hyperbel werden soll. Um das hergehörige zu erläutern, muß ich aber erst noch genndes vorausschicken.

VI. Wenn ein Kegel vorgegeben ist, z. E. )A (Fig. XLIII.), so muß man sich immer h den entgegengesetzten desselben vorstellen, h. denjenigen, der entstehen würde, wenn man e Seitenlinien BO, DO, AO ꝛc., auch auf- rts über O hinaus, ohne Ende verlängerte. an muß sich nemlich erinnern, daß eine Kegel- he beschrieben wird, indem eine gerade Linie, : βOB, sich um einen festen Punkt O dergestalt het, daß sie dabey beständig um den Umfang es Kreises BDA, der des Kegels Grundfläche ssen soll, herumgeführt wird; da wird denn über O hinausgehende Theil Oβ der geraden ie, den obern Kegel αOβ, so wie ihr anderer eil OB, den untern BOA beschreiben.

Wird nun eine solche Kegelfläche mit einer ene kEi durchschnitten, so kann dieser Schnitt weder nur einen der beyden entgegengesetzten gel αOβ, AOB, treffen, oder beyde zugleich· nachdem das eine oder andere geschicht, kommen verschiedenen Kegelschnitte zum Vorschein,

die unter dem Nahmen des Kreises, d
llipse, Parabel und Hyperbel bekann

Um aber die Umstände zu bestimmen,
welchen die schneidende Ebene kEi nur eine
beyde Kegel trifft, so sey (Fig. XLIII. X
XLV.) ki die Durchschnittslinie jener Eben
des Kegels Grundfläche BDA, und CF ei
pendikel auf ki, aus dem Mittelpunkte des
BDA. Durch O, C, F, gedenke man si
Ebene, welche die Ebene des Schnitts kE
der geraden Linie FE, die Seitenfläche des
in den geraden Linien BO, AO, und die
fläche BDA in dem Durchmesser BA schnei
werde ich diese Ebene BOA, die Ebene d
heißen, weil in ihr die Axe OC des Kegels
Daß überhaupt auch jede andere Ebene du
Axe OC, die Kegelfläche in geraden Linien
den müsse, ist aus der Elementargeometrie hi
lich bekannt.

VII. Hier sieht man nun sogleich, daß,
die erwähnte Linie FE parallel ist mit eine
den beyden Seitenlinien BO, oder AO de
gels, z. E. (Fig. XLIV.) mit BO, die
iEk des Kegelschnitts unmöglich in den
Kegel $\alpha O \beta$ treffen kann, sondern blos in der
Kegelfläche bleiben, und sie in einer kru

Linie $\mu E \nu$ schneiden wird, welche mit zweyen immer weiter auseinander gehenden Schenkeln $E\mu$, $E\nu$ fortlaufen muß, weil der Schnitt nie in die verlängerte Seitenlinie OB eintreffen kann, wenn man sich auch die Kegelfläche BOA über die Grundfläche hinaus, ohne Ende verlängert gedenket. Diese krumme Linie heißt die Parabel, und sie setzt also voraus, daß der Winkel CFE gleich sey dem Winkel CBO. Wenn EF mit OA parallel wäre, also der Winkel CFE = der Ergänzung des Winkels CAO zu 180°, so würde die Durchschnittsfigur $\mu E \nu$ ebenfalls von der erwähnten Eigenschaft seyn, daß sie nemlich mit zwey unendlichen Schenkeln fortliefe.

VIII. Ist (Fig. XLV.) der Winkel BFE < CBO (oder auch > als des Winkels CAO Ergänzung zu 180°), so muß die Linie FE in beyde Seitenlinien OB, OA des untern Kegels, bey e und E einschneiden, und die Ebene kEie des Schnitts wird jede Seitenlinie des untern Kegels treffen müssen; es wird zur Durchschnittsfigur eine in sich selbst zurücklaufende, nach allen Seiten zu begränzte krumme Linie ekEi zum Vorschein kommen, die man eine Ellipse nennt, und die nur in einigen Fällen sich in einen Kreis verwandeln kann. Sie unterschei-

det sich also von der Parabel darinn, daß sie keine unendlichen Schenkel hat, sondern sich vollkommen nach allen Seiten schließt. Sie ist länglicht oder eyrund, und zieht sich desto mehr in die Länge, je weniger die Lage der Linie FE von dem Parallelismus mit BO, oder AO abweicht. Dagegen verwandelt sie sich in einen Kreis bqam, wenn sie mit des Kegels Grundfläche BDAB parallel ist, und ausserdem noch in einem andern, hernach zu erörternden Falle.

IX. Ist endlich (Fig. XLIII.) der Winkel CFE $>$ CBO, so wird die Linie FE, und also die durchschneidende Ebene über ki, auch in die obere Kegelfläche treffen, und mit derselben eine Durchschnittsfigur bilden, welche nicht nur in dem untern Theile BOA mit zweyen unendlichen Schenkeln $E\mu$, $E\nu$, sondern auch in dem obern $\alpha O \beta$ mit zwey dergleichen em, en, versehen ist, und eine *Hyperbel* genannt wird. Sie unterscheidet sich von der Parabel darin, daß letztere nur aus *einem* Paare solcher unendlichen Schenkel bestehet. Uebrigens erhält man auch eine Hyperbel, wenn der Winkel CFE $<$ als die Ergänzung des CAO zu 180° ist.

X. Die Durchschnittsfigur einer ebenen Fläche ikE, mit der krummen Seitenfläche eines Kegels,

be,

bestimmt sich demnach blos aus dem Verhalten des Winkels CFE (welchen die gemeinschaftliche Durchschnittslinie FE der Ebenen Eki und CFO, mit dem Perpendikel CF (VI.) macht), gegen diejenigen Winkel, welche die Seitenlinien BO, AO, mit dem Durchmesser ACFB der Grundfläche machen. Dieser Winkel CFE kann aus der Figur des Kegels, je nachdem nemlich derselbe gerade oder schief ist, also aus dem Neigungswinkel seiner Axe OC gegen die Grundfläche BA, und den übrigen Abmessungen des Kegels, dann aus der Lage der Durchschnittslinie ki, und dem Neigungswinkel der durchschneidenden Ebene Eki gegen die Grundfläche BDA, berechnet werden, und eben daraus lassen sich auch die Winkel ABO, BAO finden. Die Vergleichung derselben mit dem CFE lehrt alsdann, ob die Schnittfigur kEi ein Kreis, eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel ist.

XI. Man fälle (Fig. XLV.) von der Spitze O des Kegels, dessen Axe OC ist, ein Perpendikel OS auf die Grundfläche BDA herab, und ziehe aus dem Mittelpunkte C nach S die gerade Linie CS, so ist der Winkel OCS die Neigung der Axe des Kegels gegen die Grundfläche desselben. Man nenne OCS $= \beta$, und die Länge der Axe OC $=$ c. Der Winkel, den die Linie CS mit ki

macht,

macht, also CwF, in dem rechtwinklichten Dreyecke CFw, heiße $\varkappa$; durch diesen Winkel wird die Lage der Durchschnittslinie ki, gegen die bestimmte Richtung CS angegeben. Ferner sey der Halbmesser AC = CB = r, und der Neigungswinkel der Durchschnittsebene kEi gegen die Grundfläche BDA = $\psi$, so ist der Schnitt kEi eine Ellipse, Parabel, oder Hyperbel, je nachdem der Ausdruck $c.(\sin\beta \cot\psi + \cos\beta \sin\varkappa)$ größer, gleich, oder kleiner ist, als der Halbmesser r. Auf den Abstand CF der Durchschnittslinie ki vom Mittelpunkte der Grundfläche C, kommt es hierbey nicht an.

Beweis. 1. Man gedenke sich den körperlichen Winkel bey C, welchen die drey ebenen Winkel FCS = $90° - \varkappa$, FCO, und OCS = $\beta$, von denen der letztern Ebebne auf der des erstern FCS senkrecht steht, bilden, und (Fig XLVI.) das diesem körperlichen Winkel C zugehörige sphärische Dreyeck osf, wenn man aus C, mit einerley Halbmesser, die Kreisbogen os, sf, of innerhalb den Schenkeln jener ebenen Winkel OCS, SCF, OCF beschriebe. Dieses sphärische Dreyeck muß bey s rechtwinklicht, also osf = 90° seyn. Dann ist der Bogen sf das Maas des Winkels FCS, also = $90° - \varkappa$, und eben so

os

os $= \beta$. Daraus ergiebt sich, nach der sphärischen Trigonometrie, für die Seite of, oder den Winkel OCF, den ich $\vartheta$ nennen will, der Ausdruck

$$\cos\vartheta = \cos\beta \sin\varkappa$$

und für den Winkel ofs $= \omega$, als den Neigungswinkel der Ebenen OCF, SCF

$$\cot\omega = \cot\beta \cos\varkappa \text{ (Trig. S. LIII.)}$$

2. Hieraus findet sich weiter in dem geradlinigten Dreyecke OCB (Fig. XLV.), worin OC $= c$; BC $= r$, und der eingeschlossene Winkel OCF $= \vartheta$ (1.)

$$\tan OBC = \frac{c \sin\vartheta}{r - c\cos\vartheta} \text{ (Trig. S. XXI.)}$$

3. Nun stelle man sich ferner die körperliche Ecke bey F vor, welche durch die drey ebenen Winkel kFE; kFC $= 90°$ und EFC gebildet wird, oder das zugehörige sphärische Dreyeck ekc (Fig. XLVII.). In diesem ist der Bogen kc $= 90°$, als Maaß des rechten Winkels kFC; ferner der Neigungswinkel ekc der Durchschnittsebene EFk, oder Eik gegen des Kegels Grundfläche BDA, welchen Winkel wir mit $\psi$ bezeichnen wollen, und endlich der sphärische Winkel kce $=$ dem Neigungswinkel der Ebene EFC (Fig. XLV.), oder OCF gegen die Grundfläche

FCS

FCS des Kegels, d. h. kce = $\omega$ (1.). Daraus wird für den Bogen ec (Fig. XLVII.), oder den zugehörigen Winkel EFC

$$\text{tang EFC} = \frac{\text{tang}\,\psi}{\sin\omega} \text{ (Trig. S. LIV.)}$$

4. Nun ist aber ferner in dem sphärischen Dreyecke ofs (Fig. XLVI.) sin os : sin ofs = sin of : sin osf, oder sin $\beta$ : sin $\omega$ = sin $\vartheta$ : sin tot (= 1), d. h. $\sin\omega = \frac{\sin\beta}{\sin\vartheta}$; folglich (3.) für den Winkel EFC = $\zeta$, tang $\zeta$

$$= \frac{\text{tang}\,\psi \sin\vartheta}{\sin\beta}$$

5. Endlich findet sich auch in dem sphärischen Dreyecke ekc (Fig. XLVII.) für den Winkel kFE, dessen Maaß der Bogen ke = $\delta$ sey,

$$\text{tang}\,\delta = \frac{\text{tang}\,\omega}{\sin\psi} = \frac{1}{\cot\omega\sin\psi}$$

oder (1.) $\text{tang}\,\delta = \frac{\text{tang}\,\beta}{\cos\varkappa\sin\psi}$.

6. Nun kommt der Umstand, ob die Figur des Kegelschnitts kEi (Fig. XLV.) eine Parabel, Ellipse, oder Hyperbel sey, darauf an, ob der Winkel EFC, oder $\zeta$ = $\lessdot$ oder $\gtrdot$ als OBC ist (X.), d. h. ob der Ausdruck

tang

$\frac{\text{ng}\,\psi\,\sin\vartheta}{\sin\beta} = <$ oder $>$ als $\frac{c\sin\vartheta}{r - c\cos\vartheta}$ ist.

h. ob $r - c.\cos\vartheta = <$ oder $>$ $c\sin\beta\cot\psi$

r $r = < > c\,(\cos\vartheta + \sin\beta\,\cot\psi)$

r endlich statt $\cos\vartheta$ den Werth (1.) gesetzt

r $= < > c\,(\cos\beta\,\sin\varkappa + \sin\beta\,\cot\psi)$

welches zu beweisen war.

XII. Der Ausdruck

$$\tan\psi = < \text{ oder } > \frac{c\sin\beta}{r - c\sin\varkappa\,\cos\beta}$$

zt, wie man in jedem Falle den Neigungswinkel durchschneidenden Ebene kEi zu nehmen habe, mit der Schnitt eine Parabel, Ellipse, oder perbel sey.

§. 61.

I. Man nehme nunmehr in dem Umfange des gelschnitts kEie (Fig. XLV.) einen beliebigen nkt q an, und gedenke sich durch denselben eine : des Kegels Grundfläche gleichlaufende Ebene, schneidet solche den Kegel in einem Kreise bmaq, b die Ebene des Kegelschnitts kEie in der ge- en Linie mq, welche nothwendig mit ki paral- seyn muß, weil zwo parallele Ebenen BiAk, naq, von einer dritten kEie in parallelen Linien schnitten werden.

In

In diesem Kreise ist bpa ein Durchmesser in der Ebene BOA, so wie BA einer dergleichen in der Grundfläche BDA ist. Weil nun mp parallel mit kF, und pa parallel mit FA, so ist der Winkel apm = AFk (Kästn. Geom. 46. S. 2 Zus.) = 90° (§. 60. VI.). D. h. der Durchmesser ba schneidet die Sehne mp rechtwinklicht, und mp ist = ½ mq = pq. Da nun aber mq auch zugleich eine Sehne in dem Kegelschnitte kEie ist, und also die gerade Linie Ee auch die Sehne mq halbirt, so erhellet, daß Ee alle mit ki parallelen Sehnen des Kegelschnitts halbiret, weil, was von der Sehne mq erwiesen worden ist, wegen der willkührlichen Annahme des Punktes q (I.), auf eine ähnliche Art, auch von allen übrigen mit ki parallelen Sehnen gelten muß.

II. Eine solche gerade Linie, wie Ee, welche in einem Kegelschnitte eine Reihe von parallelen Sehnen halbiret, heißt ein Durchmesser des Kegelschnitts. Also ist Ee ein solcher Durchmesser für Sehnen, welche mit ki parallel laufen.

III. Nach den Eigenschaften des Kreises ist in dem Kreise bmaq, die Sehne pm die mittlere geometrische Proportionallinie zwischen den beyden Stücken bp, pa, des Durchmessers ba; also ap : pm = pm : pb, oder $pm^2 = ap . bp$.

IV. Man

IV. Man ziehe weiter in der Ebene BOA, g und Eh parallel mit BA, so hat man erstlich egen der Aehnlichkeit der Dreyecke bpe und hEe, nd dann der Dreyecke Epa, Eeg

$$pb : pe = Eh : Ee$$
$$ap : Ep = ge : Ee$$

also $ap . pb : Ep . pe = Eh . ge : Ee^2$

. h. (III.) $pm^2 : Ep . pe = Eh . ge : Ee^2$

Weil nun Eh, Ee, eg für den Kegelschnitt nerley bleiben, wo man auch den Punkt m an- hmen will, so ist klar, daß ein jeder Kegelschnitt, le Eike, die Eigenschaft hat, daß, wenn man der Ebene desselben, durch einen beliebigen unkt m seines Umfangs, eine gerade Linie mp rallel mit ki, nemlich mit der Durchschnittslinie yder Ebenen kEie, und BDA zieht, das Qua- at der halben Sehne pm, zu dem Produkt der yden Stücken des Durchmessers ep, Ep, in nem beständigen Verhältnisse des Produkts der inien Eh und eg zum Quadrate des Durchmessers e stehe. Diese Linien Eh, eg, Ee bleiben nstant, so lange als die Ebene kEie des Schnitts egen die Grundfläche BDA ungeändert ihre Lage ehält.

V. Da der Punkt m veränderlich ist, also, o man will, in dem Umfange des Schnitts ange-

nom-

nommen werden kann, so sey die ihm zugehörige Abscisse Ep = x, und Ordinate pm = y. Den Durchmesser Ee selbst heiße man a, und die beyden Linien Eh und eg seyen mit m und n bezeichnet, so ist nach (IV.) die Gleichung für den Kegelschnitt, wenn man der Kürze halber den Quotienten $\frac{m \cdot n}{a \cdot a} = b$ heißt, folgende

$$y^2 = b\,(a - x)\,x = abx - bx^2.$$

D. h. wenn b und a gegeben sind, so kann man für jedes x das zugehörige y berechnen, und solchergestalt so viel Punkte der krummen Linie kEie, als man will, durch ihre Abscissen und Ordinaten bestimmen.

VI. Die Art, nach der ich hier die Gleichung für einen Kegelschnitt gefunden habe, ist so einfach und allgemein, sowohl auf gerade, als schiefe Kegel anzuwenden, daß man alle die Weitläuftigkeit entbehren kann, welche man sonst bey Schriftstellern, zumahl über die Schnitte des schiefen Kegels, findet.

VII. In dieser allgemeinen Gleichung für den Kegelschnitt, sind die Größen b und a, von denen c, $\beta$, r, $\psi$, $\varkappa$, und dem Perpendikel CF = f, d. h. von den Abmessungen des Kegels, und der Lage der Schnittebene kEie gegen die

Grund-

...ndfläche des Kegels abhängig. Sieht man ...r Dinge als gegeben an, so mag man daraus ...ich die Winkel OBC $= \nu$, OAC $= \mu$ nach ...60. XI. 4.) berechnen.

Weil nun in der Gleichung (V.), für x = ..., sich y in Fk verwandelt, so hat man für ...en Fall auch

$$Fk^2 = b\,(a - EF)\,EF$$

...r auch $Fk^2 = b \,.\, Fe \,.\, EF$. Also b = $\frac{Fk^2}{Fe \,.\, EF}$

VIII. Hier ist nun sogleich erstlich $Fk^2 = \ldots - f^2$, in dem rechtwinkl. Dreyecke CFk.

Ferner in dem Dreyecke eBF,

$\sin BeF : BF = \sin eBF : Fe$ oder

...gen $BeF = OBA - BFe = OBC - EFC$ ... $\nu - \zeta$ (§. 60. XI. 4.), und $BF = r - f$, ... auch $eBF = 180° - \nu$

$$\sin(\nu - \zeta) : r - f = \sin \nu : Fe$$

IX. Eben so ist in dem Dreyecke FEA (wo... der Winkel $FEA = 180° - (EFC + OAF)$ ... $180° - (\zeta + \mu)$; $FA = r + f$; $EAF = \mu$)

$$\sin FEA : FA = \sin EAF : FE$$

...r $\sin(\mu + \zeta) : r + f = \sin \mu : FE.$

X. Dem...

X. Demnach (VIII.) (IX.)

$$Fe = \frac{(r-f)\sin\nu}{\sin(\nu-\zeta)};\ FE = \frac{(r+f)\sin\mu}{\sin(\mu+\zeta)}$$

und folglich wegen $(r+f)(r-f) = r^2 - f^2$

$$Fe.EF = \frac{(r^2-f^2)\sin\nu\sin\mu}{\sin(\nu-\zeta)\sin(\mu+\zeta)}$$

mithin wegen $Fk^2 = r^2 - f^2$ (VIII.) der Werth

$$\text{von } b = \frac{Fk^2}{Fe.EF} = \frac{\sin(\nu-\zeta)\sin(\mu+\zeta)}{\sin\nu\sin\mu}$$

und $a = FE + Fe$

$$= \frac{(r+f)\sin\mu}{\sin(\mu+\zeta)} + \frac{(r-f)\sin\nu}{\sin(\nu-\zeta)}$$

XI. Auch ist das Product a . b, welches ich c heißen will,

$$= \frac{(r+f)\sin(\nu-\zeta)}{\sin\nu} + \frac{(r-f)\sin(\mu+\zeta)}{\sin\mu}.$$

Aus diesen Formeln kann man alle Anwendungen auf die besondern Fälle des Schnitts kEie herleiten, die aber hier nicht umständlich zu meiner Absicht gehören. Für den Winkel Epm = EFk = δ (§. 60. XI. 5.), welchen die Ordinaten mp, mit dem Durchmesser Ee machen, ist a. a. O. die Formel gefunden worden.

XII. Ich will hier nur einiges aus der allgemeinen Formel

$y^2 =$

$$y^2 = a \quad b \quad x - bx^2$$
$$= \quad cx - bx^2 \text{ (XI.)}$$

herleiten.

Wenn z. E. der Schnitt eine Parabel geben soll, so muß der Winkel EFC = OBC, d. h. $\zeta = \nu$ seyn (§. 60. VII.). In diesem Falle wird wegen $\nu - \zeta = 0$, auch $b = 0$ (X.); a aber unendlich, das Product a . b, oder c aber, wieder endlich (XI.), nemlich $= \frac{(r - f) \sin(\mu + \zeta)}{\sin \mu}$.

Demnach ist die Gleichung für die Parabel $y^2 = c . x$. D. h. wenn bey der Parabel die Abcissen auf einer Axe, wie EF, und der Anfangspunkt der Abscissen in dem einen Endpunkte der Axe, z. E. in E, genommen werden, so enthält die Gleichung für diese krumme Linie alsdann kein Quadrat der Abscisse x, sondern blos das x in der erstern Potenz: Die Gleichungen für die Ellipse und Hyperbel, werden aber unter denselben Umständen auch das $x^2$ enthalten. Uebrigens sind diese Kegelschnitte krumme Linien von der zweyten Ordnung, weil ihre Gleichungen von dem zweyten Grade sind.

§. 62.

I. Unter welchen Umständen der Kegelschnitt Ekie ein Kreis werde, entscheidet sich so:

Weil

Weil die Linie Ee in dem Schnitte, allemahl die mit ki parallelen Sehnen mq halbirt, keine Linie in einem Kreise aber eine Reihe von parallelen Sehnen halbiren kann, als ein Durchmesser, so ist Ee ein solcher Durchmesser, und zwar muß der Winkel Epm $= \delta$, in diesem Falle ein rechter seyn, weil kein Durchmesser eines Kreises seine Sehnen unter schiefen Winkeln halbiren kann. Soll also die Figur des Schnitts kEie ein Kreis seyn, so ist die erste Bedingung, daß $\delta = 90°$ sey.

II. Dann muß zweytens, wenn Ekie ein Kreis seyn soll, $Ep : pm = pm : pe$, oder $x : y = y : a - x$ seyn, d. h. $y^2 = ax - x^2$. Also muß in der allgemeinen Gleichung (§. 61. V.) für den Kegelschnitt, $b = 1$; d. h.

$$\frac{\sin(\nu - \varsigma) \sin(\mu + \varsigma)}{\sin \nu \sin \mu} = 1 \text{ seyn.}$$

III. Die erste Bedingung $\delta = 90°$ zu erfüllen, so muß, wegen $\tang \delta = \frac{\tang \beta}{\sin \psi \cos \varkappa}$ (§. 60. XI. 5.), $\tang \delta$ unendlich, d. h. $\sin \psi \cos \varkappa = 0$ werden. Also muß entweder $\psi = 0$, oder $\varkappa = 90°$ seyn. Für $\psi = 0$ ist die Ebene des Schnitts kEie der Grundfläche parallel. Daß in diesem Falle der Schnitt ein

Kreis

Kreis seyn, der Kegel mag gerade, oder schief, d. h. der Neigungswinkel $\beta$ der Axe OC des Kegels, welcher man will, seyn, lehrt schon die gemeine Geometrie. Also ist nur noch der 2te Fall für $\varkappa = 90^\circ$ zu untersuchen.

Dann ist, weil $\varkappa$ den Winkel CwF bezeichnet, CwF $= 90^\circ$, d. h. die Durchschnittslinie ki der Ebenen kEie und BDA ist senkrecht auf CS, der Durchschnittslinie der Ebenen OCS und BDA. Da nun aber allemahl die Ebene BDA auf der OCS selbst senkrecht steht, so muß auch ik, welche in der Ebene BDA auf CS senkrecht steht, auf der Ebene OCS, d. h. auf der Ebene des Neigungswinkels der Axe OC des Kegels gegen seine Grundfläche senkrecht seyn. Also kann der Schnitt unter keinen andern Umständen ein Kreis seyn, als wenn ki, und folglich auch die Ebene kEie, senkrecht ist auf der Ebene des Neigungswinkels der Axe des Kegels gegen die Grundfläche desselben.

IV. Für $\varkappa = 90^\circ$ ist nun ferner, in (§. 60. XI. 1.), $\vartheta = \beta$; d. h. OCF $=$ OCS; d. h. CF und CS, folglich auch w und F fallen zusammen. Dann ferner, in (§. 60. XI. 4.), $\sin\omega = \frac{\sin\beta}{\sin\vartheta} = 1$ (wegen $\vartheta = \beta$) demnach $\omega = 90^\circ$ und (ebendas.) $\zeta = \psi$.

der kleinsten Seitenlinie OB, und de
OA, schneiden wird. Der Winkel
verwandelt sich alsdann in den Neigu
der Ebene des Schnitts gegen die Gru
Kegels, und die Winkel $\nu$, $\mu$ sind jetz
welche die kleinste und größte Seitenlini
mit der Grundfläche BDA machen. S
Schnitt ein Kreis seyn, so muß das
zwischen den drey Winkeln $\nu$, $\mu$, $\zeta$,
$\psi$, (IV.) folgendes seyn (II.)

$$\frac{\sin(\nu-\psi)\sin(\mu+\psi)}{\sin\nu\sin\mu} =$$

VI. In dieser Gleichung ist si
$=\sin(OBF-EFC)=\sin(OB$
$=\sin BeF$ in dem Dreyecke BFe, u
$\sin OBF = \sin eBF$. Denn in de

$\sin BeF : \sin eBF = \sin EAF : \sin FEA$, d. h.

$$BF : Fe = FE : FA.$$

Da nun in beyden Dreyecken überdem der Winkel $BFe = EFA$, so müssen sie einander ähnlich seyn, demnach der Winkel $BeF = FAE$, d. h. $\nu - \psi = \mu$, oder $\nu = \mu + \psi$.

VII. Soll demnach der Schnitt Ekie ein Kreis seyn, so muß, ausser der Bedingung (III.), zugleich der Winkel BeF, welchen der Durchmesser Ee, oder die gemeinschaftliche Durchschnittslinie der auf einander senkrecht stehenden Ebenen Ekei und BOASB, mit der Seitenlinie OB des Kegels macht, so groß seyn, als der Winkel FAE, welchen die andere Seitenlinie OA mit der Grundfläche des Kegels macht.

Man hat einen Schnitt dieser Art eine *Sectionem subcontrariam*, oder einen Wechselschnitt des Kegels genannt. Also nur dieser Schnitt, und derjenige, welcher der Grundfläche des Kegels gleichlaufend ist, geben Kreise. Doch ist klar, daß Schnitte, die mit dem Wechselschnitt Ekie gleichlaufend sind, ebenfalls Wechselschnitte, und folglich Kreise seyn müssen, so wie jeder mit BDA parallele Kreis in dem Kegel, für die Grundfläche desselben angenommen werden kann.

§. 63.

Zus. I. Wenn (Fig. XLVIII.) OC eines schiefen Kegels gleich ist dem Ha BC der Grundfläche, so ist jeder Schnitt her auf der Axe OC senkrecht geschiehet Sectio subcontraria, mithin ein Kreis. wenn CO = CB = CA, so kann man si B, O, A, einen Halbkreis gedenken. denn der Winkel BOA im Halbkreise = mithin auch OBA + OAB = 90°, d. h. = 90° — OAB. Ist nun die Ebene kl OC senkrecht, und schneidet OC in L, man auch FLC = 90° und OEF = 90° — = 90° — OAB (weil CA = CO), OBA = OEF, d. h. der Schnitt ist eine subcontraria.

Zus. II. Der Neigungswinkel EF ist in dem Falle des vorhergehenden = 90° — OCF = 90° — $\beta$; aber O COA + CAO = 2 . CAO = 2$\mu$; als 90° — 2$\mu$ = 2 . OBC — 90° = 2$\nu$ — den gleichschenkl. Dreyecken BCO, OCA.

Zus. III. Geht ki, wie (Fig. XI zugleich durch den Mittelpunkt C der Grun so fallen die Punkte F, L, C der XL Figur in einen einzigen C zusammen; als

wegen ECA oder $\psi = 90° - \beta$, und OBC $= 90 - \frac{1}{2}$ OCB $= 90° - \frac{1}{2}\beta =$ OEC) in den rechtwinklichten Dreyecken COE, OCe, CE $=$ OC . tang COE $=$ r cot OEC $=$ r tang $\frac{1}{2}\beta$ und Ce $=$ OC . tang COe $=$ r cot COE (wegen BOA $= 90°$ Zus. I.) $=$ r tang OEC $=$ r cot $\frac{1}{2}\beta$. Mithin der Durchmesser Ee des Wechselschnitts

kEie $=$ CE + Ce $=$ r (cot $\frac{1}{2}\beta$ + tang $\frac{1}{2}\beta$)

$= 2r$ cosec $\beta = \frac{2r}{\sin\beta}$; also der Halbmesser

$= \frac{r}{\sin\beta} = \frac{r}{\cos\psi} = r \sec\psi$ (Zus. II.).

Zus. IV. Wäre nun c der Mittelpunkt des Wechselschnitts kEie, also kc ein Halbmesser desselben $= r \sec\psi$ (Zus. III.), so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke kCc, in welchem kC $=$ Ci $=$ r, für den Winkel kcC am Mittelpunkte c,

$$\sin kcC = \frac{kC}{kc} = \frac{r}{r\sec\psi} = \cos\psi;$$

mithin kcC $= 90° - \psi$; und kci $= 2$ . kcC $= 180° - 2\psi$, d. h. $=$ der Ergänzung des doppelten Neigungswinkels des Schnitts gegen die Grundfläche des Kegels, zu 180°.

§. 64.

§. 64.

Anwendung des bisherigen auf die stereographische Projection.

I. Es sey nunmehr (Fig. L.) OHQWP die Erdkugel, Q, P, die beyden Pole, also PQ die Erdaxe, und C der Mittelpunkt. Das Auge gedenke man sich irgendwo bey O auf der Oberfläche der Erdkugel, einem Orte W gegenüber, der um einen ganzen Durchmesser WCO von O entfernt sey.

II. Durch den Mittelpunkt C sey senkrecht auf OW eine Ebene gelegt, welche die Kugeloberfläche in dem größten Kreise rHRT durchschneide, so ist diese Ebene rHRT gleichlaufend mit einer Berührungsebene an W, d. h. mit der Horizontalfläche des Ortes W.

III. Diese Horizontalfläche rHRT eines gegebenen Orts W soll nunmehr für das dem Orte W gegenüber liegende Auge O die perspectivische Tafel seyn, auf welche nunmehr die Halbkugel HQWT (oder ein beliebiges Stück derselben), mit allen Meridianen und Parallelkreisen, dergestalt entworfen werden soll, daß die Zeichnung derselben auf der Tafel RrHT sich dem Auge O eben so darstellen würde, als wenn es jene Kreise, oder das

Netz, was sie bilden, auf der nach O zugekehrten hohlen Kugelfläche HWT selbst betrachtete. Man heißt diese Projection, wobey das Auge O, auf der Oberfläche der Kugel, einem Orte W gegenüber, und zur perspectivischen Tafel, eine durch den Mittelpunkt der Kugel, mit dem Horizonte von W gleichlaufende Ebene angenommen wird, die stereographische Horizontalprojection. Wie also für diese die Meridiane und Parallelen gezeichnet werden können, soll in folgenden Aufgaben untersucht werden.

## §. 65.

**Aufgabe.** Den perspectivischen Entwurf eines Meridians QDPd, welcher von dem Meridiane WQHOT des Orts W, um einen gegebenen Winkel absteht, zu zeichnen, vorausgesetzt, daß des Orts W Horizontalfläche HRTr die perspectivische Tafel sey.

Aufl. I. Fall. Es sey erstlich der Meridian HQWT, des Orts W selbst, auf der Tafel HRTr zu entwerfen.

Hier ist klar, daß, wenn man sich von allen Punkten des Meridians HQWT gerade Linien, als Lichtstrahlen, nach dem Auge O gezogen vorstellt,

lich ist, und daß daher diese Durchschni
selbst, der perspectivische Entwurf des
ridians PQWT seyn müsse; jeder
also, in dessen Ebene das A
liegt, muß auf der perspectivisc
sich als eine gerade Linie pro

II. Fall. Jeder andere
aber, wie DQd, welcher die Eben
in dem Durchmesser Dd schneidet, u
ersten Meridian um den sphärischen Wi
absteht, wird sich auf der Taf
Kreisbogen Dqd abbilden,
messer aus dem Abstande des Orts W
Q, und dem sphärischen Winkel D
dem Unterschiede der beyden Mittagskre
und des ersten HQWTO berechnet we

Beweis. Man gedenke

ı dQDP ist. Die Durchschnittsfigur dieses
:ahlenkegels, mit der perspectivischen Tafel
)Td, muß ein Kreis seyn, weil erstlich die
ne der Tafel, oder die Ebene des Schnitts,
krecht steht auf der Axe OC des Strahlenkegels,
diese Axe gleich ist dem Halbmesser CQ oder
der Grundfläche des Kegels, d. h. weil die
rchschnittsfigur eine Sectio subcontraria des-
en ist (§. 63.).

Hier kommt indessen nur derjenige Theil dieser
rchschnittsfigur, oder des projicirten Meridians
Betrachtung, welcher der hinter die Tafel
ΚTd fallenden Hälfte dQD des Meridians zu-
ört, weil man sich allemahl vorstellt, das Auge
betrachte nur denjenigen Theil der Kugelfläche,
:cher hinter die Tafel HT fällt.

Es wird sich demnach die Hälfte des Meri-
ns, also der Bogen DQd, auf der Tafel als
Kreisbogen Dqd abbilden, welcher zu seiner
hne die gerade Linie Dd, also die Durchschnitts-
e des Meridians mit der Ebene der Tafel hat,
durch den Punkt q, oder durch das Bild des
:es Q gehen muß.

Den Halbmesser, und die übrigen Bestim-
ngen dieses Kreisbogens Dqd, als der per-
ctivischen Entwerfung, oder des Bildes des

Meri-

Meridians DQd auf der Tafel HT zu finden, dienen folgende Betrachtungen.

§. 66.

I. Für das Bild q, des Poles Q.

1. Dies Bild liegt da, wo die gerade Linie QO die Tafel durchbohrt.

Es ist zugleich dieser Punkt q in der geraden Linie CH, dem Bilde des Meridians WQH (§. 65. I. Fall.). Die gerade Linie Cq ist das Bild von dem Bogen QW, dem Abstande des Orts W vom Pole, oder der Ergänzung der geographischen Breite des Orts W zu 90°. C ist das Bild von W, und fällt in den Mittelpunkt der Tafel.

2. Heißt man diesen Bogen QW = $\varepsilon$, so ist der Winkel QOW am Umkreise = $\frac{1}{2}\varepsilon$, und in dem rechtwinklichten Dreyecke OCq

$$Cq = OC \cdot \text{tang}\, \tfrac{1}{2}\varepsilon$$

d. h. wenn man den Halbmesser OC = CH = r nennt, so hat man

$$Cq = r \cdot \text{tang}\, \tfrac{1}{2}\varepsilon.$$

§. 67.

II. Für die Lage der Sehne Dd des Bogens Dqd, gegen CH.

1. Weil die beyden größten Kreise dHDT, PdQD sich in einem Durchmesser Dd der Kugel durch-

urchschneiden, so geht die gerade Linie Dd durch en Mittelpunkt C der Kugel, und also auch des treises HDTd, und der Winkel HCD am Mittelpunkte, durch welchen die Lage der Linie Dd egen HC bestimmt wird, hat zu seinem Maaße en Bogen HD, in dem sphärischen Dreyecke HQD. Diesen Bogen HD, als das Maaß des Winkels HCD $= \varphi$, kann man aus dem sphärischen Dreyecke HQD berechnen, worinn QHD $= 90°$ (weil ie Ebenen HQWO und HdTD auf einander enkrecht stehen), HQ $= 90° - \varepsilon$, und der Winkel HQD gleich ist der Ergänzung des Winkels DQW, oder des Unterschiedes der Mittagskreise QD, QW, zu 180°. Nennt man also dieen Unterschied der Mittagskreise $= \lambda$, so ist HQD $= 180° - \lambda$, und nach den Regeln der phärischen Trigonometrie tang HD $=$

$$\frac{\sin HQ \cdot \tang HQD}{\cos HQ \cos DHQ \tang HQD + \sin DHQ}$$

der wegen DHQ $= 90°$

$$\tang HD = \sin HQ \cdot \tang HQD$$

d. h.

$$\tang \varphi = - \cos \varepsilon \cdot \tang \lambda.$$

2. Man sieht hieraus, daß der Winkel HCD $= \varphi$ stumpf ist, so lange $\lambda$ spitzig ist, weil ie Tangente des Winkels $\varphi$ negativ wird.

Für

Für den Winkel HCd hat man

$$HCd = 180^\circ - \varphi$$

und dieser ist spitzig, so lange $\lambda$ spitzig ist.

Zus. Man stelle sich vor, der punktirte Kreis AE sey der Aequator, auf welchem von dem Punkte o nach der Richtung oE, also von Westen nach Osten, die Längen der Oerter gerechnet werden. Schneiden nun die Meridiane QV, QE, bey u und E in den Aequator, und heißt des Meridians QE, in welchem der Ort W liegt, auf dessen Horizont man den Meridian QV stereographisch entwerfen will, geographische Länge oE $= L$, und des zu projicirenden Meridians QV geographische Länge ou $= l$, so ist der Winkel VQE $= \lambda = L - l$, demnach für den Winkel HCD, innerhalb dessen die Projection qD des Bogens QD fällt $\tang \varphi = - \cos \varepsilon \tang (L - l)$.

## §. 68.

## Anmerkung.

Hier in der Figur ist der Bogen QD, dessen Projection qD ist, westlicher, als QW. Wäre nun z. E. QD der Meridian von Paris, und QW der von Petersburg, so würde, wenn man diese Meridiane aussen auf einem Erdglobo betrachtete, der Pariser Meridian linker Hand des Petersburger

fallen.

fallen. Gedenkt man sich nun aber das Auge auf der Kugel bey O, also im Nadir von Petersburg, und in die Höhlung der Halbkugel HWT, in der jene beyde Meridiane liegen, hineinsehend, so würde diesem Auge alles umgekehrt erscheinen, es würde ihm nemlich der Pariser Meridian QD (also der westliche) rechter Hand des Petersburger QW erscheinen, wie denn auch wirklich die Projection qD des Pariser Meridians hier rechter Hand der geraden Linie qC, oder der Projection des Petersburgers fällt, wenn man die Tafel HT von der Seite O betrachtet. Da man nun aber bey dem Gebrauche der Landcharten, die Längen der Oerter, oder der Meridiane, allemahl von der linken Hand gegen die rechte zählt, so daß die östlichern Meridiane rechter Hand der westlichern zu liegen kommen, so sieht man leicht, daß, wenn qD, also die Projection des westlichern Meridians, auch linker Hand qC, der Projection des östlichern, zu liegen kommen sollte, man die aus dem Augenpunkte O geschehene Entwerfungen qC, qD der Meridiane QW, QD, nicht von der Seite O, sondern von der entgegengesetzten W betrachten müsse, gleichsam als wenn man das Blatt Papier, worauf die Projectionen qC, qD gezeichnet worden, umkehrte, und gegen das Licht hielte, oder auch vor einem

Spiegel betrachtete, da denn dem Beobachter in W ebenfalls qD linker Hand qC erscheinen würde, so wie man auf der Kugel, QD linker Hand qW hat, wenn man sie, wie gewöhnlich, von der convexen Seite ansieht. Man begreift, daß in der Natur der Projection Dqd im wesentlichen nichts geändert wird, ob man z. E. den Kreisbogen Dqd von der Seite O, aus dem wahren Standpunkte O, oder von der entgegengesetzten W ansieht; man hat alsdann in der Zeichnung nur das zu linken, was man, indem man sie aus O ansah, zur rechten hatte.

## §. 69.

## III. Für den Halbmesser des zu zeichnenden Meridians Dqd.

1. Es sey nunmehr, wie bisher, der Kreis dHDT (Fig. LI.) die Tafel, oder eigentlich ihr Durchschnitt mit der Erdkugel, C ihr Mittelpunkt, und die gerade Linie TCH, die Projection des bisher betrachteten Meridians HWT, in dessen Ebene man sich das Auge O gedenkt. q in der Linie CH sey die Projection des Poles Q, und der Kreisbogen dqD die Projection eines Meridians, der um den Winkel $\lambda$ von dem ersten HWT (Fig. L.) abstehe, so ist erstlich

$q = r$ tang $\frac{1}{2}\varepsilon$, welches die Lage des Punktes auf CH bestimmt.

Ferner für den Winkel qCD, oder CD = φ ist

$$\text{tang } \varphi = - \cos \varepsilon \text{ tang } \lambda$$

elches die Lage der Linie Dd = 2r, als Sehne s zu beschreibenden Bogens Dqd, bestimmt. eht man nun durch C, als dem Mittel der Sehne d, ein Perpendikel μc, so liegt der Mittelpunkt des zu beschreibenden Bogens Dqd in der gera n Linie μc, und der Halbmesser dc = qc des ogens dqD ist $= \frac{r}{\cos \psi}$, wenn ψ den Nei ngswinkel des zu projicirenden Kreises dQD Fig. L.) gegen die Tafel dHD bedeutet, weil r die gegenwärtige Projection alle die Umstände ntreten, unter welchen oben (§. 63. Zus. III.) r Schnitt des optischen Kegels betrachtet wor n ist.

3. Um also den Halbmesser der Projection qD des Meridians dQD zu finden, so muß der dachte Neigungswinkel ψ, also in gegenwärti r Figur der sphärische Winkel HDQ, berechnet erden.

Dieser ergiebt sich aus dem sphärischen Drey e HQD, in welchem der Winkel bey H = 90°,

der

Zus. IV. Es ist auch $Kq = CK + Cq =$

$= r\,(\cot \varepsilon + \tan \tfrac{1}{2} \varepsilon) = r \operatorname{cosec} \varepsilon = \frac{r}{\sin \varepsilon}$

und (Zus. III.)

$Kc = Kq \cot \lambda.$

Zus. V. Da der Werth von $KC = \frac{r}{\tan \varepsilon}$, gar nicht von $\lambda$, oder von dem Unterschiede der beyden Meridiane QD und QW (Fig. L.) abhängt, so ist klar, daß KC für alle zu beschreibenden Meridiane unveränderlich bleibt, und nur die Werthe von Kc von dem Unterschiede der Meridiane abhängen, das will sagen, die Mittelpunkte c aller durch q zu beschreibenden Bögen, welche die Projectionen der Meridiane vorstellen, liegen in einer geraden Linie $\pi\rho$, welche man durch K, in dem Abstande CK (Zus. III.) vom Mittelpunkte C, senkrecht auf CK zieht, wo denn CK blos in dem Verhältnisse der Cotangente von $\varepsilon$, d. h. der Tangente der geographischen Breite des Orts W (Fig. L.) abhängt, dessen Projection C in den Mittelpunkt der Tafel fällt.

Zus. VI. Für ein gegebenes $\lambda$ ist es leicht, zu beurtheilen, ob der Mittelpunkt c des zu beschreibenden Meridians Dqd, linker oder rechter Hand der Linie HCK falle. So lange nemlich

Zus. III. Man fälle auf HT, oder deren Verlängerung, von c ein Perpendikel cK, so hat man

$$KC = Cc . \cos KCc = Cc . \sin \phi \text{ (Zus. I.)}$$

und $Kc = Cc . \sin KCc = - Cc . \cos \phi$

aber wegen $Cc = Cd . \cot Ccd = r \tan \psi$

$$= \frac{r}{\cot \psi} = \frac{r}{\tan \varepsilon \sin \phi} \text{ (Zus. II.) wird}$$

$$KC = \frac{r}{\tan \varepsilon} \text{ und}$$

$$Kc = - \frac{r . \cos \phi}{\tan \varepsilon . \sin \phi} = - \frac{r}{\tan \varepsilon} . \cot \phi$$

$$= - \frac{r}{\tan \varepsilon . \tan \phi} = \frac{r}{\tan \varepsilon \cos \varepsilon \tan \lambda} =$$

$$= \frac{r}{\sin \varepsilon \tan \lambda} .$$

Es kann also auch der Mittelpunkt c des zu beschreibenden Kreises Dqd bestimmt werden, wenn man CK, Kc von den gefundenen Werthen nimmt; da denn mit dem Halbmesser cq, durch den gegebenen Punkt q, der verlangte Kreis, oder die Projection des gegebenen Meridians, beschrieben werden kann.

Zus. V. Da der Werth

gar nicht von $\lambda$, oder v
beyden Meridiane QD r
hångt, so ist klar, daß
den Meridiane unverär
Werthe von Kc von
diane abhången, do
c aller durch q z
die Projectionen
in einer gerader
in dem Abstand
C, senkrecht
dem Verhål
Tangente

:irt in den Sinus des Abstandes des Parallelkreises vom Pole, also $gz = r \sin \eta$. Demnach

$$zx = r \sin \eta \sin \lambda.$$

XVIII. Weiter ist, weil zc senkrecht auf CW (II.), diese Linie zc für den Halbmesser $CW = r$, der Sinus des Bogens Wz, eines größten durch z und W gelegten Kreises, und Cc der Cosinus dieses Bogens. Demnach

$$Cc = r \cos . Wz.$$

XIX. Nun ist in dem sphärischen Dreyecke QWz gegeben der sphärische Winkel $zQa = \lambda$, die Seite $Qz = Qa = \eta$, und $QW = \varepsilon$. Also nach den Regeln der sphärischen Trigonometrie, für die dritte Seite Wz

$$\cos Wz = \sin \varepsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \varepsilon \cos \eta.$$

XX. Ferner in dem sphärischen Triangel HQz, findet sich aus $HQ = 90° - \varepsilon$, $Qz = \eta$, und dem eingeschlossenen Winkel $HQz = 180° - \lambda$

$$\cos Hz = \sin \varepsilon \cos \eta - \cos \varepsilon \sin \eta \cos \lambda.$$

XXI. Demnach (XVI.)

$$zy = r (\sin \varepsilon \cos \eta - \cos \varepsilon \sin \eta \cos \lambda)$$

und (XVIII.)

$$Cc = r (\sin \varepsilon \sin \eta \cos \lambda + \cos \varepsilon \cos \eta)$$

XXII. Folglich in der Proportion (XIV.), worin $Oc = r + Cc$, $OC = r$, und xy aus (XXI.) bekannt sind.

rung der Sehne Dq, macht, gleich
CcD am Mittelpunkte c des Bogens
CcD der halben Sehne Dd zugehört,
nem Maaße den halben Bogen Dq
auch der Winkel Vqd = qdD + qI
Maaße hat.

5. Ferner der Winkel dVD
= 90°. Auch steht Cc auf der Se
recht, weil Cd = CD, also ist auch

6. Hieraus folgt, daß die bey
Vqd und CcD einander ähnlich sind.

7. Eben so findet sich auch leicht
keit der beyden Dreyecke NSq, NCK

8. Also Vd : Vq = CD
NS : Sq = NC : CK = CD : CK

und nach den Eigenschaften des Kreises $Hq . qT = Vq . Dq$ also

$$Hq : Dq = Vq : Tq$$

Mithin

$$Hq : qo = Dd . Vq : Vd . Tq$$

$$= \frac{Dd}{Tq} : \frac{Vd}{Vq}$$

10. Eben so ist wegen der ähnlichen Dreyecke NSM, CqM, die Linie MN, oder

$$Dd : NS = Mq : Cq$$

und vermöge der Eigenschaftn des Kreises

$$Sq . Mq = Hq . Tq \text{ oder}$$

$$Sq : Tq = Hq : Mq$$

Demnach

$$Dd . Sq : NS . Tq = Hq : Cq \text{ oder}$$

$$Hq : Cq = \frac{Dd}{Tq} : \frac{NS}{Sq}.$$ Aber nach (9) war

$$qo : Hq = \frac{Vd}{Vq} : \frac{Dd}{Tq}$$ also

$$qo : Cq = \frac{Vd}{Vq} : \frac{NS}{Sq} = CK : Cc \ (8.)$$

11. Da nun überdem der Winkel $Cqo = KCc$, weil $qo$ parallel ist mit $Cc$, so muß der Triangel $Cqo$ ähnlich seyn dem $KCc$; also der Winkel $CKc = Coq$. Aber $Coq = 90°$, also auch

Und $u = 49^\circ . 59' . 44''$.

$\varepsilon - u = 17 . 30 . 16$

$\log \sin (\varepsilon - u) = 9,4782486 - 10$

$\log \cos \eta = 9,8080675 - 10$

Summe $= 19,2863161 - 20$

abgezogen $\log \cos u = 9,8081076 - 10$

$\log \cos \beta = 9,4782085 - 10$

$\log \cot (\varepsilon - u) = 10,5011603 - 10$

$\log \cos \alpha = 9,9793688$

und $\alpha = 17^\circ . 31' . 16''$

$\frac{1}{2} \alpha = 8 . 45 . 38$

Also

$2 \log \cos \frac{1}{2} \alpha = 9,9898036 - 10$

$+ \log 2 = 0,3010300$

Also $\log 2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2 = 10,2908336 - 10$

Diesen Logarithmus ziehe man ab von log cos der bereits oben steht, so erhält man

$\log CX = 0,1873740$

also $CX = 0,153948$

Ferner ist $\log \sin \eta = 9,8842540 - 10$

$\log \sin \lambda = 8,2418553 - 10$

$8,1261093 - 10$

Hievon ziehe man ab obigen Logarithmen l $2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2$, so erhält man

$\log ZX = 0,8352757 - 3$

also $ZX = 0,006843$

D

der Ebene des Parallels, weil dies Dreyeck in der Ebene des Meridians HWTO liegt, und alle Meridiane auf den Ebenen der Parallelkreise senkrecht stehen.

3. Dies Dreyeck Oba ist die Durchschnitts figur der Ebene des Meridians HWTO, mit der krummen Seitenfläche des Kegels Oba.

4. Die Ebene HRTr ist also auch senkrecht auf der Ebene des Dreyecks Oab.

5. Weil nun die Ebene Oab senkrecht ist auf der Ebene des Kreises ab, diese Ebene Oba aber durch die Spitze des Kegels, und durch den Mittelpunkt g seiner Grundfläche geht, so ist nothwendig Oba die Ebene des Neigungswinkels der Axe Og des Kegels gegen die Grundfläche desselben.

6. Also ist erstlich die Ebene HRTr senkrecht auf der Ebene Oab, des Neigungswinkels Ogb der Axe des Kegels gegen die Grundfläche desselben; die erste Bedingung, welche statt finden muß, wenn die Durchschnittsfigur AZB ein Kreis seyn soll.

7. Nun muß aber noch bewiesen werden, daß die Winkel OAB und Oba von gleicher Größe sind, und also die Durchschnittsfigur AZBA eine Sectio subcontraria des Kegels sey.

8. Dies

8. Dies erhellet so:

Man ziehe Wa, so ist der Winkel Oa
Halbkreise = 90° = OCH oder OCA. D
überdem der Winkel AOC den beiden Dre
AOC, OaW gemeinschaftlich ist, so sind
Dreyecke einander ähnlich, und man hat

$$Oa : OW = OC : OA$$

und eben so wegen der ähnlichen Dreyecke C
OBC

$$OW : Ob = OB : OC$$

Demnach

$$Oa : Ob = OB : OA.$$

Da nun überdem der Winkel BOA den
Dreyecken OAB und Oba gemeinschaftlich
sind sie beyde einander ähnlich, woraus der
OAB = Oba folgt.

Demnach ist die Durchschnittsfigur eine S
subcontraria des Kegels, mithin ein Krei

9. Vermöge dessen, was wir oben v
Sectio subcontraria beygebracht haben, e
daß der Mittelpunkt F des Schnitts BZA,
geraden Linie AB liegen, und AB selbst der
messer des Schnitts, oder des Kreises BZ
müsse.

10. Diesen Durchmesser zu finden
erstlich

$CA = OC \,.\, \text{tang}\, WOa$ und

$CB = OC \,.\, \text{tang}\, WOb.$

11. Aber $OC = r$ und die Winkel $WOa$, $WOb$ haben zu ihrem Maaße die halben Bögen $Wa$, $Wb$; wo $Wa = QW - Qa = \varepsilon - \eta$, und $Wb = QW + Qb = \varepsilon + \eta$ ist.

12. Demnach

$CA = r \text{ tang } \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$

$CB = r \text{ tang } \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta)$

13. Also der Halbmesser $AF$ der Projection $= \frac{1}{2}(CB - CA) = \frac{1}{2} r (\text{tang } \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta) - \text{tang } \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta))$, welchen ich mit $\varrho$ bezeichnen will.

Anm. Weil überhaupt, wenn $\alpha$ und $\beta$ ein paar Winkel bedeuten, $\text{tang } \alpha - \text{tang } \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha \cos \beta} = \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$, so kann, wenn man $\alpha = \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta)$ und $\beta = \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$ setzt, die Formel für $\varrho$ auch so ausgedrückt werden

$$\varrho = r \frac{\sin \eta}{2 \cos \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta) \cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)} = \frac{r \sin \eta}{\cos \varepsilon + \cos \eta}.$$

14. Endlich ist auch für den Abstand des Mittelpunktes $F$ der Projection, vom Mittelpunkte $C$ der Tafel,

$CF = CA + AF$, d. h.

$CF = \frac{1}{2} r (\tang \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta) + \tang \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta))$

Anm. Wenn man wie in (13. Anm.) verfährt, so kann der Werth von CF auch so dargestellt werden

$$CF = \frac{r \sin \varepsilon}{2 \cos \frac{1}{2} (\varepsilon + \eta) \cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)}$$

$$= \frac{r \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon + \cos \eta} \text{ (Tr. S. XIII. 13.)}$$

15. Die bisherigen Schlüsse nahmen $\varepsilon > \eta$ an. Die Anwendung der gefundenen Formeln hat aber gar keine Schwierigkeit, wenn auch $\varepsilon < \eta$ wäre; weil alsdann $\varepsilon - \eta$ blos negativ, mithin auch die Tangente von $\frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$ negativ zu setzen ist.

16. Zus. Für $\eta = 90°$, also für die Projection des Aequators, wäre

$$CF = \frac{1}{2} r (\tang (45° + \frac{1}{2} \varepsilon) - \tang (45° - \frac{1}{2} \varepsilon))$$
$$= r \tang \varepsilon$$

nach den bekannten trigonometrischen Formeln. Und eben so

$$\rho = \frac{1}{2} r (\tang (45° + \frac{1}{2} \varepsilon) + \tang (45° - \frac{1}{2} \varepsilon))$$
$$= r \sec \varepsilon$$

## §. 72.

III. Aufgabe. Es sey nunmehr (Fig. LIV.) z ein beliebiger Ort in dem Parallelkreise

bza,

bza, dessen Durchschnittslinie mit der Ebene des Kreises OHW, die gerade Linie ba sey, und QzP ein Meridian durch z, welcher mit dem Meridiane des Orts W, auf dessen Horizontalfläche HT die stereographische Projection gemacht werden soll, den Winkel zQW = λ mache. Des Orts z Abstand Qz = Qa vom Pole sey, wie bisher, = η, und Z in der Projection BZA des Parallels bza sey des Punktes z perspectivischer Ort, es liege also Z auf der Tafel da, wo die gerade Linie zO die Tafel durchbohrt, man verlangt den Punkt Z auf dem Umkreise BZA des projicirten Parallels bza zu bestimmen.

Aufl. I. Man gedenke sich durch O und W eine Ebene, oder größten Kreis ORW, senkrecht auf die Tafel HRT, und RCr sey beyder Ebenen, oder Kreise, gemeinschaftliche Durchschnittslinie, auf welcher demnach HC senkrecht stehen wird, so wie auch die Ebene OHW auf ORW senkrecht seyn wird.

II. Ferner sey HzK ein größter Kreis, senkrecht auf den ORW, und zy ein Perpendikel auf die Ebene ORW; von y fälle man yc senkrecht auf CW, so ist, wie aus der Lehre von der Lage der Linien und Ebenen bekannt ist, auch zc senkrecht auf CW (Kästn. Geom. 46 S. 7. Zus.).

III. Durch c errichte man auch in der Ebene OHW eine senkrechte Linie cx auf CW, und x sey ihr Durchschnitt mit dem in der gedachten Ebene OHW liegenden Durchmesser ba, des Parallels bza.

IV. Weil nun die Ebene OHW selbst auf ORW senkrecht steht, CW aber beyder Ebenen Durchschnitt ist, so muß auch cx auf der Ebene ORW senkrecht seyn (Kästn. Geom. 47. S. 1. Zus.).

V. Also ist cx parallel mit zy (Kästn. Geom. 46. S.), und zy mit cx in einer Ebene zxyc, senkrecht auf ORW (Kästn. Geom. 46. S.).

VI. Aber eben diese Ebene yczx muß auch senkrecht auf der OHW seyn, weil ycC und ycx rechte Winkel sind (II. IV.) (Kästn. Geom. 45. S.).

VII. Da nun überdem auch die Ebene des Parallels bza auf der Ebene OHW senkrecht steht, so muß beyder Ebenen yzcx und bza gemeinschaftlicher Durchschnitt zx senkrecht auf der Ebene OHW seyn (Kästn. Geom. 48. S.).

VIII. Also zx auch senkrecht auf dem Durchmesser ba des Parallels bza.

IX. Ferner ist die Ebene yzcx parallel mit der Ebene RHr, weil beyde auf OHW senkrecht stehen, und die Linien yc und Rr gleichlaufend sind.

X. Ge-

X. Gedenkt man sich demnach durch O, z, eine Ebene, welche die RHr in ZX durchschnei-et, so sind ZX und zx, als Durchschnittslinien weyer parallelen Ebenen (IX.), mit einer dritten Ebene ebenfalls gleichlaufend; und da zx senkrecht st auf der Ebene OHW (VII.), so muß auch die mit ihr parallele ZX senkrecht seyn auf OHW, olglich auch auf der Linie CH, welche in der Ebene OHW durch X geht (Kästn. Geom. 46. u. X. S.)

XI. Gedenkt man sich endlich auch noch die Ebene Ozy senkrecht auf ORW, und ihren Durchschnitt ZY mit der Ebene RHr, die gleichfalls enkrecht ist auf ORW, so ist auch ZY senkrecht uf der geraden Linie Rr, und man sieht leicht, aß ZY das Bild von dem Perpendikel zy, und ZX das Bild von zx seyn wird, und daß, so wie zxyc ein rechtwinklichtes Parallelogramm ist, auch CYZX eines dergleichen seyn wird.

XII. Weis man nun für den Punkt Z, als as Bild von z, anzugeben, die Werthe von CX ls Absciße, und XZ als Ordinate, so ist der Punkt Z hiedurch vollkommen bestimmt. Es kommt also darauf an, nach den bisherigen Vorbereitungen, CX und XZ zu finden.

XIII. Dies

XIII. Dies geschieht auf folgende Art:

Erstlich sind YC und yc parallel, also in dem Dreyecke Ocy

Oc : OC = cy : CY, aber cy = zx in dem Parallelogramme yczx (XI.), und eben so ZX = CY, also

$$Oc : OC = zx : ZX.$$

XIV. Ferner ist, wie leicht einzusehen,

$$zy : ZY = Oy : OY = Oc : OC$$

oder Oc : OC = zy : CX, weil ZY = CX.

XV. Nun ist zy in der Ebene des größten Kreises HZK (II.), dessen Durchschnitt mit der Ebene ORK, die gerade Linie CyK ist; folglich ist zy der Sinus des Bogens Kz, oder der Cosinus des Bogens Hz, für den Halbmesser CK = CH = r.

XVI. Also zy = r cos Hz, wo cos Hz für den Sin. tot. = 1 zu nehmen ist.

XVII. Ferner ist zx, senkrecht auf ba (VIII.), der Sinus des Winkels zga am Mittelpunkte g des Parallelkreises, für den Halbmesser gz = ga, und dieser Winkel zga ist das Maaß des sphärischen zQa = $\lambda$ (Kästn. G. 52. S. 3. Z.).

Also zx = gz sin $\lambda$.

Aber der Halbmesser gz des Parallels bza ist gleich dem Halbmesser der Kugel OHW multiplicirt

Zus. VI. Ist der Halbmesser OC sehr groß, würde es beschwerlich seyn, ihn ganz, in seine nern Theile eingetheilt, vor sich zu haben. Man ient sich alsdann nur eines solchen Stückes die- Halbmessers zum Abtragen der berechneten rthe von CZ (oder auch von ZX und CX in .72.), als höchstens, nach Maaßgabe des zu werfenden Stücks der Erdfläche, die Werthe von Z, oder von CX und ZX ausfallen können.

Gesetzt, man wolle ein Stück der Erdfläche eographisch entwerfen, für einen Halbmesser OC 60 Schuhen. Hier würde man für den ganzen lbmesser OC keinen Raum auf dem Papiere ha- . Er würde aber auch nicht ganz nöthig seyn, il bey einem so großen Halbmesser, wohl nur ein ßig großes Stück der Erdfläche, auch auf einem größten Royalbogen, oder Kupferplatten, ver- chnet werden kann. Wäre daher z. E. das Blatt pier, worauf ein Stück der Erdfläche stereogra- lisch entworfen werden sollte, etwa 3 Schuh g und breit, so darf, weil C in dem Mittel- nkte des Blatt Papieres gewöhnlich angenommen rd, der Werth von CX oder ZX nie größer, s $1\frac{1}{2}$ Schuh ausfallen, welches den 40ten Theil s Halbmessers OC von 60 Schuhen betragen irde. Der Werth von $CZ = \sqrt{(ZX^2 + CX^2)}$

kann

$$CX = \frac{\sin\varepsilon \cos\eta - \cos\varepsilon \sin\eta \cos\lambda}{1 + \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta} . r$$

und aus (XIII.) und (XVII.)

$$ZX = \frac{\sin\eta \sin\lambda}{1 + \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta} . r$$

Berechnet man demnach diese Werthe für gegebene $\varepsilon$, $\eta$, $\lambda$, so kann dadurch der Punkt Z in der Projection des Parallels bestimmt werden.

Zus. I. Diese Formeln sind für die Berechnung dieser Werthe von CX und ZX eben nicht sehr bequem.

Ich will daher suchen, sie hier etwas bequemer, wobey vortheilhaft die Logarithmen angewandt werden können, einzurichten. Ich will den Bogen $Wz = \alpha$, und den $Hz = \beta$ nennen.

Weil nun $\sin\eta = \tang\eta . \cos\eta$, so ist auch (XX.)

$$\cos\beta = \sin\varepsilon \cos\eta - \cos\varepsilon \tang\eta \cos\eta \cos\lambda$$

und (XIX.)

$$\cos\alpha = \sin\varepsilon \tang\eta \cos\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta$$

Man suche nun einen Winkel u, dessen Tangente $= \tang\eta \cos\lambda$ ist, oder setze $\tang u = \tang\eta \cos\lambda$, so ist, wegen $\tang u = \frac{\sin u}{\cos u}$

$$\cos\beta = (\sin\varepsilon - \frac{\cos\varepsilon \sin u}{\cos u}) \cos\eta$$

=

$$= \frac{\sin\varepsilon \cos u - \cos\varepsilon \sin u}{\cos u} \cdot \cos\eta$$

$$= \frac{\sin(\varepsilon - u)}{\cos u} \cos\eta \text{ (Trig. S. XII. a.)}$$

elches sich bequem durch Logarithmen rechnen läßt.
d nach einer ähnlichen Rechnung

$$\cos\alpha = \frac{\cos(\varepsilon - u)\cos\eta}{\cos u} = \cos\beta \cot(\varepsilon - u)$$

ist nun eigentlich

$$CX = \frac{r \cos\beta}{1 + \cos\alpha} \text{ und } 1 + \cos\alpha = 2 \cos \tfrac{1}{2}\alpha^2$$

lso

$$CX = \frac{r \cos\beta}{2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2}$$

d eben so

$$ZX = \frac{r \sin\eta \sin\lambda}{2 \cos \frac{1}{2} \alpha^2}$$

ürzer kann man die Rechnung nicht anstellen.

Exempel. Es sey $r = 1$; $\lambda = 1^\circ$; $\eta = 50^\circ$; $= 67^\circ . 30'$, so ist

$$\log \text{tang}\, \eta = 10{,}0761865 - 10$$
$$l \cos\lambda = 9{,}9999338 - 10$$
$$\text{also } l \text{ tang}\, u = 10{,}0761203$$

$u = 49^\circ.\ 59'.\ 44''.$

$\varepsilon - u = 17\ .\ 30\ .\ 16$

$\sin(\varepsilon - u) = 9{,}4782486 - 10$

$\log \cos \eta = 9{,}8080675 - 10$

Summe $= 19{,}2863161 - 20$

abgezogen $\log \cos u = 9{,}8081076 - 10$

$\log \cos \beta = 9{,}4782085 - 10$

$\log \cot(\varepsilon - u) = 10{,}5011603 - 10$

$\log \cos \alpha = 9{,}9793688$

und $\alpha = 17^\circ.\ 31'.\ 16''$

$\frac{1}{2}\alpha = 8\ .\ 45\ .\ 38$

Also

$2 \log \cos \frac{1}{2}\alpha = 9{,}9898036 - 10$

$+ \log 2 = 0{,}3010300$

Also $\log 2 \cos \frac{1}{2}\alpha^2 = 10{,}2908336 - 10$

Diesen Logarithmus ziehe man ab von log cos der bereits oben steht, so erhält man

$\log CX = 0{,}1873740$

also $CX = 0{,}153948$

Ferner ist $\log \sin \eta = 9{,}8842540 - 10$

$\log \sin \lambda = 8{,}2418553 - 10$

$8{,}1261093 - 10$

Hievon ziehe man ab obigen Logarithmen v $2 \cos \frac{1}{2}\alpha^2$, so erhält man

$\log ZX = 0{,}8352757 - 3$

also $ZX = 0{,}006843$

Di

Dies Exempel steht in Karstens Lehrbegriff der Mathematik. 7. Th. im 23ten Abschnitt der Perspectiv §. 347. Meine Rechnung halte ich noch für kürzer, als die Karstensche, weil ich weniger Proportionaltheile zu berechnen habe. Auch ist das Verfahren, wodurch die Formeln für CX und XZ gefunden worden, gewiß das einfachste, welches statt finden kann.

§. 73.

Zus. II. Unter welchen Umständen die Werthe von CX und ZX negativ werden, d. h. der Punkt X unterhalb des Mittelpunktes C, und der Punkt Z rechter Hand von CB (die Projection nemlich von der Seite W angesehen) falle, hier umständlich aus einander zu setzen, ist für den, der mit trigonometrischen Formeln umzugehen weiß, unnöthig. Meine Formeln sind so beschaffen, daß sie in einem jeden Falle bestimmen, ob die zur Berechnung nöthigen Werthe von u, $\beta$, $\alpha$ kleiner oder grösser, als 90° ausfallen. Woraus sich denn zugleich ergiebt, wie CX und XZ bejaht oder verneint werden.

Z. E. Wenn $\lambda$ nicht, wie in dem gegebenen Beyspiele, bejaht, sondern verneint wäre, d. h. der sphärische Winkel zQa, nicht diesseits, sondern jen-

als 90° würde, weil eines negativen C
nus bejaht bleibt, so lange als er nicht
Also bleibt tang u ebenfalls bejaht,
spitzig. Ist nun u $< \varepsilon$, so ist $\varepsilon$—u,
sin ($\varepsilon$—u) bejaht. Da nun auch c
ist, so wird cos $\beta$ bejaht, folglich a
und man sieht also, daß auch CX be
müsse. Aber der Werth von ZX wi
negativ angenommen, und also sin $\lambda$
selbst negativ werden müssen.

Ferner sey z. E. $\lambda$ bejaht, aber
ist cos $\lambda$ verneint, also u verneint (
allemahl den Bogen, welchen ein von z
senkrecht gefällter Bogen, von Q an au
schneidet, wo man denn leicht einsieht,
$\lambda > 90°$ ist, das erwähnte Perpendil
hinaus nach H zu, in HQW einschn

verneint ausfällt. Der Werth von CX wird aber bejaht werden, auch wird ZX bejaht bleiben, weil sin λ bejaht ist, wenn auch λ > 90° genommen wird. Und so wird sich in andern Fällen leicht entscheiden, wie CX und ZX bejahte oder verneinte Werthe bekommen.

Für Parallelkreise, welche in die südliche Halbkugel fallen, wird $\eta > 90°$, wornach man sich denn ebenfalls in der Rechnung zu richten hat, so wie denn auch, wenn W in die südliche Halbkugel fällt, also ε über 90° groß wird, die besondern aus der allgemeinen Formel herzuleitenden Werthe von CX und ZX, mit Zuziehung einiger Betrachtung der Figur, keinen Anstand haben.

§. 74.

1. Dieses Verfahren, Punkte eines Parallelkreises durch Abscissen und Ordinaten, wie CX, XZ, zu bestimmen, kann dienen, einen Parallelkreis zu verzeichnen, wenn der Halbmesser desselben etwa zu groß wäre, als daß man ihn unmittelbar aus seinem Mittelpunkte F beschreiben könnte. In diesem Falle könnte man die Werthe von CX, XZ etwa von einzelnen zu einzelnen, oder je nachdem man es nöthig findet, auch nur von 5 zu 5 Graden der Länge λ berechnen, und dann durch die gefundenen

denen Punkte Z, entweder aus freyer Hand, oder vermittelst der Werkzeuge (§. 18. X.), den verlangten Parallel ausziehen.

2. Statt der Werthe CX, XZ, könnte man zur Entwerfung des Punktes Z eines Parallelkreises, auch die Distanz CZ vom Mittelpunkte der Tafel, und den Winkel ZCF, den CZ mit CH machte, und welcher dem sphärischen Winkel zWQ gleich seyn muß, gebrauchen.

Diesen Werth von CZ zu berechnen, überlege man, daß, weil CZ, so wie auch cz, nothwendig auf der geraden Linie OCM senkrecht stehen (§. 72. II.)

$$CZ = OC \,.\, \text{tang}\, ZOC = r \,.\, \text{tang}\, WOz$$

seyn muß. Aber der Winkel WOz hat zu seinem Maaße den halben Bogen $Wz = \frac{1}{2}\alpha$. Demnach

$$CZ = r \;\text{tang}\; \tfrac{1}{2}\alpha.$$

wo denn $\alpha$ entweder nach der Formel (§. 72. XIX.)

$$\cos\alpha = \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta$$

oder nach der bequemern (das. Zus. I.)

$$\cos\alpha = \frac{\cos(\varepsilon - u)\cos\eta}{\cos u}$$

berechnet werden kann. So wäre z. E. in dem obigen Beyspiele, wo $\frac{1}{2}\alpha = 8°.\,45'.\,38''$ gefunden wurde, für $r = 1$

$$CZ = r \;\text{tang}\; \tfrac{1}{2}\alpha = 0{,}15410.$$

Für

für den Winkel ZCF = zWO hätte man in dem sphärischen Drevecke zQW

$\sin Wz : \sin \lambda = \sin Qz : \sin zWQ$ oder

$$\sin zWQ = \frac{\sin \eta \sin \lambda}{\sin \alpha}$$

3. Macht man demnach den Winkel FCμ = zWQ, und trägt auf den Schenkel Cμ desselben das gefundene CZ, so ist der Punkt Z in dem zu verzeichnenden Parallele bestimmt.

Sehr oft ist es hinreichend, bey der Berechnung derjenigen Dinge, welche zur Bestimmung eines Punktes, wie Z, nöthig sind, die Secunden wegzulassen, wodurch denn die Rechnungen freylich um ein merkliches abgekürzt werden.

Zus. I. Wäre der Fall, daß die Projection BZA eines vorgegebenen Parallels, sich aus ihrem Mittelpunkte F selbst hätte beschreiben lassen, so kann die Projection Z eines vorgegebenen Ortes z gefunden werden, wenn man für Z nur den Abstand CZ vom Mittelpunkte C der Tafel, nach (2.) berechnet, und mit diesem CZ aus C den verlangten Ort Z auf dem bereits beschriebenen Parallele BZA abschneidet.

Zus. II. Man sieht leicht, daß CZ den perspectivischen Entwurf des Bogens Wz, oder

Abstandes des Orts W von dem z,

§. III. Im 15ten §. ist gezeigt worden, n auch den Abstand Wz = $\alpha$ zweyer Oerter z (für welche gegeben sind die Weiten vom nemlich QW = $\varepsilon$, Qz = $\eta$, und der d $\lambda$ ihrer Mittagskreise zQ, WQ), durch e Construction finden könne. — Wendet also das dortige fahren auf die gegenwär- e an, so kann i die Rechnung (§. 72.) und CZ ziemlich genau durch Zeichnung n würde demna auf den einen Schen- nes Winkels = $\lambda$, den man auf dem Papiere gezeichnet hätte, nach einem beliebigen, aber nicht gar zu kleinen tausendtheiligten Maaßstabe, die Summe der beyden Sinusse von $\frac{1}{2}$ ($\varepsilon + \eta$) und $\frac{1}{2}$ ($\varepsilon - \eta$) tragen, und auf den andern Schenkel die Differenz dieser Sinusse, so würde sich, nach (§. 15.), die Sehne des Bogens $\alpha$ durch Zeichnung ergeben. — Diese messe man auf dem tausendtheiligten Maaß- stabe, und halbire die für diese Sehne gefundene Anzahl von Tausendtheilchen des Maaßstabes, so hat man den Sinus von $\frac{1}{2}$ $\alpha$, welchen man in den Tafeln aufschlagen, und dadurch den Bogen $\frac{1}{2}$ $\alpha$ in Graden und Minuten erhalten kann. Dann nehme man aus den Tafeln die Tangente von $\frac{1}{2}$ $\alpha$ (ver- steht

... Halbmesser 1 ), und multiplicire
...sser OC = r, welchen man an
...ilen ausdrückt, so hat man CZ
...man dies nicht will, sondern
...s Halbmessers OC aus-
...will, so muß für die Projection
... der Halbmesser OC in 1000,
...es angeht, in noch kleinere Theile getheilt
...n seyn.

Zus. IV. Wenn der Halbmesser OC zur Projection nicht gar zu groß ist, daß man die Sehnen, wie (Zus. III.), von ihm selbst abfassen kann, so kann dieser Halbmesser OC selbst den tausendtheiligen Maaßstab, für die Bestimmung der Sehne des Bogens $\alpha$ durch Construction, abgeben. Gewöhnlich ist aber OC zu groß, und man muß daher zu dieser Construction einen kleinern Maaßstab gebrauchen.

Aber alsdann ist ein unvermeidlicher Fehler von einigen Minuten, der in der Bestimmung des Bogens $\alpha$ durch Construction sehr leicht begangen werden kann, desto sichtbarer in dem Werthe von CZ, der allemahl in Theilchen des Halbmessers OC abgefaßt wird, je größer OC selbst angenommen worden ist, und je kleinere Theile desselben also auf dem Papiere noch sichtbar ausfallen.

Ge-

Tangente von $\frac{1}{2}\alpha$ um einige Tausen
dazu gebrauchten Sehnenmaaßstabes
funden, so würde dies in dem Wei
wenn man ihn in Meilen abfaßte, lei
ler von einigen Meilen betragen, und
der Meilenmaaßstab so groß wäre,
Meilen noch eine sichtbare Größe
wäre es in allen Fällen besser, den W
durch Rechnung zu bestimmen, die
so gar beschwerlich nicht ist. Bey die
ist es denn selten nöthig, kleinere The
stens 100000 Theilchen des Halbme
trachtung zu ziehen, ja in den meisten
10000 Theilchen vollkommen hin.

Zus. V. Je einen größern T
fläche man stereographisch entwerfen
kleiner ist man genöthigt, den Halbm

Zus. VI. Ist der Halbmesser OC sehr groß, so
würde es beschwerlich seyn, ihn ganz, in seine
nern Theile eingetheilt, vor sich zu haben. Man
lent sich alsdann nur eines solchen Stückes des
Halbmessers zum Abtragen der berechneten
rthe von CZ (oder auch von ZX und CX in
72), als höchstens, nach Maaßgabe des zu
werfenden Stücks der Erdfläche, die Werthe von
, oder von CX und ZX ausfallen können.

Gesetzt, man wolle ein Stück der Erdfläche
ographisch entwerfen, für einen Halbmesser OC
60 Schuhen. Hier würde man für den ganzen
bmesser OC keinen Raum auf dem Papiere ha-
n. Es würde aber auch nicht ganz nöthig seyn,
l bey einem so großen Halbmesser, wohl nur ein
ßig großes Stück der Erdfläche, auch auf einem
größten Royalbogen, oder Kupferplatten, ver-
hnet werden kann. Wäre daher z. E. das Blatt
pier, worauf ein Stück der Erdfläche stereogra-
sch entworfen werden sollte, etwa 3 Schuh
g und breit, so darf, weil C in dem Mittel-
kte des Blatt Papieres gewöhnlich angenommen
d, der Werth von CX oder ZX nie größer,
$1\frac{1}{2}$ Schuh ausfallen, welches den 40ten Theil
Halbmessers OC von 60 Schuhen betragen
rde. Der Werth von $CZ = \sqrt{(ZX^2 + CX^2)}$
kann

r höchstens etwas über 2 Schuh groß aus-
, und dies wäre der 30te Theil des Halb-
s OC. Für ein größeres CZ würde Z
l ) des Papieres fallen. Gesetzt nun, man
auf dem Papiere 100000 Theilchen des
ers verzeichnen, ohne daß man den ganzen
er selbst vor sich hätte, so überlege man,
jene 2 ) dem 30ten Theile des
essers OC ch , sie 3333$\frac{1}{3}$ Hundert-
heilchen sselben etragen müßten, daß
ene 2 Sc f dem Papiere in 3333$\frac{1}{3}$
also einen auf dem Papiere in
1666 Theile theilen mü , um beim Abfassen der
Werthe von CZ, 100000 Theilchen des Halbmessers
OC vor sich zu haben.

Da es aber beschwerlich seyn würde, zu dieser Absicht einen Schuh in 1666 Theile zu theilen, so überlege man, daß, weil 1000 solcher Theile betragen würden $\frac{1000}{1666}$ eines Schuhes, oder 0,6002 desselben, man nur nöthig haben wird, etwa 0,6 eines Schuhes, also 6 Decimalzoll in 1000 Theile einzutheilen, und jede solche 1000 Theile, so weit es die Größe des Papiers verstattet, nach Art eines verjüngten Maaßstabes nach einander hinzutragen; da würden denn die Theilchen dieses Maaßstabes

sich

h auf 100000 Theilchen des Halbmessers OC
stehen.

Zus. VII. Wenn die Größe eines Blatt
apieres, worauf die Projection von einem Stücke
r Erdfläche gemacht werden soll, vorgegeben ist,
d man hat den Werth von CZ für den von
r Mitte C der Charte am weitesten weg zu
gen kommenden Punkt Z berechnet, so kann man
raus die ohngefähre Größe des Halbmessers
C beurtheilen. Es sey die halbe Breite des
pieres = a, die halbe Höhe = b, so ist
$\sqrt{}(a^2 + b^2)$ die größte Linie, welche von der
itte des Papieres aus gezogen werden kann.
ätte man nun das größte CZ = $\mu$ . OC
o $\mu$ einen Decimalbruch, wie den 0,15410 im
n Beyspiele (2.) bedeute) gefunden, und soll
s CZ auf dem Papiere Platz haben, so darf
C nicht größer, als $\sqrt{}(a^2 + b^2)$ seyn, also

$$OC = \frac{\sqrt{}(a^2+b^2)}{\mu}$$

Gesetzt, es wäre a = b = 1 Fuß, und
Z = 0,125 . OC, so muß OC = $\frac{\sqrt{}2}{0,125}$
$\frac{1,4142}{0,125}$, oder = 11,1 Fuß seyn; wenn man
e die Projection für einen Halbmesser OC von

10 Fußen machte, so würde Z nicht allein vollkommen auf das vorgegebene Blatt Papier fallen, sondern auch noch Platz für die Einfassung und den Rand der Charte übrig bleiben.

Diese Betrachtungen sind für die Ausübung wichtig, weil sie zeigen, wie sich die Größe des Papiers, worauf man ein Stück der Erdfläche entwerfen will, nach dem Halbmesser OC der Projection, und der Ausdehnung des zu entwerfenden Stücks selbst richtet, oder auch, wie der Halbmesser der Projection, nach der Größe des Papieres, und des zu entwerfenden Stücks proportionirt werden kann, damit keine Punkte der Projection, wie Z, ausserhalb des Papieres fallen.

Zus. VIII. Da der Halbmesser OC in 859,430 Theile getheilt werden müßte, wenn man den Werth einer Meile für die zu entwerfende Charte bekommen wollte, so erhellet, daß, wenn OC z. E. in 100000 Theile eingetheilt worden wäre, man nur $\frac{100000}{859}$, d. h. 116,35 solcher Theile abfassen müßte, um auf dem Papiere die Größe einer Meile zu erhalten. Da es aber nicht rathsam seyn würde, diese Größe mehrere mahle neben einander auf dem Papiere hinzutragen, um einen ganzen Meilenmaaßstab zu erhalten, so faßt man lieber sogleich 11635 Theile des Halbmessers

sers OC, als den Werth von 100 Meilen und theilt den Raum in 100 Theile, so bes ımt man die einzeln Meilen, so wie den ganzen raßstab, genauer, als durch das Aneinanders ʒen der einzelnen Meilen, welches nie s Ganze richtig geben kann.

Zus. IX. Wenn man, nach dem Verfahs n (Zus. I.), auf den Projectionen verschies ner Parallelkreise, die Punkte, wie Z, bestimmt t, welche einer und derselben geographischen nge λ zugehören, so liegen diese sämmtlich in r Projection qZn eines Meridians QzU, wels er um den Winkel λ, von dem mittelsten HQW, ssen Projection durch die gerade Linie HC abs bildet wird, absteht. Man darf also diese unkte Z, nur durch einen zusammenhängenden ng aus freyer Hand, oder vermittelst der obigen Berkzeuge (§. 18. X.) verbinden, so kann durch e der Kreisbogen qZn, oder die Projection ns vorgegebenen Meridians QzU verzeichnet erden.

Dieses Verfahren dient, einen Meridian qZn t entwerfen, der sich aus seinem Mittelpunkte lbst nicht bequem beschreiben ließe. Die Pros ectionen der Parallelkreise haben gewöhnlich kleinere Halbmesser, als die der Meridiane, und lassen sich

also

her aus ihren Mittelpunkten ziehen.
t auch dies nicht angienge, so würde
das obige Verfahren, wodurch (§. 72. Z
e, wie Z, sowohl zur Verzeichnung d
en, als Meridiane, gefunden werden l
sich anwenden lassen.

Zus. X. Freylich wird diese Arbeit
beschwerlich ausfallen. Indessen bleiben
Formeln zur Bestimmung der Werthe, wodur
die Punkte Z verzeichnen kann, immer
Größen während der Rechnung unverän
z. E. in der Formel (§. 72. XIX.)

$\cos\alpha = \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon$ co

bleiben die Produkte $\sin\varepsilon \sin\eta$; $\cos\varepsilon$ c
und folglich auch ihre Logarithmen, so lan
selben, als man Punkte Z auf einem und dem
Parallelkreise, und nur für die unterschi
Werthe von $\lambda$ sucht, welches denn die Rechn
sehr erleichtert.

Zus. XI. Hätte man die Parallelkrei
ihren Mittelpunkten selbst beschreiben könne
müssen dennoch zur Ziehung der Meridiane,
qZn, Punkte Z in diesen Parallelkreisen be
werden, welche einerley Längen, oder gl
Werthen von $\lambda$ zugehören. Allein man brauch
dann etwa nur auf den beyden äussersten und

m

...en Parallelkreise des zu entwerfenden ...nischen Netzes, solche zu einerley Länge λ ge...rigen Punkte Z zu bestimmen, so kann durch ... 3 solche zusammengehörige ein Meridian, ver...telst des Werkzeugs (§. 18. X, α.) durchgeführt ...den, und dieser Meridian wird denn auch die ...igen Parallelkreise in den gehörigen Punkten Z, ...chen gleiche λ entsprechen, durchschneiden, und ...lich auch diese Parallelen in ihre Grade ge...ge abtheilen. Bey dem Gebrauche des Werk...zeugs (§. 18. X. β.) mögten drey Punkte wohl ...t hinlänglich seyn. Man könnte alsdann etwa ... 5 Parallelen solche zusammengehörige Punkte ...eichnen, und die Meridiane durchführen.

§. 75.

Indessen kann man die Zeichnung eines Me...ans, welcher um λ Grade von dem mittelsten ... Charte absteht, und folglich alle Parallelkreise ... Punkten Z durchschneidet, welche sämmtlich glei...n Längen zugehören, vielleicht noch bequemer auf ...gende Art bewerkstelligen.

1. Es sey (Fig. LIV.) qZn die Projection ... dem Theile QzU eines Meridians, welcher ... λ Grade von dem QWT, dessen Projection auf ... Tafel die gerade Linie HCT ist, abstehe, und

n sey auf der Durchschnittslinie Xr der Tafel mit der Ebene ORW, die Projection des Punkts des Meridians, wo solcher in den größten Kreis ORW einschneidet.

2. Man heiße den Bogen UW, welcher sich aus dem rechtwinkl. sphärischen Dreyecke UWQ, in welchem der Winkel bey W = 90°, der Bogen QW = $\varepsilon$, und der Winkel UQW = $\lambda$ ist, ergiebt, = $\vartheta$: so ist nach der sphärischen Trigonometrie tang WU, oder

$$\text{tang}\,\vartheta = \text{tang}\,\lambda\ \text{sin}\,\varepsilon.$$

3. Nun sey (Fig. LV.) qZn der zu zeichnende Meridian, und die Bedeutung der Buchstaben q, C, n, wie die in der LIVten Figur.

4. Man gedenke sich in n eine Tangente des Meridians, und n$\gamma$ darauf senkrecht, so liegt der Mittelpunkt c der Projection qZn, in der geraden Linie n$\gamma$. nc sey also der Halbmesser der Projection qZn, so ist nach (§. 69. 4.)

$$cn = \frac{r}{\text{sin}\,\varepsilon\ \text{sin}\,\lambda} = \frac{r}{\text{cos}\,\psi}\ (\text{das. } 3.)$$

5. Man ziehe weiter cK senkrecht auf die Verlängerung von qC, und ck senkrecht auf die Verlängerung von nC, so ist nach (§. 69. Zus. III.)

$$kc = KC = \frac{r}{\text{tang}\,\varepsilon}$$

6. Fer-

6. Ferner Cn (Fig. LIV.) = OC . tang COn, weil OCn ein rechtwinklichtes Dreyeck ist. Aber OC = r, und der Winkel COn = WOU = $\frac{1}{2}$ ϑ, weil er als ein Peripheriewinkel zu seinem Maaße den halben Bogen UW = ϑ hat, worauf er steht. Demnach

$$Cn = r \,.\, \text{tang}\, \tfrac{1}{2}\, \vartheta.$$

7. Auch (Fig. LV.) in dem rechtwinklichten Dreyecke nkc

$$\text{sin knc} = \frac{kc}{cn} = \frac{KC}{cn} = \frac{\text{cos}\,\psi}{\text{tang}\,\varepsilon} \;(4.\ 5.)$$

oder cos ψ aus (§. 69. 4.) genommen, und den Winkel knc oder Cnc = ζ gesetzt

$$\text{sin}\,\zeta = \frac{\text{sin}\,\lambda\ \text{sin}\,\varepsilon}{\text{tang}\,\varepsilon} = \text{cos}\,\varepsilon\ \text{sin}\,\lambda$$

8. Dieser Winkel ζ bestimmt nun die Lage des Halbmessers nc gegen die Linie Cn (6.) und ist also leicht aus λ und ε berechnet.

9. Nun sey Z ein beliebiger Punkt des Meridians, und auf den Halbmesser cn die Linie ZG senkrecht, so wie Zu senkrecht auf die an n gezogene Tangente nτ, so ist, wenn man GZ = nu = y, Zu = Gn = x, und den Halbmesser nc = R setzt, aus den Eigenschaften des Kreises

$$2R - x : y = y : x \text{ oder}$$

$$y^2 = 2Rx - x^2.$$

 10. Man

…o. Man kann demnach für jedes auf der …e nτ angenommene nu = y den zugehöri… …rth von x = Zu berechnen, oder auch, …an will, x nach Gefallen annehmen, und … y berechnen.

11. Gewöhnlich ist der Halbmesser nc so groß, daß man … Produkt 2Rx ohne merklichen Fehler das x … glassen kann, und also beynahe

$$y^2 = 2Rx$$

oder $x = \frac{y^2}{2R}$ setzen …nn.

12. Der letztere Fall ereignet sich allemahl, wenn der Meridian qZn aus seinem Mittelpunkte c selbst nicht beschrieben werden kann, wenn c zu weit hinaus fällt, und also der Bogen qZn nur wenig Krümmung hat, wie z. E. der Fall ist, wenn man kein großes Stück der Erdfläche, z. E. nur ein einzelnes Land, und zwar für einen ziemlich großen Halbmesser r, stereographisch entwerfen will. Wird ein großes Stück der Erde entworfen, und soll solches auf einem vorgegebenen Blatt Papiere Raum haben, so wird der Halbmesser r nie sehr groß angenommen werden dürfen, und die meisten Meridiane, ausser denen, die etwa zunächst um den mittel-

ittelsten qC zu liegen kommen, werden sich aus jenen Mittelpunkten selbst beschreiben lassen.

13. Uebrigens brauchen nur für wenige Punkte die Abscissen nu, und Ordinaten Zu berechnet zu werden, nur für so viele, daß man den Bogen qu mit hinlänglicher Genauigkeit, vermittelst der oben beschriebenen Werkzeuge, verzeichnen kann.

14. Begreiflich braucht man nur allemahl $u' = nu$ und senkrecht darauf $u'z = uZ$ zu nehmen, so ist auch z ein Punkt in dem zu beschreibenden Bogen.

15. Uebrigens kann man auch aus der von n nach dem zu bestimmenden Punkte Z angenommenen Sehne nZ die Abscisse Gn berechnen, und Z durch Gn und nZ verzeichnen, wie oben (§. 18. X. 29.) gezeigt worden. Heißt man nemlich den Halbmesser des zu zeichnenden Bogens $Zn = R = \frac{r}{\sin\varepsilon \sin\lambda}$ (4.), so ist nach (a. a. O. X. 30.)

$$Gn = \frac{Zn^2}{2R} = \frac{\frac{1}{2} Zn^2 . \sin\varepsilon \sin\lambda}{r}$$

Nun nehme man $nZ = \frac{m}{1000} r$, wie oben (§. 18. X. 31.), so hat man

$$Gn = \frac{\frac{1}{2} m^2 . \sin\varepsilon}{1000000} . r \sin\lambda$$

d. h.

d. h. Es faßt so viele Milliontheilchen des Halbmessers r, als das Product $\frac{1}{2} m^2 \sin \varepsilon \sin \lambda$ ganze Einheiten enthält.

16. Es sey $\mu\Lambda\nu$ die Projection eines Parallels. Schneidet nun der Meridian qZn diesen Parallel in S, so ist der Bogen AS die Projection von so vielen Graden des Parallels, als nun so viele der Meridian qZn vom mittelsten Meridian qC der Charte absteht. Wenn man also $\lambda = 1^\circ$; $2^\circ$; $3^\circ$ u. s. w. setzt, so werden die projicirten Meridiane, die Projectionen der Parallelkreise, von Graden zu Graden eintheilen.

Zusatz. Diese Eintheilung der Parallelkreise in perspectivische Grade kann auch durch Hülfe der sogenannten Theilkreise bewerkstelligt werden, welches Verfahren insbesondere Hr. Hase (*Sciagraphia integri tract. de constructione mapparum etc. et in specie de projectionibus sphaerarum.* Lips. 1717.) als vortheilhaft empfohlen hat. Daher ich hier auch einen Begriff davon beybringen muß:

1. Es sey (Fig. LVI.) die Bedeutung der Buchstaben H, O, Q, W, C, T, a, z, b, wie in (Fig. LIV.), und $\alpha\zeta\beta$ sey ein Kreis, dessen Pol O, und dessen Abstand von O, dem des Kreises azb von seinem Pole Q gleich ist. $\alpha\beta$ sey

der

Durchmesser, und zugleich die Durchschnitts-linie der Ebene des Kreises $\alpha\zeta\beta$ mit dem größten Kreise OHWT, so liegt das Centrum $\gamma$ des Kreises $\alpha\zeta\beta$ in dem Durchschnitte des Halbmessers OC mit dem Durchmesser $\alpha\beta$, und OC steht senkrecht auf $\alpha\beta$, so wie CQ senkrecht auf ba.

Durch die drey Punkte Q, z, O lege man einen Kreis, welcher die Ebene OHQWT in der geraden Linie QO, und den Kreis $\alpha\beta$ in $\zeta$ durchschneide. Ich behaupte, die Bögen $\alpha\zeta$ und az, in den beyden Kreisen $\alpha\zeta\beta$ und azb, werden von gleicher Größe seyn.

2. Um dies zu beweisen, seyen m, $\mu$ die Durchschnittspunkte der geraden Linie QO, mit den beyden Durchmessern ba, $\beta\alpha$. Man ziehe von m, $\mu$ nach z und $\zeta$ die geraden Linien mz, $\mu\zeta$, so wie nach z und $\zeta$ die Halbmesser gz, $\gamma\zeta$, so sind $\mu\zeta$, mz die Durchschnittslinien der Ebene des Kreises Qz$\zeta$O, mit den beyden Kreisen $\alpha\zeta\beta$, azb.

3. Hier sind nun erstlich die beyden Dreyecke Qgm, O$\gamma\mu$ einander gleich, weil O$\gamma$ = Qg (wegen des gleichen Abstandes beyder Kreise von ihren Polen), dann die Winkel COQ = CQO (in dem gleichschenkl. Dreyecke OCQ) und O$\gamma\mu$ = Qgm = 90°. Also sind auch die beyden Winkel Qmg = O$\mu\gamma$, und mg = $\mu\gamma$.

4. Man

4. Man gedenke sich um den ... liche Ecke, welche durch die drey ebenen ... Qma, amz und Qmz gebildet wird, ... aus der Spitze dieses körperlichen Winkels, welche bey (Fig. LVII.) besonders gezeichnet ist, ... einem beliebigen Halbmesser, die drey Kreis... ks, sr, kr, als Maaße der ebenen Winkel, welche die körperliche Ecke bilden, beschrieben, so hat man ein sphärisches Dreyeck ksr, in welchem der Winkel rks dem Neigungswinkel der Ebene Qm... d. h. der Ebene des Kreises $Qz\zeta O$, gegen die Ebene des größten Kreises WHOT gleich ist; diesen Neigungswinkel heiße k. Der sphärische Winkel ksr ist $= 90°$, weil die Ebene Qma auf der amz, oder auf der Ebene des Kreises azb senkrecht steht; der Winkel Qma, dessen Maaß der Bogen ks ist, heiße m, so hat man in dem rechtw. sphärischen Dreyecke ksr

$$\tang.\,rs = \tang\,rks.\,\sin ks \text{ oder}$$
$$\tang.\,amz = \tang k.\,\sin m.$$

Völlig auf eine ähnliche Art hat man für die körperliche Ecke bey $\mu$, mit der man eben so, wie mit der bey m verfahre,

$$\tang.\,\alpha\mu\zeta = \tang k.\,\sin\mu$$

wo $\mu$ den Winkel $O\mu\alpha$ (so wie m den Qma) bedeute.

Aber

Aber die eben genannten Winkel Qma und $\mu\alpha$ sind einander gleich (3.), also m = $\mu$, mithin tang. amz = tang. $\alpha\mu\zeta$, folglich die beyden Winkel amz, $\alpha\mu\zeta$ einander gleich.

5. Nunmehr hat man in den beyden Dreyecken gmz, $\gamma\mu\zeta$; $\gamma\mu$ = mg (3.), $\gamma\zeta$ = gz (als Halbmesser gleicher Kreise) und die Winkel bey m und $\mu$ einander gleich (4.); also $\Delta\gamma\mu\zeta$ = $\Delta$gmz; und die Winkel $\mu\gamma\zeta$, mgz, am Mittelpunkte beyder Kreise $\alpha\zeta\beta$, azb einander gleich, folglich auch deren Maaße, die Bögen $\beta\zeta$, bz, welche überdem mit gleichen Halbmessern beschrieben sind. Daraus denn endlich auch die Bögen $\alpha\zeta$, az, als die Ergänzungen jener zu 180°, mithin auch die Winkel $\alpha\gamma\zeta$, agz einander gleich seyn müssen.

6. Nunmehr gedenke man sich von O durch einen jeden Punkt des Umfangs des Kreises $\alpha\zeta\beta$ gerade Linien bis an die Tafel gezogen, so würde sich auf der Ebene dieser Tafel HRT (Fig. LIV.) eine Projection von dem Kreise $\alpha\zeta\beta$ bilden, welche ebenfalls ein Kreis seyn muß, weil die Tafel auch den Punkt O zum Pole hat, und also mit der Ebene des Kreises $\alpha\zeta\beta$ (1.) gleichlaufend ist. Dieser Projection Halbmesser wird die Linie CA (Fig. LVI.) seyn, wo die Verlängerung von O$\alpha$ in die

ver-

4. Ma

che Ecke,

)ma, a

us der

ey (F

inem

ss, s

ie f

ein

tel

b.

b

$\alpha =$



der Ebene dieses Kreises mit der Tafel, so
.. man leicht einsehen, daß dieses eine gerade,
rch q und ʒ (Fig. LVIII.) gehende Linie
ı muß, weil q und ʒ beyde in der Ebene der
el liegen, und q, ʒ die Projectionen von den
ıkten Q und ς sind.

10. Da nun auch der Punkt z in dem Um-
ge des Kreises QzςO ist, so wird auch dessen
jection in die gerade Linie qʒ (9.) fallen
seu.

11. Ist nun F auf der Linie CL (8.) der
ttelpunkt der Projection des Parallels azb, so
hreibe man mit dem Halbmesser FA =
(tang $\frac{1}{2}$ ($\varepsilon+\eta$) — tang $\frac{1}{2}$ ($\varepsilon-\eta$)) = ρ
71. 13., wo man zugleich die dortige Figur mit
gegenwärtigen vergleiche) einen Kreis, um diese
ojection vorzustellen, so wird bey Z, wo qʒ in
sen Kreis einschneidet, die Projection von dem
nkte z des Parallels azb (1.) seyn.

12. Auf eine ähnliche Art kann man die Pro-
on eines jeden andern Punktes des Parallels
(1.) auf dem mit dem Halbmesser FA auf der
el beschriebenen Kreise bestimmen, wo denn zu
legen ist, daß allemahl der Winkel ACʒ =
ʒ = agz (5. 7.) = λ = dem Unterschiede
Mittagskreises des Punktes z von dem mittel-

sten

verlängerte CT einschneidet. Ist nun des Kreises $\alpha\zeta\beta$ Abstand vom Pole O, dem des Kreises anb von seinem Pole Q gleich (1.), also $= \eta$ (§. 72.), so ist der Halbmesser $\gamma\alpha$ dieses Kreises $= r \cdot \sin \eta$ und $C\gamma = r \cos \eta$, also $O\gamma = r (1 - \cos \eta)$. Demnach wegen $O\gamma : \gamma\alpha = OC : C\mathfrak{A}$ oder

$$1 - \cos \eta : \sin \eta = r : C\mathfrak{A}$$

$$C\mathfrak{A} = \frac{r \sin \eta}{1 - \cos \eta} = r \cot \tfrac{1}{2} \eta.$$

(Trig. S. XII. 28.).

7. Mit diesem Halbmesser C𝔄 sey nun (Fig. LVIII.) ein Kreis beschrieben, welcher demnach die Projection des Kreises $\alpha\zeta\beta$ vorstelle, und 𝔄 sey auf diesem Kreise insbesondere die Projection des Punktes $\alpha$, so wie denn der Durchmesser 𝔄CL die Durchschnittslinie des Meridians OHWT (Fig. LIV.) mit der Ebene dieser Projection sey. Der Punkt 𝔃 im Umfange des Kreises, sey des Punktes $\zeta$ Projection, so muß der Winkel AC𝔃 $=$ $\alpha\gamma\zeta$ seyn, wie leicht einzusehen ist.

8. In dieser Linie CL, muß nun auch der Punkt q, die Projection des Poles Q (Fig. LIV.), sich befinden.

9. Man gedenke sich ferner von O (Fig. LVI.), in der Ebene des Kreises O$\zeta$zQ, gerade Linien nach Q, z, $\zeta$ gezogen; und nun die Durchschnitts-

linie

linie der Ebene dieses Kreises mit der Tafel, so wird man leicht einsehen, daß dieses eine gerade, durch q und ȝ (Fig. LVIII.) gehende Linie seyn muß, weil q und ȝ beyde in der Ebene der Tafel liegen, und q, ȝ die Projectionen von den Punkten Q und ς sind.

* 10. Da nun auch der Punkt z in dem Umfange des Kreises Qzς O ist, so wird auch dessen Projection in die gerade Linie qȝ (9.) fallen müssen.

11. Ist nun F auf der Linie CL (8.) der Mittelpunkt der Projection des Parallels azb, so beschreibe man mit dem Halbmesser FA $=$ $\frac{1}{2} r\ (\text{tang}\ \frac{1}{2}(\varepsilon+\eta) - \text{tang}\ \frac{1}{2}(\varepsilon-\eta)) = \rho$ (§. 71. 13., wo man zugleich die dortige Figur mit der gegenwärtigen vergleiche) einen Kreis, um diese Projection vorzustellen, so wird bey Z, wo qȝ in diesen Kreis einschneidet, die Projection von dem Punkte z des Parallels azb (1.) seyn.

12. Auf eine ähnliche Art kann man die Projection eines jeden andern Punktes des Parallels azb (1.) auf dem mit dem Halbmesser FA auf der Tafel beschriebenen Kreise bestimmen, wo denn zu überlegen ist, daß allemahl der Winkel ACȜ $=$ $\alpha\gamma\varsigma$ $=$ agz (5. 7.) $= \lambda =$ dem Unterschiede des Mittagskreises des Punktes z von dem mittel-

sten

sten Meridian der Charte, welcher durch die gerade Linie HT abgebildet wird, genommen werden muß.

13. Man theile demnach den Umfang des Kreises AZL auf die gewöhnliche Art in Grade ein, und ziehe aus q, durch alle Theilpunkte gerade Linien; wo diese in den Umfang des mit dem Halbmesser FA beschriebenen Kreises, als der Projection des Parallels azb, einschneiden, da theilen sie diese Projection in perspectivische Grade ein, und jeder Bogen, wie AZ, stellt die Projection des Bogens az des Parallels vor, welcher demnach so viel perspectivische Grade der Länge ausdrückt, als um so viele der Punkt z von dem mittelsten Meridian der Charte entfernt ist. In so ferne demnach dieser Kreis AZL dient, den perspectivischen Parallel BAZ in seine Grade der Länge einzutheilen, nennt man AZL den Theilungskreis (*Circulus divisor*).

Dieser Theilungskreis hat zu seinem Mittelpunkte C, den Mittelpunkt der Tafel; man kann aber auch einen andern Theilungskreis, dessen Mittelpunkt nicht in die Mitte der Tafel, sondern in einen beliebigen andern Punkt c der geraden Linie AL fällt, auf folgende Art bestimmen.

14. Man ziehe durch c bis an qZ die Linie cξ parallel mit CZ, wo CZ eine beliebige Anzahl

von

en Graden auf dem Kreise 𝔄𝔅L abschneide, so wird die Weite c$\xi$ der Halbmesser des verlangten Theilkreises h$\xi\varepsilon$ seyn. Denn wegen der Winkel hc$\xi$ = 𝔄C𝔅 = $\lambda$ sind die beyden Bögen h$\xi$, 𝔄𝔅 einander ähnlich, und fassen eine gleiche Anzahl von Graden. Um demnach den Punkt Z in dem Parallele um F zu finden, ist es einerley, ob man auf dem Kreise um C, von 𝔄 nach 𝔅 eine Anzahl von Graden = $\lambda$ nimmt, und q𝔅 ziehet, oder auf dem Kreise um c, von h nach $\xi$, $\lambda$ Grade abzählt, und q$\xi$ zieht, weil q, Z, $\xi$, 𝔅 in einer einzigen geraden Linie liegen. Es kommt also darauf an, den Halbmesser c$\xi$ durch Rechnung zu finden.

15. Man setze demnach des Punktes c (13.) Weite von C, oder dem Mittelpunkte der Tafel = e, den Halbmesser c$\xi$, oder ch = u, so ist erstlich cq = Cq − e = r tang $\frac{1}{2}\varepsilon$ − e; Nun ferner

Cq : C𝔅 = cq : c$\xi$ oder u,

also wegen Cq = r tang $\frac{1}{2}\varepsilon$; und C𝔅 = C𝔄 = r cot $\frac{1}{2}\eta$ (6.) der Werth von

$$u = \frac{(r \tan\frac{1}{2}\varepsilon - e)\cot\frac{1}{2}\eta}{\tan\frac{1}{2}\varepsilon}.$$

16. Wollte man lieber den Punkt h, durch welchen der Theilungskreis gehen sollte, als gegeben anse-

ansehen, so setze man hC = f, also Co oder cm hc − f = u − f, so wird (14)

$$u \tan \tfrac{1}{2} \varepsilon = (r \tan \tfrac{1}{2} \varepsilon - (u - f)) \cot \tfrac{1}{2} \eta$$

woraus sich findet

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \varepsilon + f) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

17. Diese allgemeine Formel für den Halbmesser des Theilungskreises auf einige besondern Fälle anzuwenden, so setze man

Z. E. α) Es solle der Theilungskreis durch den Mittelpunkt C der Tafel gehen, so wäre f = 0. Demnach für diesen Fall

$$u = \frac{r \tan \frac{1}{2} \varepsilon \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

welches sich, wenn man tang $\frac{1}{2} \varepsilon$ durch $\frac{\sin \frac{1}{2} \varepsilon}{\cos \frac{1}{2} \varepsilon}$, und cot $\frac{1}{2} \eta$ durch $\frac{\cos \frac{1}{2} \eta}{\sin \frac{1}{2} \eta}$ ausdrückt, in

$$u = \frac{r \sin \frac{1}{2} \varepsilon \cos \frac{1}{2} \eta}{\cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)}$$

verwandelt, und sich leicht durch Logarithmen berechnen läßt.

β) Sollte der Theilungskreis durch den Punkt A gehen, so muß man Ch, oder

f =

10. Man kann demnach für jedes auf der Tangente nτ angenommene nu = y den zugehörigen Werth von x = Zu berechnen, oder auch, wenn man will, x nach Gefallen annehmen, und daraus y berechnen.

11. Gewöhnlich ist der Halbmesser nc so groß, daß man gegen das Produkt 2Rx ohne merklichen Fehler das $x^2$ weglassen kann, und also beynahe

$$y^2 = 2Rx$$

oder $x = \frac{y^2}{2R}$ setzen kann.

12. Der letztere Fall ereignet sich allemahl, wenn der Meridian qZn aus seinem Mittelpunkte c selbst nicht beschrieben werden kann, wenn c zu weit hinaus fällt, und also der Bogen qZn nur wenig Krümmung hat, wie z. E. der Fall ist, wenn man kein großes Stück der Erdfläche, z. E. nur ein einzelnes Land, und zwar für einen ziemlich großen Halbmesser r, stereographisch entwerfen will. Wird ein großes Stück der Erde entworfen, und soll solches auf einem vorgegebenen Blatt Papiere Raum haben, so wird der Halbmesser r nie sehr groß angenommen werden dürfen, und die meisten Meridiane, ausser denen, die etwa zunächst um den

mittel-

ittelsten qC zu liegen kommen, werden sich aus
ten Mittelpunkten selbst beschreiben lassen.

13. Uebrigens brauchen nur für wenige Punkte
e Abscissen nu, und Ordinaten Zu berechnet zu
rden, nur für so viele, daß man den Bogen qn
t hinlänglicher Genauigkeit, vermittelst der oben
schriebenen Werkzeuge, verzeichnen kann.

14. Begreiflich braucht man nur allemahl
$' = nu$ und senkrecht darauf $u'z = uZ$ zu neh-
n, so ist auch z ein Punkt in dem zu beschreiben-
n Bogen.

15. Uebrigens kann man auch aus der von n
h dem zu bestimmenden Punkte Z angenommenen
hne nZ die Abscisse Gn berechnen, und Z durch
n und nZ verzeichnen, wie oben (§. 18. X. 29.)
eigt worden. Heißt man nemlich den Halbmesser

zu zeichnenden Bogens $Zn = R = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda}$

.), so ist nach (a. a. O. X. 30.)

$$Gn = \frac{Zn^2}{2R} = \frac{\frac{1}{2} Zn^2 . \sin \varepsilon \sin \lambda}{r}$$

n nehme man $nZ = \frac{m}{1000} r$, wie oben

. 18. X. 31.), so hat man

$$Gn = \frac{\frac{1}{2} m^2 . \sin \varepsilon}{1000000} . r \sin \lambda$$

d. h.

kann aber höchstens etwas über 2 Schuh groß aus-fallen, und dies wäre der 30te Theil des Halbmessers OC. Für ein grösseres CZ würde Z ausserhalb des Papieres fallen. Gesetzt nun, man wollte auf dem Papiere 100000 Theilchen des Halbmessers verzeichnen, ohne daß man den ganzen Halbmesser selbst vor sich hätte, so überlege man, daß, weil jene 2 Schuh dem 30ten Theile des Halbmessers OC gleich sind, sie $3333\frac{1}{3}$ Hunderttausendtheilchen desselben betragen müßten, daß man also jene 2 Schuh auf dem Papiere in $3333\frac{1}{3}$ Theile, also einen Schuh auf dem Papiere in 1666 Theile theilen müßte, um beim Abfassen des Werthe von CZ, 100000 Theilchen des Halbmessers OC vor sich zu haben.

Da es aber beschwerlich seyn würde, zu dieser Absicht einen Schuh in 1666 Theile zu theilen, so überlege man, daß, weil 1000 solcher Theile betragen würden $\frac{1000}{1666}$ eines Schuhes, oder 0,6002 desselben, man nur nöthig haben wird, etwa 0,6 eines Schuhes, also 6 Decimalzoll in 1000 Theile einzutheilen, und jede solche 1000 Theile, so weit es die Grösse des Papiers verstattet, nach Art eines verjüngten Maaßstabes nach einander hinzutragen; da würden denn die Theilchen dieses Maaßstabes

sich

sich auf 100000 Theilchen des Halbmessers OC beziehen.

Zus. VII. Wenn die Größe eines Blatt Papieres, worauf die Projection von einem Stücke der Erdfläche gemacht werden soll, vorgegeben ist, und man hat den Werth von CZ für den von der Mitte C der Charte am weitesten weg zu liegen kommenden Punkt Z berechnet, so kann man daraus die ohngefähre Größe des Halbmessers OC beurtheilen. Es sey die halbe Breite des Papieres $= a$, die halbe Höhe $= b$, so ist $\sqrt{(a^2 + b^2)}$ die größte Linie, welche von der Mitte des Papieres aus gezogen werden kann. Hätte man nun das größte $CZ = \mu \cdot OC$ (wo $\mu$ einen Decimalbruch, wie den 0,15410 in dem Beyspiele (2.) bedeute) gefunden, und soll dies CZ auf dem Papiere Platz haben, so darf CZ nicht größer, als $\sqrt{(a^2+b^2)}$ seyn, also

$$OC = \frac{\sqrt{(a^2+b^2)}}{\mu}$$

Gesetzt, es wäre $a = b = 1$ Fuß, und $CZ = 0{,}125 \cdot OC$, so muß $OC = \frac{\sqrt{2}}{0{,}125}$ $= \frac{1{,}4142}{0{,}125}$, oder $= 11{,}1$ Fuß seyn; wenn man also die Projection für einen Halbmesser OC von

20 Fußen machte, so würde Z nicht allein [illegible] kommen auf das vorgegebene Blatt Papier fallen, sondern auch noch Platz für die Einfassung um den Rand der Charte übrig bleiben.

Diese Betrachtungen sind für die [illegible] wichtig, weil sie zeigen, wie sich die Größe des Papiers, worauf man ein Stück der Erdfläche entwerfen will, nach dem Halbmesser OC der Projection, und der Ausdehnung des zu entwerfenden Stücks selbst richtet, oder auch, wie der Halbmesser der Projection, nach der Größe des Papieres, und des zu entwerfenden Stücks proportionirt werden kann, damit keine Punkte der Projection, wie Z, ausserhalb des Papieres fallen.

Zus. VIII. Da der Halbmesser OC in 859,430 Theile getheilt werden müßte, wenn man den Werth einer Meile für die zu entwerfende Charte bekommen wollte, so erhellet, daß, wenn OC z. E. in 100000 Theile eingetheilt worden wäre, man nur $\frac{100000}{859}$, d. h. 116,35 solcher Theile abfassen müßte, um auf dem Papiere die Größe einer Meile zu erhalten. Da es aber nicht rathsam seyn würde, diese Größe mehrere mahle neben einander auf dem Papiere hinzutragen, um einen ganzen Meilenmaaßstab zu erhalten, so faßt man lieber sogleich 11635 Theile des Halbmessers

## Fünftes Kapitel.

## Vorschriften zur Zeichnung der stereographischen Projectionen, nach den verschiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde; Polarprojection, Aequatorialprojection, Horizontalprojection, entweder von einzelnen Stücken der Erdfläche, oder von der völligen Halbkugel.

### §. 76.

### Aufgabe I.

Für eine Halbkugel der Erde eine stereographische Polarprojection zu zeichnen.

Aufl. 1. Wenn man (Fig. LIV.) annimmt, daß das Auge O sich in einem der beyden Erdpole befände, W also der gegenüberstehende Erdpol, mithin die Tafel RHrT die Ebene des Aequators wäre, so würden die Punkte Q und P, mit O und W

der Durchschnittslinie Rr der Tafel mit
e ORW, die Projection des Punktes U
dians, wo solcher in den größten Kreis
nschneidet.

Man heiße den Bogen UW, welcher sich
n rechtwinkl. sphärischen Dreyecke UWQ,
m der Winkel bey $W = 90°$, der Bogen
r UQW $= \lambda$ ist, ergiebt
o ist nach der phärischen Trigonometrie
, oder

$$\text{tang}\, \vartheta = \text{tang}\, \lambda \, \text{sin}\, \varepsilon.$$

3. Nun sey (Fig. IV.) qZn der zu zeichnende ridian, und die Bedeutung der Buchstaben q, C, n, wie die in der LIVten Figur.

4. Man gedenke sich in n eine Tangente des Meridians, und $n\gamma$ darauf senkrecht, so liegt der Mittelpunkt c der Projection qZn, in der geraden Linie $n\gamma$. nc sey also der Halbmesser der Projection qZn, so ist nach (§. 69. 4.)

$$cn = \frac{r}{\text{sin}\, \varepsilon \; \text{sin}\, \lambda} = \frac{r}{\text{cos}\, \psi} \text{ (das. 3.)}$$

5. Man ziehe weiter cK senkrecht auf die Verlängerung von qC, und ck senkrecht auf die Verlängerung von nC, so ist nach (§. 69. Zus. III.)

$$kc = KC = \frac{r}{\text{tang}\, \varepsilon}$$

6. Fer-

6. Ferner Cn (Fig. LIV.) = OC . tang COn, [we]il OCn ein rechtwinklichtes Dreyeck ist. Aber [O]C = r, und der Winkel COn = WOU = $\frac{1}{2}$ ϑ, [we]il er als ein Peripheriewinkel zu seinem Maaße [de]n halben Bogen UW = ϑ hat, worauf er steht. [D]emnach

$$Cn = r \,.\, \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\ \vartheta.$$

7. Auch (Fig. LV.) in dem rechtwinklichten [D]reyecke nkc

$$\text{sin knc} = \frac{kc}{cn} = \frac{KC}{cn} = \frac{\text{cos}\ \psi}{\text{tang}\ \varepsilon}\ (4.\ 5.)$$

[w]er cos ψ aus (§. 69. 4.) genommen, und den [W]inkel knc oder Cnc = ζ gesetzt

$$\text{sin}\ \zeta = \frac{\text{sin}\ \lambda\ \text{sin}\ \varepsilon}{\text{tang}\ \varepsilon} = \text{cos}\ \varepsilon\ \text{sin}\ \lambda$$

8. Dieser Winkel ζ bestimmt nun die Lage des [H]albmessers nc gegen die Linie Cn (6.) und ist so leicht aus λ und ε berechnet.

9. Nun sey Z ein beliebiger Punkt des Meri[di]ans, und auf den Halbmesser cn die Linie ZG [se]nkrecht, so wie Zu senkrecht auf die an n gezo[ge]ne Tangente nτ, so ist, wenn man GZ = nu = y, Zu = Gn = x, und den Halbmesser [n]c = R setzt, aus den Eigenschaften des Kreises

$$2R - x : y = y : x \text{ oder}$$

$$y^2 = 2Rx - x^2.$$

 10. Man

o. Man kann demnach für jedes au der
te $n\tau$ angenommene $nu = y$ den zugehöri
erth von $x = Zu$ berechnen, oder auch,
an will, $x$ nach Gefallen annehmen, und
s $y$ berechnen.

11. Gewöhnlich ist der Halbmesser $nc$ so groß, daß n n Produkt $2Rx$ ohne merklichen Fehl $x^2$ glassen kann, und also beynahe

$$y^2 = 2$$

oder $x = \frac{y^2}{2R}$ nn.

12. Der letztere Fall ereignet sich allemahl, wenn der Meridian $qZn$ aus seinem Mittelpunkte $c$ selbst nicht beschrieben werden kann, wenn $c$ zu weit hinaus fällt, und also der Bogen $qZn$ nur wenig Krümmung hat, wie z. E. der Fall ist, wenn man kein großes Stück der Erdfläche, z. E. nur ein einzelnes Land, und zwar für einen ziemlich großen Halbmesser $r$, stereographisch entwerfen will. Wird ein großes Stück der Erde entworfen, und soll solches auf einem vorgegebenen Blatt Papiere Raum haben, so wird der Halbmesser $r$ nie sehr groß angenommen werden dürfen, und die meisten Meridiane, ausser denen, die etwa zunächst um den

mittel-

[illegible] auf dem Kreise $\mathfrak{AZL}$ abschneide, so [illegible] die Weite $c\xi$ der Halbmesser des verlangten [illegible] kreises $h\xi$ seyn. Denn, wegen der Winkel [illegible] $\mathfrak{A}C\mathfrak{Z} = \lambda$ sind die beyden Bögen $h\xi$, $\mathfrak{AZ}$ [illegible] der ähnlich, und fassen eine gleiche Anzahl von [illegible]. Um demnach den Punkt Z in dem Paral[illegible] E zu finden, ist es einerley, ob man auf [illegible] Kreise um C, von $\mathfrak{A}$ nach $\mathfrak{Z}$ eine Anzahl von [illegible] $= \lambda$ nimmt, und $q\mathfrak{Z}$ ziehet, oder auf [illegible] Kreise um c, von h nach $\xi$, $\lambda$ Grade abzählt, [illegible] $\xi$ zieht, weil q, Z, $\xi$, $\mathfrak{Z}$ in einer einzigen [illegible] Linie liegen. Es kommt also darauf an, [illegible] Halbmesser $c\xi$ durch Rechnung zu finden.

15. Man setze demnach des Punktes c (13.) [illegible] Weite von C, oder dem Mittelpunkte der Tafel [illegible] e, den Halbmesser $c\xi$, oder $ch = u$, so ist [illegible] lich $cq = Cq - e = r \tan \frac{1}{2} \varepsilon - e$; [illegible] ferner

$Cq : C\mathfrak{Z} = cq : c\xi$ oder u,

so wegen $Cq = r \tan \frac{1}{2} \varepsilon$; und $C\mathfrak{Z} = C\mathfrak{A} =$ $\cot \frac{1}{2} \eta$ (6.) der Werth von

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \varepsilon - e) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon}.$$

16. Wollte man lieber den Punkt h, durch [illegible] chen der Theilungskreis gehen sollte, als gegeben

anse-

ansehen, so setze man hC = f, also Cc oder e = hc — f = u — f, so wird (14.)

$$u \tan \tfrac{1}{2}\varepsilon = (r \tan \tfrac{1}{2}\varepsilon - (u - f)) \cot \tfrac{1}{2}\eta$$

woraus sich findet

$$u = \frac{(r \tan \tfrac{1}{2}\varepsilon + f) \cot \tfrac{1}{2}\eta}{\tan \tfrac{1}{2}\varepsilon + \cot \tfrac{1}{2}\eta}$$

17. Diese allgemeine Formel für den Halbmesser des Theilungskreises auf einige besondere Fälle anzuwenden, so setze man

Z. E. $\alpha$) Es solle der Theilungskreis durch den Mittelpunkt C der Tafel gehen, so wäre f = o. Demnach für diesen Fall

$$u = \frac{r \tan \tfrac{1}{2}\varepsilon \cot \tfrac{1}{2}\eta}{\tan \tfrac{1}{2}\varepsilon + \cot \tfrac{1}{2}\eta}$$

welches sich, wenn man $\tan \tfrac{1}{2}\varepsilon$ durch $\frac{\sin \frac{1}{2}\varepsilon}{\cos \frac{1}{2}\varepsilon}$, und $\cot \tfrac{1}{2}\eta$ durch $\frac{\cos \frac{1}{2}\eta}{\sin \frac{1}{2}\eta}$ ausdrückt, in

$$u = \frac{r \sin \tfrac{1}{2}\varepsilon \cos \tfrac{1}{2}\eta}{\cos \tfrac{1}{2}(\varepsilon - \eta)}$$

verwandelt, und sich leicht durch Logarithmen berechnen läßt.

$\beta$) Sollte der Theilungskreis durch den Punkt A gehen, so muß man Ch, oder

f =

Durchmesser, und zugleich die Durch itt
ie der Ebene des Kreises $\alpha\zeta\beta$ mit dem
eise OHWT, so liegt das Centrum $\gamma$ des
$\alpha\zeta\beta$ in dem Durchschnitte des Halbmess
dem Durchmesser $\alpha\beta$, und OC steht senkr
$\alpha\beta$, so wie CQ senkrecht auf ba.

Durch die drey Punkte Q, z, O lege man
n Kreis, welcher die Ebene OHQWT in der
den Linie QO, und den Kreis $\alpha\beta$ in $\zeta$ durch-
eide. Ich behaupte, die Bögen $\alpha\zeta$ und az,
den beyden Kreisen $\alpha\zeta\beta$ und azb, werden von
her Größe seyn.

2. Um dies zu beweisen, seyen m, $\mu$ die
chschnittspunkte der geraden Linie QO, mit
beyden Durchmessern ba, $\beta\alpha$. Man ziehe
m, $\mu$ nach z und $\zeta$ die geraden Linien mz,
so wie nach z und $\zeta$ die Halbmesser gz, $\gamma\zeta$,
ind $\mu\zeta$, mz die Durchschnittslinien der Ebene
Kreises Qz$\zeta$O, mit den beyden Kreisen $\alpha\zeta\beta$, azb.

3. Hier sind nun erstlich die beyden Dreyecke
m, O$\gamma\mu$ einander gleich, weil O$\gamma$ = Qg
gen des gleichen Abstandes beyder Kreise von
n Polen), dann die Winkel COQ = CQO (in
gleichschenkl. Dreyecke OCQ) und O$\gamma\mu$ =
m = 90°. Also sind auch die beyden Winkel
ág = O$\mu\gamma$, und mg = $\mu\gamma$.

4. Man

desselben, den Parallel in seine p
Grade eintheilen.

19. Wollte man mit dem H
$= r \cot \frac{1}{2} \eta$ (6.) aus C den Thei
schreiben, so mögte dies wohl nicht a
CA sehr groß würde, wie sich ereig
klein ist. In diesem Falle zieht ma
den Theilungskreis (17.), dessen Hal
(16. $\beta$), sich leicht durch Logarithm
läßt.

20. Ließe sich aber auch der T
(17.) nicht aus seinem Mittelpunkt
so müßte man ihn, vermittelst de
(§. 18. X.), durch Punkte verzeich
auch bey dem einzutheilenden Para
wäre, wenn dessen Halbmesser zu g

re[illegible] des Poles; wenn demnach dieser sehr [illegible] über das Reisbrett hinausfiele, so würde die Beschreibung der erwähnten Bögen durch [illegible]te, nicht viel nützen. Ueberhaupt sind die [illegible]ungskreise nur alsdann in der Ausübung [illegible]chbar, wenn man sie unmittelbar aus ihren [illegible]telpunkten beschreiben kann, da hingegen, wenn [illegible] sie erst durch Punkte verzeichnen muß, dies [illegible]itläuftig und mühsam ist, und das Ver[illegible] (§§. 73. 74.) kürzer zu dem verlangten [illegible] führet.

[illegible] 20. Die bisherigen Sätze enthalten die [illegible]schriften zur Zeichnung perspectivischer Netze, [illegible]che wir nunmehr im Zusammenhange durch Aufgaben des folgenden Kapitels erläutern [illegible]len.

---

## Fünftes Kapitel.

## Vorschriften zur Zeichnung der stereographischen Projectionen, nach den verschiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde; Polarprojektion, Aequatorialprojection, Horizontalprojection, entweder von einzelnen Stücken der Erdfläche, oder von der völligen Halbkugel.

### §. 76.

### Aufgabe I.

Für eine Halbkugel der Erde eine stereographische Polarprojection zu zeichnen.

Aufl. 1. Wenn man (Fig. LIV.) annimmt, daß das Auge O sich in einem der beyden Erdpole befände, W also der gegenüberstehende Erdpol, mithin die Tafel RHrT die Ebene des Aequators wäre, so würden die Punkte Q und P, mit O und

W

Parallel selbst beschreiben können, welches bey ihm ist, wenn $\rho$ nicht zu groß ausfällt, so kann man um so mehr auch mit dem Halbmesser u, den man von A nach L zu trägt, den Theilungskreis unmittelbar beschreiben, und demnach durch Hülfe desselben, den Parallel in seine perspectivischen Grade eintheilen.

19. Wollte man mit dem Halbmesser CA $= r \cot \frac{1}{2} \eta$ (6.) aus C den Theilungskreis beschreiben, so mögte dies wohl nicht angehen, weil CA sehr groß würde, wie sich ereignet, wenn $\eta$ klein ist. In diesem Falle zieht man also lieber den Theilungskreis (17.), dessen Halbmesser, nach (16. $\beta$), sich leicht durch Logarithmen berechnen läßt.

20. Ließe sich aber auch der Theilungskreis (17.) nicht aus seinem Mittelpunkte beschreiben, so müßte man ihn, vermittelst der Werkzeuge (§. 18. X.), durch Punkte verzeichnen, welches auch bey dem einzutheilenden Parallel der Fall wäre, wenn dessen Halbmesser zu groß ausfiele. Gewöhnlich sind in solchen Fällen nur Stücke von diesen Kreisen zu beschreiben, wie bey Charten, die sich nur über einzelne Länder erstrecken. Man braucht aber bey der Anwendung des Theilungskreises doch immer den Punkt q, oder die Pro-

,8

, δ ꝛc. dergleichen für die Grade der Breite schrei-
ben, um demnächst in jedes einzelne Viereck dieses
Netzes jeden Ort nach Maaßgabe seiner geogra-
phischen Länge eintragen zu können, welches auf
eine ähnliche Art, wie bisher bey andern Netzen
schon gezeigt worden, bewerkstelligt wird.

3. Beweis. Daß bey dieser Projection
erstlich der Pol in die Mitte C der Tafel
muß, ist aus (1.) klar, so wie denn auch,
projicirten Meridiane hier gerade Linien seyn
daraus erhellet, daß das Auge in diesem
der Ebene eines jeden Meridians selbst ist,
die Durchschnittslinien dieser Meridiane m
Aequator, nothwendig die Projectionen der
diane auf die Ebene des Aequators darstellen
Daß endlich die aus C zu beschreibenden P
kreise, die Halbmesser $C\alpha$, $C\beta$, $C\gamma$ ꝛc. habe
sen, folgt daraus, daß für gegenwär
Fall in der allgemeinen Formel für den Halb
der Projection (§. 71. 13.) $\varepsilon = 0$ gesetzt w
muß, weil W (Fig. LIV.) mit Q zusammen
ist (1.), und also jeder Halbmesser des zu
renden Parallels, oder

$$\rho = \tfrac{1}{2} r (\text{tang} \tfrac{1}{2} \eta - \text{tang} (-$$

$$\rho = \tfrac{1}{2} r (\text{tang} \tfrac{1}{2} \eta + \text{tang} \tfrac{1}{2} \eta)$$

d. h. $\rho = r \text{ tang} \tfrac{1}{2} \eta$

mmt man also jeden Bogen, z. E. ra, , allemahl dem Abstande $\eta$ des zu ent- Parallels vom Pole gleich, so sind die a, rRb ꝛc. am Umkreise $= \frac{1}{2} \eta$, und den rechtwinklichten Dreyecken RC$\alpha$, e Werthe C$\alpha$, C$\beta$, C$\gamma$ ꝛc. $=$ r tang $\frac{1}{2} \eta$, Halbmesser der zu projicirenden Paral- muß.

etzt man in die Formel (§. 69. 4.) für sser der Projection eines Meridians eben- o, so wird dieser Halbmesser unendlich, auch hieraus, daß die Meridiane auf ojection gerade Linien seyn müssen.

§. 77.

Ein Stück einer solchen Polar- n, z. E. ABEF, wo ct der mittlere esselben sey, zu zeichnen, wird zwar orkommen, es müßte denn das Stück den Pol selbst seyn, indessen hat es chwierigkeit, weil die Halbmesser C5, C2, mit denen man aus C die Parallel- ... kl ꝛc. beschreiben muß, aus den dieser Parallelkreise vom Pole, d. h. gänzungen ihrer geographischen Breiten, ormel $\varrho = $ r tang $\frac{1}{2} \eta$ sich berechnen

lasse

lassen, wo, wenn man will, die Werthe von $\rho$ in geographischen Meilen, oder in Decimaltheilen des Halbmessers der Erde ausgedrückt werden können. Fiele C so weit hinaus, daß man die Kreise aus ihren Mittelpunkten C nicht selbst beschreiben könnte, so hat man doch erstlich auf dem Meridiane CT die Punkte 2, 3, 4, 5, durch welche die Parallelkreise gehen müssen, indem man den Punkt 2, durch welchen der unterste Parallel kl gehen soll, wo man es am bequemsten findet, in CT annimmt, und darauf die Weiten von 2 nach $3 = C2 - C3$; von 2 nach $4 = C2 - C4$ rc. nimmt, wo C2, C3 rc. sich aus der Formel $r \tan \frac{1}{2} \eta$ berechnen lassen. Da nun für die durch 2, 3, 4 rc. zu ziehenden Parallelkreise die Halbmesser bekannt sind, so kann man so viel Punkte in jedem Parallel nach den schon oft gezeigten Methoden bestimmen, daß sich jeder Bogen, wie mn, kl rc. entweder aus freyer Hand, oder durch die Werkzeuge (§. 18. X. rc.) beschreiben läßt. Da bey dieser Projectionsart zugleich die Winkel der Meridiane an C, den wahren auf der Kugel gleich sind, so ist z. E. für jeden Punkt k, oder auch l, welcher in einem Parallele kl, (dessen Abstand vom Pole $= \eta$), um $\lambda$ Grade der Länge vom mittelsten Meridiane CT absteht, der Winkel $lC2$ oder $kC2 = \lambda$, mithin das Perpendikel von l

oder

$\gamma$, $\delta$ ꝛc. dergleichen für die Grade der Breite schreiben, um demnächst in jedes einzelne Viereck dieses Netzes jeden Ort nach Maaßgabe seiner geographischen Länge eintragen zu können, welches auf eine ähnliche Art, wie bisher bey andern Netzen schon gezeigt worden, bewerkstelligt wird.

3. Beweis. Daß bey dieser Projection erstlich der Pol in die Mitte C der Tafel fallen muß, ist aus (1.) klar, so wie denn auch, daß die projicirten Meridiane hier gerade Linien seyn müssen; daraus erhellet, daß das Auge in diesem Falle in der Ebene eines jeden Meridians selbst ist, und also die Durchschnittslinien dieser Meridiane mit dem Aequator, nothwendig die Projectionen der Meridiane auf die Ebene des Aequators darstellen müssen. Daß endlich die aus C zu beschreibenden Parallelkreise, die Halbmesser $C\alpha$, $C\beta$, $C\gamma$ ꝛc. haben müssen, folgt daraus, daß für gegenwärtigen Fall in der allgemeinen Formel für den Halbmesser der Projection (§. 71. 13.) $\varepsilon = 0$ gesetzt werden muß, weil W (Fig. LIV.) mit Q zusammenfallend ist (1.), und also jeder Halbmesser des zu projicirenden Parallels, oder

$$\rho = \tfrac{1}{2} r (\text{tang}\, \tfrac{1}{2} \eta - \text{tang}\, (-\tfrac{1}{2} \eta))$$

d. h. $\rho = \tfrac{1}{2} r (\text{tang}\, \tfrac{1}{2} \eta + \text{tang}\, \tfrac{1}{2} \eta)$

$$= r\, \text{tang}\, \tfrac{1}{2} \eta$$

wird.

gerade Linie HCT wird die Projection des M
dians OHWT seyn, in dessen Ebene sich das A
oder der Punkt O des Aequators befindet.

2. Hieraus erhellet denn, daß auch der P
q, oder die Projection des Poles Q, in di
Falle mit H zusammenfallen muß; so wie denn
Punkt T zugleich die Projection des entgegeng
ten Poles seyn wird. Auf der stereographi
Aequatorialprojection fallen demnach die Pole
ihre Bilder in den Umfang des größten Kr
RHrT, in welchem die Tafel die Oberfläch
Kugel durchschneidet. HWT ist nun die
Kugelfläche, welche mit ihren Meridianen un
rallelen, so weit sie in diese halbe Kuge
fallen, auf der Ebene der Tafel RHrT abge
werden soll.

3. Man sieht leicht, daß, da die Projec
der Pole jetzt in H und T fallen, ein jeder
cirter Meridian auf der Tafel HRTr, ein
H und T gehender Kreisbogen seyn muß.
jedem Parallelkreise wird die eine Hälfte
Halbkugel HWT, und die andere in die Hal
HOT fallen, daher denn auf der Ebene der
in diesem Falle, nur allemahl die eine Hälfte
jeden Parallels abgebildet werden kann, diese

..., welche in der Halbkugel HWT zu liegen

4. Um nun erstlich die Halbmesser für die ...H und T zu ziehenden Kreisbogen oder Pro... der Meridiane zu finden, so stelle (Fig. ...) der mit dem Halbmesser HC beschriebene ... HRrT die Ebene der Tafel vor, und die ... einander senkrechten Durchmesser HT, Rr ... von der bisherigen Bedeutung. So stellen ... T die Projectionen der Pole vor (2.), und ...rade Linie Rr wird die Projection des ... in dessen Ebene sich das Auge befindet, seyn ...; man theile wieder, wie in der vorherge... Aufgabe, den Umfang des Kreises HRTr, ...eben Quadranten desselben, wie rH, HR rc., ...e einzeln Grade, oder wie hier geschehen ist, ... zu 10 Graden ab.

. Man ziehe wieder, wie im vorigen (§. 77.), die punktirten Linien nach a, b, c, d rc., ...erke ihre Einschnitte auf CH, bey $\alpha$, $\beta$, ... trage hierauf die Entfernungen $C\alpha$, $C\beta$, rc. aus C in o, p, q, r rc, aus C in i, ..., n rc., und aus C in $\omega$, $\pi$, $\varkappa$, $\rho$ rc., ...ie vier Halbmesser CH, CR, CT, Cr ...intheilung bekommen, so sind die Punkte ..., i, k, l rc. diejenigen, durch welche

die

die Parallelkreise, und o, p, q ꝛc., ω, π, ρ ꝛc. diejenigen, durch welche die Meridiane von 10 zu 10 Graden gerissen werden müssen.

6. Um nun die Projection eines beliebigen Parallels, z. E. desjenigen, dessen Abstand vom Pole H = 50° seyn würde, zu zeichnen, so ziehe man aus dem Mittelpunkte C durch d, dem 50ten Grad des Abstandes vom Pole, einen Halbmesser Cd, und verlängere ihn, bis er bey y, in eine unbestimmt durch H gezogene Tangente oder Parallele mit Rr, einschneidet, und trage Cy, aus C in F, auf die Verlängerung von CH, so ist F das Centrum für den durch d zu reissenden Parallelkreis. Man fasse nun die Weite Fδ (5.), oder auch Fd, so kann man damit den Parallel dδϑ, durch den 50ten Grad des Abstandes vom Pole, oder den 40ten Grad der geographischen Breite beschreiben. Nimmt man Cf = CF, so ist auf eine ähnliche Art f das Centrum zu dem Parallelkreise, welcher 50 Grade vom entgegengesetzen Pole T absteht. Auf dieselbe Weise werden die Mittelpunkte und Halbmesser für alle übrigen Parallelkreise durch Zeichnung gefunden; die Theile, welche auf dem mittelsten Meridiane TH sich befinden, nemlich Cα, αβ; Ci, kl ꝛc., stellen allemahl 10 Grade der Breite vor, so wie Co, op,

[illegible] ꝛc. 10 Grade der Länge auf dem projicirten Aequator Rr.

7. Um einen gegebenen Meridian, z. E. durch ρ den 40ten Grad der Länge, von dem mittlern HT angerechnet, zu zeichnen, so zähle man von H nach a, auf dem Umfange des Halbkreises TrH, 80 Grade ab, doppelt so viel, als nemlich der Unterschied des zu zeichnenden Meridians von dem mittlern HT beträgt, und ziehe von H durch a eine gerade Linie, welche den Durchmesser Rr, oder dessen Verlängerung in x durchschneide, so ist x das Centrum des durch ρ, H, T, mit dem Halbmesser xH = xρ zu zeichnenden Meridians HρT. Auf dieselbe Art kann jeder andere Meridian beschrieben werden.

8. Trägt man Cx aus C in x′, so ist x′ das Centrum zu dem gleichnahmigten Meridiane HrT, auf der andern Seite des mittelsten HT.

9. Hat man solchergestalt alle Meridiane und Parallelen gezogen, so erhält man das stereographisch äquatorische Kugelnetz, und man darf jetzt nur an die Punkte a, b, c ꝛc. Zahlen für die Grade der Breite, und an ω, π, ϰ ꝛc., o, p, q ꝛc. dergleichen für die Grade der Länge hinschreiben, um demnächst jeden Ort, nach Maaßgabe seiner geographischen

oder k auf CT, als Ordinate für den Punkt l oder k, d. h. kv = lv = Ck . sin $\lambda$ = r tang $\frac{1}{2}\eta$ sin $\lambda$, und die Absciſſe von 2 nach v = r tang $\frac{1}{2}\eta$ - r tang $\frac{1}{2}\eta$ cos $\lambda$ = r tang $\frac{1}{2}\eta$ (1 — cos $\lambda$) = 2r tang $\frac{1}{2}\eta$ sin $\frac{1}{2}\lambda^2$ bekannt. Das übrige bedarf keiner weitern Erläuterung. Durch die drey Punkte k, 2, l könnte man nun, z. E. vermittelst des Werkzeugs (§. 18. X. $\alpha$.), den Bogen k2l beschreiben, den man hierauf nur in so viel gleiche Theile oder Grade der Länge, eintheilen dürfte, als zwischen k und l enthalten sind.

## §. 78.

Aufgabe II. Für eine Halbkugel der Erde eine stereographische Aequatorialprojection zu zeichnen (Fig. LIV.).

Aufl. 1. In diesem Falle befindet sich das Auge O irgendwo in der Ebene des Aequators; wenn nun HRTr wieder die Tafel vorstellet, welche allemahl auf dem Halbmesser OC durchs Auge, senkrecht angenommen wird, so muß, wenn jetzt OUW den Aequator bedeutet, der Bogen WQ bis zum Pole = 90° seyn, also der Pol Q in H, und eben so der entgegengesetzte P in T, oder in den Umfang der Tafel HRTr, welche jetzt zugleich einen Meridian vorstellen wird, fallen, und die gerade

= 90° setzt. Daß nun der Parallel auch durch Punkte d und ϑ gehen, also auch Fd = Fϑ = seyn müsse, ergiebt sich aus der Gleichheit der den Dreyecke FCd, CHy, in welchen der nkel FCd beyden gemein, FC = Cy und Cd CH, mithin auch Fd = Hy = r tang $\eta$ = $\varrho$ 71. 13. Anm. dorten $\varepsilon$ = 90° gesetzt) wird. an sieht also zugleich hieraus, daß die Tangente $r$, der Halbmesser des zu projicirenden Paral ist.

$\beta$) Für die Meridiane. 1. Wenn man eder in den Formeln (§. 69. 5.) $\varepsilon$ = 90° setzt, wird für einen Meridian, der um $\lambda$ Grade von n mittelsten HT absteht, z. E. HrT, oder H$\varrho$T,

$$\text{Halbmesser der Projection} = \frac{r}{\sin\lambda} = r \operatorname{cosec}\lambda.$$

Ferner (das. Zus. III.) der Werth von KC ig. LII.) r cot $\varepsilon$ = o. Also geht bey der reographisch-äquatorischen Projection die Linie c (Fig. LII.), in welche der Mittelpunkt c des projicirenden Meridians fällt, durch den Mittelpunkt C der Tafel, oder c fällt in den Durchsser MN, welcher auf HT senkrecht steht, also ig. LX.) in den Durchmesser Rr, oder dessen erlängerung.

2. Wenn

2. Wenn nun HrT die Projection des erwähnten Meridians, und x′ das zugehörige Centrum ist, so wird Cx′ = dem Werthe von Kc (Fig. LII. und §. 69. Zus. III.) für $\varepsilon = 90°$, d. h. $Cx' = r \cot \lambda$; dann ist ferner Cr = dem Werthe von Cn (§. 75. 6. und Fig. LV.) für $\varepsilon = 90°$, d. h. $Cr = r \tan \frac{1}{2} \lambda$, weil das dortige $\vartheta$ in diesem Falle $= \lambda$ ist.

3. Um demnach den Punkt r durch Zeichnung zu finden, durch welchen der Meridian HrT, dessen Abstand vom mittlern $HT = \lambda$ sey, gerissen werden muß, so wird auf dem eingetheilten Quadranten Hr, von r nach d, der Bogen $rd = \lambda$ genommen, und hierauf Rd gezogen, welche CH in $\delta$ durchschneidet. Dann ist $C\delta = r \tan \frac{1}{2} \lambda$, also dem Werthe von Cr gleich; daher denn nur $C\delta$ aus C in r getragen werden darf, um auf dem Aequator Rr den Punkt r, welcher der geographischen Länge $\lambda$ zugehört, zu erhalten. Dies zeigt erstlich den Grund, warum die Eintheilungen auf beyden Halbmessern CH, Cr völlig auf einerley Art beschaffen seyn müssen.

4. Um nun den Halbmesser $Cx' = Cx$, womit der Meridian HrT, oder auch H$\varrho$T gerissen werden muß, durch Zeichnung zu finden, so nehme man den Bogen $Hda = 2\lambda$, und ziehe durch a,

wie

die Parallelkreise, und O, P, [illegible] diejenigen, durch welche die Meridiane von 10 zu 10 Graden gerissen werden müssen.

6. Um nun die Projection eines beliebigen Parallels, z. E. desjenigen, dessen Abstand vom Pole H = 50° seyn würde, zu zeichnen, so ziehe man aus dem Mittelpunkte C durch d, dem 50ten Grad des Abstandes vom Pole, einen Halbmesser Cd, und verlängere ihn, bis er bey y, in eine unbestimmt durch H gezogene Tangente oder Parallele mit Rr, einschneidet, und trage Cy, aus C in F, auf die Verlängerung von CH, so ist F das Centrum für den durch d zu reissenden Parallelkreis. Man fasse nun die Weite Fδ (5.), oder auch Fd, so kann man damit den Parallel dδ9, durch den 50ten Grad des Abstandes vom Pole, oder den 40ten Grad der geographischen Breite beschreiben. Nimmt man Cf = CF, so ist auf eine ähnliche Art f das Centrum zu dem Parallelkreise, welcher 50 Grade vom entgegengesetzten Pole T absteht. Auf dieselbe Weise werden die Mittelpunkte und Halbmesser für alle übrigen Parallelkreise durch Zeichnung gefunden; die Theile, welche auf dem mittelsten Meridiane TH sich befinden, nemlich Cα, αβ; Ci, kl ꝛc., stellen allemahl 10 Grade der Breite vor, so wie Co, op,

pq;

punkten, welche sämmtlich in den mittelsten Meridian, oder in die gerade Linie $\beta F$ fallen, beschreiben lassen, wenn die Halbmesser $\varrho$ nicht zu groß ausfallen. Für die Punkte $\beta$, $\gamma$, $\delta$, durch welche die Parallelen zu ziehen sind, hat man die Entfernungen $C\beta$, $C\gamma$, $C\delta$; nach der allgemeinen Formel $r \tan (45° - \frac{1}{2}\eta) = r \tan \frac{1}{2}\sigma$ (wo $\sigma = 90° - \eta$ die geographischen Breiten jedes Punktes, wie $\beta$, $\gamma$ ꝛc. bezeichnet), mithin auch die Werthe $\beta\gamma = C\gamma - C\beta$; $\gamma\delta = C\delta - C\gamma$ ꝛc., die man z. E. von einzeln, oder von 5 zu 5 Graden der Breite u. dgl., je nachdem man es nöthig findet, berechnen und auftragen kann, ehe man aus $\beta$, $\gamma$, $\delta$ ꝛc. die Halbmesser der zu beschreibenden Parallelen nach F, oder wenn die Breiten südlich sind, nach f zu absetzt. — Ließen sich diese Parallelen aus ihren Mittelpunkten nicht selbst beschreiben, so kann man sie, nach der bereits öfters erklärten Art, durch Punkte verzeichnen. Man kann auch hiebey zu Rathe ziehen, was oben (§. 72.) von Verzeichnung eines beliebigen Parallels durch Punkte, gelehrt worden ist, wo man die Formeln für die dortigen Werthe von CX, XZ (§. 72. XXII. ꝛc.), leicht auf den gegenwärtigen Fall anwendet, wenn man in denselben $\varepsilon = 90°$ setzet. Andere hiehergehörige Hülfsmittel sind

oben

phischen Länge und Breite, in jedes einzelne Viereck dieses Netzes eintragen zu können.

10. Beweis. α) Für die Parallelkreise. Wenn $\eta$ des zu entwerfenden Parallels dδD Abstand vom Pole bezeichnet, so ist auf der gegenwärtigen Projection, für welche $\varepsilon$ (§. 66. 2.) $= 90°$ (1.), der Abstand des Mittelpunkts F dieses Parallels von C, oder

$$CF = \frac{r}{\cos\eta} = r.\sec\eta \text{ (§.71.14. das. Anm.).}$$

Wenn man nun den Bogen Hd $= \eta$ nimmt, und durch d den Halbmesser Cd bis y an die Tangente HY verlängert, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke HCy; Cy $= r \sec\eta =$ dem gefundenen Werthe von CF. Also wenn man CF $=$ Cy nimmt, so ist F das verlangte Centrum zu dem Parallel Dδd. Daß nun dieser Parallel durch den, nach (5. 6.), bestimmten Punkt δ gehen, also Fδ der Halbmesser desselben seyn müsse, erhellt daraus, weil hier $C\delta = RC.\tan CR\delta = r \tan\frac{(90°-\eta)}{2}$

$= r \tan(45° - \frac{1}{2}\eta)$; und dies gerade den Werth von CA (Fig. LIV. und §. 71. 12.) ausdrückt, wenn man dorten, wo der Punkt A mit dem gegenwärtigen δ einerley Bedeutung hat, $\varepsilon =$

## Anmerkung.

### De la Hire's Aequatorialprojection.

Auf der bisher beygebrachten gewöhnlichen Aequatorialprojection verkürzen sich (Fig. LX.) die Grade des Aequators und der Parallelen von dem Umfange des äussersten Meridians gegen den mittlern Meridian HT zu immer mehr und mehr, und eben dies ist auch der Fall von den Graden der Breite von H gegen C zu. De la Hire hat (Mem. de l'Ac. des Sc. 1701. p. 348. des holländischen Drucks, und nach ihm Bion l'Usage des Astrolabes, Paris 1702. ch. 1. Sect. III.) eine Aequatorialprojection angegeben, bey welcher diese Verkürzung der Grade und folglich Abweichung derselben von ihrem wahren Verhältnisse auf der Kugel weit geringer ausfällt, als auf der gewöhnlichen Aequatorialprojection. Aber das Auge muß zu diesem Behufe nicht in die Oberfläche der Kugel, sondern ausserhalb derselben, wiewohl in der Ebene des Aequators angenommen werden. Folgendes giebt einen Begriff von dieser De la Hireschen Aequatorialprojection.

I. Es sey wieder wie bisher HRTrH die perspectivische Tafel; H, T die beyden Erdpole, MRuWrM der Aequator Fig. LXXI. Tab. VIII.

Das Auge ausserhalb der Kugel bey O in der Ebene des Aequators, in einer Linie OC senkrecht auf die Durchschnittslinie Rr des Aequators und der Tafel, und C der Mittelpunkt der Kugel. Also die Winkel OCR = RCW = 90°.

II. HuT ein beliebiger Meridian von dem Meridiane MHRT durchs Auge (dessen Projection auf der Tafel die gerade Linie HT ist) um den Winkel WCu = λ entfernt. Also RCu = 90° − λ.

III. Auf der Tafel sey die krumme Linie HUT die Projection dieses Meridians HznT, und folglich HZU die des Quadranten Hzu, so wie insbesondere Z diejenige des Punktes z, dessen geographische Breite zu = β.

IV. Folglich das Perpendikel ZY auf RC, die Projection des Perpendikels zy auf Cu, Y die Projection von y, und U die von u.

V. Ich suche auf der Projection die Werthe der Absciffe CY = x und Ordinate YZ = y, für den projicirten Punkt z, dessen geographische Länge von dem Meridian HWT an gerechnet also = λ, und die Breite = β ist. Die Distanz des Auges O von dem Mittelpunkt der Kugel also OC = k, und den Halbmesser MC = r gesetzt.

VI. Aufl. Man ziehe yw parallel mit RC, also auf CW senkrecht, so hat man erstlich

$$wy = Cy . \sin\lambda = r \cos\beta \sin\lambda$$

$$Cw = Cy . \cos\lambda = r \cos\beta \cos\lambda$$

Also $Ow = k + r \cos\beta \cos\lambda$; Dann au

$$yz = r \sin\beta.$$

VII. Nun $Ow : OC = yw : CY$

Und $Ow : OC = Oy : OY = yz : YZ$

VIII. Demnach

$$CY = \frac{yw . OC}{Ow} = \frac{k r \cos\beta \sin\lambda}{k + r \cos\beta \cos\lambda}$$

$$YZ = \frac{yz . OC}{Ow} = \frac{k r \sin\beta}{k + r \cos\beta \cos\lambda}$$

IX. Man kann also für jeden geg Meridian, also für jedes $\lambda$ die Projectionen einzelnen Punkte z, z. E. von 10 zu 10 Grad Breite durch die Berechnung jener Werthe $CY = x$ und $YZ = y$ bestimmen, und fi durch die erhaltenen Punkte Z den projicirten ridianquadranten HZU und so auf eine äh Weise den andern Quadranten uT aus U entwerfen, wo denn leicht erhellet, daß für tive Breiten $\beta$, die Werthe von x dieselben für positive sind, die Werthe von y aber nur tiv ausfallen. Der projicirte Quadrant v nach T ist also völlig dem von H nach U und ähnlich. Für negative $\lambda$, also für Merid

welche den Aequator zwischen W und r schneiden würden, werden die Werthe von x negativ, und die von y bleiben wie vorhin. Also sind auch die projicirten Meridiane zwischen HT und HrT, denen zwischen HT und HRT gleich und ähnlich.

X. Man kann zeigen, daß die krumme Linie HZUT kein Kreisbogen, wie auf der gewöhnlichen Aequatorialprojection, sondern ein Bogen einer Ellipse ist, deren kleine Axe zwar in die gerade Linie RCr, aber der Mittelpunkt nicht in C selbst fällt. Ich finde aber in der weitern Betrachtung dieser Ellipse und in ihrer Gleichung selbst keine erheblichen Vortheile in der Ausübung für eine bequemere Zeichnung der Meridiane, als diejenige ist, welche sich unmittelbar aus den berechneten Werthen von x und y nach den Formeln (VIII.) ergiebt, weil die Beschreibung elliptischer Bögen (etwa aus ihren Brennpunkten), sobald die Zeichnung einigermaßen groß gemacht werden soll, eben nicht sehr bequem ist. Ich übergehe also die weitere Betrachtung und Aufsuchung jener Gleichung, und werde nunmehr zeigen, wie man die Werthe von x und y, für jeden Punkt Z auch durch eine leichte Construction finden könne, ich will setzen etwa von 10 zu 10 Graden der Breite, welches zur Zeichnung der Meridiane hinlänglich ist.

XI. Man

XI. Man beschreibe also mit dem Halbmesser CR = r (Fig. LXXII.) einen Kreis, also die Tafel, und ziehe darin senkrecht auf einander die beyden Durchmesser Rr, HT (wie Fig. LXXI.).

XII. Man verlängere CT und mache CO = k. Gesetzt nun, es sollte die Projection eines Meridians z. E. für $\lambda = 60°$ gezeichnet werden; um nun die Werthe von x und y z. B. für $\beta = 40°$ zu finden, und also den Punkt Z auf der Tafel für diese Angaben $\lambda = 60°$ und $\beta = 40°$ zu bestimmen, nehme man auf dem hier von 10 zu 10 Grad eingetheilten Halbkreis RHr, den Bogen Ru = $90° - \lambda$ (wie Fig. LXXI.) hier = 30°, und ziehe von O nach u eine gerade Linie, so ist U auf CR die Projection von u (IV.).

XIII. Nun nehme man den Bogen uz = $\beta$ = 40° und fälle das Perpendikel zy, auf Cu, und ziehe Oy, so giebt ihr Durchschnitt Y auf CR, die Abscisse CY = x (wie Fig. LXXI.).

XIV. Endlich ziehe man Oz, und durch Y (XIII.) mit yz eine Parallele Y$\zeta$, so ist diese Y$\zeta$ = y = YZ der LXXIten Fig., wegen Oy : OY = yz : Y$\zeta$ und

Oy : OY = yz : YZ (XII.).

Man

Man fasse demnach $Y\xi$ und trage sie auf ein Perpendikel durch Y aus Y in Z, so ist Z der projicirte Punkt für $\lambda = 60^\circ$ und $\beta = 40^\circ$.

XV. So kann man für die übrigen Werthe von $\beta$ die projicirten Punkte erhalten, und dadurch den Meridian selbst zeichnen.

Hat man nun mehrere Meridiane auf diese Art entworfen, so ergeben sich auch

XVI. Die projicirten Parallelkreise, wenn man auf den projicirten Meridianen, die Punkte Z, welche alle einerley $\beta$ entsprechen, durch krumme Linien vereinigt. Man kann zeigen, daß auch die Parallelkreise sich auf dieser Projection als Ellipsen abbilden müssen, deren weitere Betrachtung ich aber gleichfalls hier unnöthig finde.

XVII. Ueberhaupt wird es doch wohl immer am besten seyn, die Werthe von x und y durch Rechnung zu bestimmen, und etwa nach einem in 1000 Theile eingetheilten Halbmesser r aufzutragen. Wer eine solche de la Hiresche Projection zeichnen will, wird gut thun, sich vorher eine Tafel für diese Werthe von x und y etwa von 10 zu 10 Graden der Länge $\lambda$ und Breite $\beta$ zu berechnen, bey deren Berechnung und dem Gange derselben sich denn leicht Abkürzungen

und

und Vortheile darbieten werden, die hier keine weitere Erläuterung bedürfen.

XVIII. De la Hire nimmt den Werth von CO = k so groß, daß wenn z. B. $\lambda$ = Wu = $\frac{1}{2}$ WR = 45° genommen wird, auch CU (als die Projection von Wu) = $\frac{1}{2}$ CR = $\frac{1}{2}$ r (als der Projection von WR) ausfalle. Auf diese Art sieht man denn leicht, daß überhaupt die Abstände der Punkte, wo die projicirten Meridiane den Halbmesser CR durchschneiden, sich ohngefähr verhalten werden, wie die Abstände der Punkte von einander, wo die Meridiane HuT auf der Kugel den Aequator RuW durchschneiden, und also mehr in dem wahren Verhältnisse wie auf der Kugel stehen, als bey der gewöhnlichen Aequatorialprojection der Fall ist.

XIX. Um den Werth von k nach der erwähnten Voraussetzung zu finden, setze man in die Formel für x (VIII.) $\lambda = 45°$; $\beta = 0°$, so soll für diesen Fall x = $\frac{1}{2}$ r seyn. Dies giebt

$$\frac{1}{2} r = \frac{kr \sin 45°}{k + r \cos 45°}$$

Also wegen $\sin 45° = \cos 45°$

$$k = \frac{r \sin 45°}{2 \sin 45° - 1}$$

Nun

Nun ist $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ also $k = \frac{1}{2} r . \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

Oder wenn man Zähler und Nenner mit $\sqrt{2} + 1$ multiplicirt

$$k = \frac{r\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2} = r\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Also $k - r = OM = \frac{r\sqrt{2}}{2} = r . 0{,}7071068$

Demnach OM ohngefähr $= \frac{7}{10} r$

$k = r . 1{,}7071068$

$\log k = \log r + 0{,}2322606.$

---

XX. Die Werthe von $x$ und $y$ (VIII.) am bequemsten zu berechnen, können vortheilhaft die Tafeln (§. 50. VI.) gebraucht werden. Man setze das Produkt $\cos\beta \cos\lambda = \cos u$ und $r = 1$,

so ist erstlich $x = \frac{k \cos\beta \sin\lambda}{k + \cos u}$

und dann $y = \frac{x \tang\beta}{\sin\lambda} = x . \tang\psi$

wenn man der Kürze halber einen Winkel dessen

Tangente $= \frac{\tang\beta}{\sin\lambda}$ ist $= \psi$ setzt.

Hier kann man nun für jedes $\lambda$ und $\beta$ die Winkel u und $\psi$ aus den obigen Tafeln (§. 50. VI.) (das

dor-

dortige $\delta$ nur $= \beta$; L $= \lambda$ und y $= \psi$ gesc
herausnehmen.

Exemp. Für L oder $\lambda = 60°$ und $\delta$ c
$\beta = 40°$ ist aus der ersten Tafel u $= 67°$. :
Das dortige y oder hier $\psi = 44°. 6'$, aus
zweyten Tafel. Also

$k + \cos u = 1,70710 + 0,38295 = 2,0900$
Nun ferner $\log \cos \beta = 9,88425 - 10$
$\log \sin \lambda = 9,93753 - 10$
$\log k = 0,23226$

Summe $= 0,05404$
abgez. $\log (k + \cos u) = 0,32015$

Giebt $\log x = 0,73389 - 1$
$\log \tan \psi = 9,98635 - 10$

Also $\log y = 0,72024 - 1$

Hieraus x $= 0,5418$ und y $= 0,5251$; o
wenn man den Halbmesser $= 10000$ s
x $= 5418$; y $= 5251$. In den mei
Fällen ist hinlänglich diese Werthe nur für ei
in 1000 Theile eingetheilten Halbmesser zu bere
nen und aufzutragen.

XXI. Das bisherige mag hinreichen von I
ser De la Hireschen Aequatorial-Projection,
er unter andern auch auf seinem Astrolabe an
bracht hat, einen Begriff zu geben.

XXII. (

XXII. Es ist von dieser Projection in folgender Charte Gebrauch gemacht worden. *A Map of the world on a globular — projection, exhibiting particularly the nautical Researches of Cap. F. Cook with all recent Discoveries for the present time, carefully drawn by A. Arrowsmith.* Es gehört dazu ein Buch *A companion to a map of the world by A. A.*, 20 S. in 4. Buch und Charte beschrieben in der allgem. Litteraturzeitung 1795. n. 176.

H. H. Kästner hat die Theorie davon (ohne jedoch auf die bequemere Berechnungsart XX. vermittelst der Tafeln §. 50., und auf die von mir angeführte Construction XI. ꝛc. geleitet worden zu seyn) gleichfalls in seiner Weitern Ausführung der mathematischen Geographie ꝛc. Göttingen 1795 vorgetragen. S. 507.

Arrowsmiths Charte selbst, nebst dem zugehörigen Buche, kenne ich aber nur aus der angeführten Recension in der Allg. Litter. Zeit.

XXIII. Alle hier gegebenen Vorschriften zur Zeichnung der Meridiane und Parallelen gelten übrigens mit der gehörigen Veränderung auch für die gewöhnliche Aequatorialprojection. Man darf in den angegebenen Vorschriften und Formeln zu dem Behufe nur $k = r = 1$ setzen.

§. 80.

§. 80.

Aufgabe III. Für einen geg
Ort W, zu welchem (Fig. LIV.
größte Kreis HrTR als Hori
fläche gehört, eine stereographisc
rizontalprojection zu zeichnen, d. h
HrTR für die perspectivische Taf
genommmen wird, auf dieser Taf
halbe Kugelfläche HQWT, in
Mitte der Ort W fällt, mit alle
ridianen und Parallelkreisen zu e
fen. Das Auge wird in O, dem
W gegenüber, angenommen.

Aufl. I. Man beschreibe (Fig. L
dem Halbmesser der Erde einen Kreis I
welcher die Tafel vorstellt, so wird erstli
Mittelpunkt C, die Projection des Orts
für welchen die Horizontalprojection zu
gen ist.

II. Man ziehe auf einander senkr
Durchmesser HT, Rr, und lasse HT d
cirten Meridian des Orts W, dem der
entspricht, bedeuten, so wird Rr den Du
der beyden Ebenen RHrT, ORWr der
Figur vorstellen.

§. 80.

Aufgabe III. Für einen gegebenen Ort W, zu welchem (Fig. LIV.) der größte Kreis HrTR als Horizontalfläche gehört, eine stereographische Horizontalprojection zu zeichnen, d. h. wenn HrTR für die perspectivische Tafel angenommen wird, auf dieser Tafel die halbe Kugelfläche HQWT, in deren Mitte der Ort W fällt, mit allen Meridianen und Parallelkreisen zu entwerfen. Das Auge wird in O, dem Orte W gegenüber, angenommen.

Aufl. I. Man beschreibe (Fig. LXI.) mit dem Halbmesser der Erde einen Kreis RHrT, welcher die Tafel vorstellt, so wird erstlich dessen Mittelpunkt C, die Projection des Orts W seyn, für welchen die Horizontalprojection zu verfertigen ist.

II. Man ziehe auf einander senkrecht die Durchmesser HT, Rr, und lasse HT den projicirten Meridian des Orts W, dem der Punkt C entspricht, bedeuten, so wird Rr den Durchschnitt der beyden Ebenen RHrT, ORWr der LIVten Figur vorstellen.

III. Um

zählen, hierauf aus R nach e und d gerade
ziehen, den Abstand δε in ψ halbiren, und
den Aequator Rεr beschreiben. Allein man
um das Centrum ψ zu finden, nur von R
den Bogen RHi = dem doppelten Abstan
Orts W (III.) vom Pole, also hier 2.
120°, nehmen (in welchem Falle hier i
zusammenfallen würde), und aus r durch i
hier q') eine gerade Linie ziehen, so wird
bei ψ das Centrum zu dem zu projicirenden
tor Rεr bestimmen, welchen man demnach m
Halbmesser ψε beschreiben kann. In gegen
tigem Falle geht der Aequator auch zu
durch R, r.

VI. Um nun einen beliebigen Meridi
zeichnen, so setze man, es solle z. E. derjenige
worfen werden, welcher 70 Grade rechter
des mittelsten, dem Orte W zugehörigen
dians HT, falle.

VII. Wir haben im vorhergehenden (
Zus. V.) bewiesen, daß (Fig. LI.) aller
werfenden Meridiane ihre Mittelpunkte in ein
geraden, auf HT (oder deren Verlänger
senkrecht gezogenen Linie πρ zu liegen
Dieser Linie (Fig. LXI.) Abstand CK vom
telpunkte C der Tafel zu finden, so mache

ich

zählen, hierauf aus R nach e und d gerade Linien ziehen, den Abstand de in ψ halbiren, und aus ψ den Aequator Rer beschreiben. Allein man darf, um das Centrum ψ zu finden, nur von R bis i den Bogen RHi = dem doppelten Abstande des Orts W (III.) vom Pole, also hier 2 . 60° = 120°, nehmen (in welchem Falle hier i mit q zusammenfallen würde), und aus r durch i (oder hier q) eine gerade Linie ziehen, so wird solche bei ψ das Centrum zu dem zu projicirenden Aequator Rer bestimmen, welchen man demnach mit dem Halbmesser ψr beschreiben kann. Im gegenwärtigen Falle geht der Aequator auch zugleich durch R, r.

VI. Um nun einen beliebigen Meridian zu zeichnen, so setze man, es solle z. E. derjenige entworfen werden, welcher 70 Grade rechter Hand des mittelsten, dem Orte W zugehörigen Meridians HT, falle.

VII. Wir haben im vorhergehenden (§. 69. Zus. V.) bewiesen, daß (Fig. LI.) aller zu entwerfenden Meridiane ihre Mittelpunkte in einerley geraden, auf HT (oder deren Verlängerung) senkrecht gezogenen Linie πρ zu liegen kommen. Dieser Linie (Fig. LXI.) Abstand CK vom Mittelpunkte C der Tafel zu finden, so mache man

diane und Parallelen sind hier von 10 zu 10 Graden entworfen, und der Mittelpunkt dieser Projection entspricht einem Orte, der unter dem 30sten Grade der geographischen Breite liegt.

X. Beweis der bisherigen Constructionen:

α) Für die Parallelkreise. 1. Es sey überhaupt die geographische Breite des Orts, dessen Horizont die perspektivische Tafel ist $= 90° - \varepsilon$, also $\varepsilon$ des Orts Abstand vom Pole, und $\eta$ des zu entwerfenden Parallels Abstand vom Pole. So hat man erstlich für den Abstand Cq des projicirten Poles vom Mittelpunkte der Tafel, nach (§. 66.), die Formel $Cq = r \tan \frac{1}{2}\varepsilon$; wenn man demnach überhaupt auf dem Umfange der Tafel den Bogen $Hq' = 90° - \varepsilon$, also der geographischen Breite des erwähnten Ortes gleich nimmt, so ist die Ergänzung zu 90°, oder der Bogen $q'r = \varepsilon$, und der Winkel $q'Rr = \frac{1}{2}\varepsilon$, und Cq (in dem rechtwinklichten Dreyecke RCq) $= RC \,.\, \tan q'Rr = r \tan \frac{1}{2}\varepsilon$, wie erfordert wird, wenn q die Projection des Poles seyn soll. Daher denn erstlich die Construction (III.) für die Projection des Poles erwiesen ist.

2. Wenn man nunmehr die Bögen $q'a = q'b = \eta$ nimmt, und Ra, Rb zieht, welche

bey

α und β in CH einschneiden, so ist des Winkels a Maaß die Hälfte des Bogens ar, d. h.
$\frac{-q'a}{2} = \frac{\varepsilon - \eta}{2}$; und eben so der Bogen

bq'r $= \frac{\varepsilon + \eta}{2}$ das Maaß des Winkels bRr;
raus in den rechtwinklichten Dreyecken CRα, β, Cα = RC. tang rRa = r. tang $\frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)$, Cβ = r. tang $\frac{1}{2}(\varepsilon + \eta)$. Demnach sind hier β diejenigen Punkte, welche (Fig. LIV.) mit und B bezeichnet waren, weil die Werthe von , Cβ, nach dieser Construction, eben diejenigen , welche oben (§. 71. 12.) für CA und CB unden worden; daher denn auch der Abstand αβ, birt bey φ, das Centrum zu dem zu projiciren Parallel μαν geben muß, so wie F (Fig. LIV.) (§. 71. 9.) dergleichen für den projicirten rallel BZA war. In gegenwärtigem Falle t nur der Punkt β ausserhalb des Umfangs der fel, so wie B und A (Fig. LIV.) beyde inner s derselben fielen. Es ist also klar, daß die nstruction (IV.) nothwendig das Centrum und Halbmesser des zu entwerfenden Parallels ge- muß.

und Vortheile darbieten werden, die hier keine weitere Erläuterung bedürfen.

XVIII. De la Hire nimmt den Werth von CO = k so groß, daß wenn z. B. $\lambda = Wu = \frac{1}{2} WR = 45°$ genommen wird, auch CU (als die Projection von Wu) $= \frac{1}{2} CR = \frac{1}{2} r$ (als der Projection von WR) ausfalle. Auf diese Art sieht man denn leicht, daß überhaupt die Abstände der Punkte, wo die projicirten Meridiane den Halbmesser CR durchschneiden, sich ohngefähr verhalten werden, wie die Abstände der Punkte von einander, wo die Meridiane HuT auf der Kugel den Aequator RuW durchschneiden, und also mehr in dem wahren Verhältnisse wie auf der Kugel stehen, als bey der gewöhnlichen Aequatorialprojection der Fall ist.

XIX. Um den Werth von k nach der erwähnten Voraussetzung zu finden, setze man in die Formel für x (VIII.) $\lambda = 45°$; $\beta = 0°$, so soll für diesen Fall $x = \frac{1}{2} r$ seyn. Dies giebt

$$\frac{1}{2} r = \frac{kr \sin 45°}{k + r \cos 45°}$$

Also wegen $\sin 45° = \cos 45°$

$$k = \frac{r \sin 45°}{2 \sin 45° - 1}$$

Nun

4. Für $\eta = 90°$, d. h. für d
fenden Aequator würde des Mittelpu
von C, oder

$C\psi = \frac{1}{2} r (\tan(45° + \frac{1}{2}\varepsilon) - \tan$

oder $C\psi = r \tan \varepsilon$, wie auch a
Anm.) folgt. Hieraus ist klar, da
den Bogen RHi, wie oben (IV.)
man nur aus r durch i eine gerade
und sie bis an HT verlängern dürfe
bey $\psi$ das Centrum zu dem projicire
$R\varepsilon r$ zu finden; denn nun ist der Wi
und $C\psi = Cr . \tan Rri$ (in dem r
Dreyecke $\psi Cr$) $= r \tan \varepsilon$,
wird.

$\beta$) Für die Meridiane.

haupt des zu entwerfenden Meridians
von dem mittelsten HT = λ heißt

dortige $\delta$ nur $= \beta$; $L = \lambda$ und $y = \psi$ gesetzt) herausnehmen.

Exemp. Für L oder $\lambda = 60°$ und $\delta$ oder $\beta = 40°$ ist aus der ersten Tafel $u = 67°. 29'$. Das dortige y oder hier $\psi = 44°. 6'$, aus der zweyten Tafel. Also

$k + \cos u = 1,70710 + 0,38295 = 2,09005$

Nun ferner $\log \cos \beta = 9,88425 - 10$
$\log \sin \lambda = 9,93753 - 10$
$\log k = 0,23226$
Summe $= 0,05404$
abgez. $\log (k + \cos u) = 0,32015$
Giebt $\log x = 0,73389 - 1$
$\log \tang \psi = 9,98635 - 10$
Also $\log y = 0,72024 - 1$

Hieraus $x = 0,5418$ und $y = 0,5251$, oder wenn man den Halbmesser $r = 10000$ setzt $x = 5418$; $y = 5251$. In den meisten Fällen ist hinlänglich diese Werthe nur für einen in 1000 Theile eingetheilten Halbmesser zu berechnen und aufzutragen.

XXI. Das bisherige mag hinreichen von dieser De la Hireschen Aequatorial-Projection, die er unter andern auch auf seinem Astrolabe angebracht hat, einen Begriff zu geben.

XXII. Es

sparen, so kann man, nach den angegebenen Formeln, auch die Werthe von C$\varphi$, C$\alpha$, CK, Kc und Cq berechnen, und sie in Theilen des Halbmessers r, oder wenn man will, auch in Meilen, dergleichen 859 den Halbmesser r betragen müssen, auftragen; dann erhält man die Punkte $\varphi$, $\alpha$; q, K, c, welche zur Verzeichnung der Parallelen und Meridiane erforderlich sind, viel sicherer und schärfer, als durch Zeichnung, weil sich bey obigen Constructionen sehr oft ereignet, daß gewisse Punkte, wie z. E. $\delta$, sehr weit hinausfallen, und daher theils nicht mit der gehörigen Genauigkeit gefunden werden können, theils auch wohl gar nicht einmal mehr auf die Verlängerung, welche man etwa dem Reisbrette gäbe (§. 18. VII.), fallen. Die Formeln zur Berechnung der erwähnten Größen, sind übrigens so einfach, daß man die Berechnung wohl nicht scheuen, und sobald der Halbmesser r nur einigermaaßen groß ist, sie einer jeden Construction vorziehen wird.

Exemp. Für r $=$ 1, und $\varepsilon = 60^\circ$ ist Cq $= \tang \frac{1}{2}\varepsilon = \tang 30^\circ = 0{,}5773\ldots$ D. h. wenn man den Halbmesser CR in 10000 Theile theilte, so nähme man Cq $=$ 5773 solcher Theile, oder nur $=$ 577 Theilen, wenn man CR nur in 10000 eintheilte. Nähme man aber auf dem

Pa-

HrTR für die perspectivis
genommmen wird, auf dies
halbe Kugelfläche HQWT
Mitte der Ort W fällt; m
ridianen und Parallelkreise
sen. Das Auge wird in O
W gegenüber, angenommen.

Aufl. I. Man beschreibe (
dem Halbmesser der Erde einen
welcher die Tafel vorstellt, so wir
Mittelpunkt C, die Projection des
für welchen die Horizontalprojecti
gen ist.

II. Man ziehe auf einande
Durchmesser HT, R..., und lasse

Man kann Kc auch nach der Formel $qc . \sin cqK = qc . \cos \lambda = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda} . \cos \lambda = r \operatorname{cosec} \varepsilon \cot \lambda$ berechnen, weil $qc = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda}$ der Halbmesser des projicirten Meridians ist (69. 4.). Den Halbmesser qc selbst fände man $= r \operatorname{cosec} \varepsilon \operatorname{cosec} \lambda = r \sec 30° . \sec 20° =$ 1056 Meilen.

§. 82.

Wenn man ein Stück einer solchen Horizontalprojection zu einer Charte eines einzelnen Landes zeichnen sollte, so ist gewöhnlich der Halbmesser r so groß, daß sich die zu projicirenden Meridiane und Parallelen, aus ihren Mittelpunkten selbst nicht beschreiben lassen. In diesem Falle müssen für die Meridiane und Parallelen so viel Punkte durch Abscissen und Ordinaten gefunden werden, daß man sie entweder aus freyer Hand, oder durch Hülfe der oben (§. 18. X:) angegebenen Werkzeuge verzeichnen kann. Am besten verfährt man hiebey, wenn man zuerst die Parallelen beschreibt, und Punkte derselben, etwa von einzeln zu einzeln Graden der Länge, von dem mittelsten Meridian der Charte, der allemahl durch

eine

die Zeichnung zu machen wäre, den Ansatz (§. 72. VII.) gäbe. Wenn auf diese Art die Parallelen aus ihren Mittelpunkten beschrieben werden können, so lassen sich die Meridiane, z. E. von einzeln zu einzeln Graden der Länge, vortheilhaft nach (§. 75.) entwerfen, oder man kann auch von einzeln zu einzeln Graden der Länge, die Punkte der Parallelen, durch welche nachher die Meridiane gezogen werden können, nach (§. 74. Zus. I.) bestimmen. Das Verfahren (§. 75.) mögte aber wohl den Vorzug verdienen, weil die Formeln sehr einfach sind, aus denen sich für einen zu zeichnenden Meridian, wie qnz (Fig. LV.) erstlich der Werth von Cn, und dann der Winkel Cnγ für die Lage des Halbmessers nc ergiebt, durch dessen Ende n das Perpendikel nτ auf nγ gesetzt werden muß, um die Lage der Tangente nτ, des durch Punkte zu beschreibenden Meridians (§. 75. 11 — 16.) zu erhalten. Können Theilkreise (§. 75. Zus.) angewendet werden (das. 19.), so kann man sich auch dieser zur Eintheilung der Parallelen in perspectivische Grade bedienen. Da alle hieher gehörigen Bemerkungen und Hülfsmittel oben von (§. 74. bis §. 76.) schon umständlich erläutert worden sind, so wäre es zu weitläuftig, sie hier noch einmahl zu wiederholen, und man muß in jedem Falle aus Beschaffenheit der Umstände be-

entwerfen, oder man kann auch von e
zeln Graden der Länge, die Punkte d
durch welche nachher die Meridiane ge
können, nach (§. 74. Zus. I.) bestin
Verfahren (§. 75.) mögte aber wohl
verdienen, weil die Formeln sehr ein
denen sich für einen zu zeichnenden M
qnz (Fig. LV.) erstlich der Werth
dann der Winkel Cnγ für die Lage de
nc ergiebt, durch dessen Ende n da
nτ auf nγ gesetzt werden muß, um
Tangente nτ, des durch Punkte zu
Meridians (§. 75. 11 — 16.) zu erha
Theilkreise (§. 75. Zus.) angewendet
19.), so kann man sich auch dieser zu
der Parallelen in perspectivische Gra

gehen lassen, und der Meridian, welcher durch die gerade Linie ef abgebildet ist, müßte dem 50ten Grade östlicher Länge entsprechen. Man würde also, um Europa zu entwerfen, sich den Ort des Auges auf der Kugel, dem 50ten Grad der Länge und 55ten Grad nördlicher Breite gegenüber gedenken müssen, also in obige Formeln für diesen Fall $\varepsilon = 90° - 55° = 35°$ setzen.

Die Polarprojection stellt die Gegenden um den Pol am natürlichsten vor; sie ist daher für solche Gegenden mehrmahl gebraucht worden. Zu Gegenden um den Aequator dient die Aequatorialprojection, wo denn das Auge am besten demjenigen Theile der Erde gegenüber angenommen wird, der sich auf der Projection am natürlichsten abbilden soll. Projectionen von völligen Halbkugeln heißen auch Planisphären, dergleichen der Pater Chrysologue 1774 zwey herausgegeben, zu welchen der Horizont von Paris die Tafel ist. Auf Hrn. Prof. Bode im Jahr 1783 herausgegebenen zwey Weltcharten ist der Horizont von Berlin zur Tafel angenommen. Die zwey Weltchärtchen, welche derselbe seiner Anleitung zur allgemeinen Kenntniß der Erdkugel beygefügt hat, sind aber, wie ich schon oben (§. 53.) erwähnt habe, keine perspectivischen Projectionen.

Diese

und 55ten Grad nördlicher Breite ge
ken müssen, also in obige Formeln 
$\varepsilon = 90° - 55° = 35°$ setzen.

Die Polarprojection stellt die
den Pol am natürlichsten vor; sie
solche Gegenden mehrmahl gebraucht
Gegenden um den Aequator dient di
projection, wo denn das Auge am be
Theile der Erde gegenüber angenomm
sich auf der Projection am natürlic
soll. Projectionen von völligen Hal
auch Planisphären, dergleic
Chrysologue 1774 zwey heraus
welchen der Horizont von Pa
ist. Auf Hrn. Prof. Bode im Ja
ausgegebenen zwey Weltcharten ist de

se Charten sind sehr brauchbare Beyspiele zur Anwendung der bisher vorgetragenen Lehren.

Zu Himmelscharten werden die Polar- und Aequatorialprojectionen ebenfalls vortheilhaft angewandt. Hieher gehören die Planisphären von v. Baugondy (Paris 1764), vom Pater Chrysologue de Gy, von Senex u. a. Auf denen von Senex finden sich alle Sternbilder und Sterne des Flamsteedischen Catalogs. Zwey dieser Planisphären von Senex sind auf die Ebene des Aequators, und zwey derselben auf die Ebene der Ecliptik entworfen. Die Planisphären von Baugondy enthalten auch die neuen Sternbilder um den Südpol. Sie stellen aber die Sternbilder vor, wie sie auf der äussern oder convexen Seite der Himmelskugel erscheinen würden, welches das unbequem ist, wenn man die Vergleichung mit dem Himmel anstellen will, weil man auf diesen Planisphären dasjenige zur Rechten hat, was dem Beobachter des Himmels zur Linken erscheint.

Prof. Funk in Leipzig hat zu seiner Anweisung zur Kenntniß der Gestirne diese Baugondyschen Planisphären nachstechen lassen, aber nach der bessern Vorstellung, wie die Gestirne an der inwendigen Fläche des Himmels erscheinen. Hrn. Prof. Bodens (Beschreibung und Ge-

brauch

brauch einer allgemeinen Himmelscharte, mit einem durchscheinenden Horizont, Berlin 1786) stellt auf einer einzigen, 23 Reinl. Zoll im Durchmesser haltenden Scheibe, einen stereographischen Entwurf der hohlen Himmelskugel vom Nordpole bis zum 38ten Grad südlicher Abweichung, mit mehr als 3000 Sternen dar. Eben diese Charte auch als Beylage zur 5ten Ausgabe seiner Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels, Berlin 1788.

Unter allen Himmelscharten sind diejenigen, welche insbesondere den Thierkreis und die benachbarten Gestirne abbilden, am häufigsten im Gebrauche. Wir haben sehr gute Zodiacalcharten dieser Art von Senex auf zwey großen Bögen, welche gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts, unter Halley's Aufsicht verfertigt, zu London herausgekommen sind. Ferner gehört hieher eine Zodialcharte, die in Frankreich 1755 von le Monnier besorgt, und von Dheulland gestochen worden ist; sie ist mit einem Catalog von Zodiacalsternen begleitet, welche Flamsteed beobachtet, und deren Längen auf das Jahr 1755 reducirt worden sind.

II. Das Eintragen eines Orts in ein Netze, wie (Fig. LXIII.) geschieht in der

Haupt-

der zugehörigen Oerter auf der Kugel ausdrücken, sondern man müßte zur Messung dieser Distanzen auf der Charte, sich eines Meilenmaaßstabes bedienen, der sich aus der Eintheilung eines Meridiangrades zwischen C und A, nach (II.), ergeben würde, vorausgesetzt übrigens, daß auf der Projection die Meridiangrade zwischen C und Z, oder C und A, selbst nicht gar zu verschieden ausfallen. Denn sonst müßte man selbst auf diese Verschiedenheit, und die daraus entstehende verschiedene Meilengröße (III.) Rücksicht nehmen, und CZ etwa theilweise, nach den verschiedenen zwischen C und Z statt findenden Meilenmaaßstäben zu bestimmen suchen, welches aber immer sehr lästig seyn würde. Sicherer verfährt man alsdann nach (IV.). Doch versteht sich, daß selbst dieses Verfahren nur anwendbar ist, wenn von der Distanz eines Ortes Z vom Mittelpunkte C der Projection die Rede ist. In allen andern Fällen muß die Distanz, so bald sie so groß ist, daß man sie nicht nach einerley Maaßstabe messen dürfte, aus den bekannten geographischen Breiten und Längen der Oerter, die sich auf der Projection leicht bestimmen lassen, vermittelst der sphärischen Trigonometrie (§. 14. III. Fall) gefunden werden, wozu auch die Construction (§. 15. und 16.) vermittelst der

Seh-

Sehnen gebraucht werden kann, wenn keine allzugroße Schärfe nöthig ist.

VII. Man kann leicht beweisen, daß auf der stereographischen Projection die wahren Meilen, zur Messung der Distanzen um C herum, ohngefähr halb so groß sind, als diejenigen Meilen, die man erhalten würde, wenn man den Halbmesser OC oder r in so viel gleiche Theile theilte, als der wirkliche Halbmesser der Erde geographische Meilen enthält. Man nenne den 859,43 Theil von OC = m; so ist OC oder r = 859,43.m, und eine Distanz, wie CA, um die Mitte der Projection herum = r tang $\frac{1}{2}\mu$ = 859,43.m.tang $\frac{1}{2}\mu$, wenn der Unterschied der geographischen Breiten zwischen C und A = $\mu$ heißt. Wäre nun dieser Unterschied $\mu$ in Graden ausgedrückt, so ist derselbe in Meilen = $\mu$.15, und wenn also eine Meile auf CA die Größe n hätte, so wäre CA = $\mu$.n.15; demnach muß

$$859{,}43 . m \tan \tfrac{1}{2}\mu = \mu . n\, 15 \text{ also}$$

$$\frac{859{,}43 . m}{15 . \mu} \tan \tfrac{1}{2}\mu = n \text{ seyn.}$$

Wenn nun CA nicht sehr viele Grade enthält, also $\mu$ nicht groß ist, so kann man, wenn $\mu$ in Graden gegeben ist, ohne merlichen Fehler in

Decimaltheilen des Halbmessers setzen tang $\frac{1}{2}\mu$

$$= \frac{\frac{1}{2}\mu}{57,29\ldots}$$, weil, nach (§. 34. VII.) der Halbmesser eines Kreises 57,29 Grade enthält. Also wird

$$\frac{859,43 \cdot \frac{1}{2}\mu}{15 \cdot 57,29 \ldots \mu} \cdot m = n \text{ oder}$$

weil 859,43 ... = 15 · 57,29 ... (§. 34. VII.), so wird schlechtweg

$$\frac{1}{2}\, m = n.$$

Also muß ein Theil auf dem Meilenmaaßstabe, worauf die Distanz CA ihren richtigen Meilenwerth bekommen soll, halb so groß seyn, als der 859,43ste, oder ohngefähr 860te Theil des Halbmessers OC. Hat man demnach die Projection nach Meilen oder Theilen verzeichnet, deren 859,43, oder ohngefähr 860 den Halbmesser OC ausmachen, so sind alsdann die wahren Meilen zur Messung nicht allzugroßer Distanzen um den Mittelpunkt der Projection herum, ohngefähr halb so groß, als jene Theile auf OC, und wenn man demnach z. E. $7\frac{1}{2}$ der erwähnten Theile von OC abfaßte, so würde dies die Größe eines Meridiangrades auf der Distanz CA geben, welchen man in 15 gleiche Theile eintheilen müßte, um den wahren

gen Meilenmaaßstab zur Messung der Distanzen um die Mitte der Projection herum zu erhalten.

VIII. Eine schöne Eigenschaft der stereographischen Projection ist, daß alle Meridiane derselben, vollkommen senkrecht auf den Parallelen stehen, wie auf der Kugel selbst der Fall ist, und daß also wenigstens, in Ansehung der Winkel, die einzeln Vierecke eines solchen Netzes, denen auf der Kugel ähnlich sind. Den Beweis davon kann man synthetisch in Hrn. Prof. Klügels Antritts-Programm seines Lehramtes in Halle, Geometrische Entwickelung der Eigenschaften der stereographischen Projection. Halle 1788. §. 18. ꝛc., und analytisch in Herrn Hofr. Kästners *Theoria projectionis stereographicae horizontalis*, in dessen dissertat. mathem. et physicis pag. 188. Altenburg 1771. finden, so wie denn überhaupt beide Schriftsteller die Lehre von den Projectionen auf eigenen Wegen musterhaft vorgetragen haben. Sehr umständlich hat auch Hr. Hofr. Karsten die Lehre von den Projectionen der Kugelfläche in dem 7ten Theile seines Lehrbegriffs der Mathematik abgehandelt; mich deucht aber, daß der Weg, wodurch er diese oder jene Formeln gefunden hat,

nen gebraucht werden kann, wenn keine allzu-
ße Schärfe nöthig ist.

VII. Man kann leicht beweisen, daß auf der
ographischen Projection die wahren Mei-
, zur Messung der Distanzen um C herum,
gefähr halb so groß sind, als diejenigen Meilen,
man erhalten würde, wenn man den Halb-
ser OC oder r in so viel gleiche Theile theilte,
der wirkliche Halbmesser der Erde geographische
ilen enthält. Man nenne den 859,43 Theil
OC = m; so ist OC oder r = 859,43.m,
eine Distanz, wie CA, um die Mitte der Pro-
ion herum = r tang $\frac{1}{2}\mu$ = 859,43.m.tang$\frac{1}{2}\mu$,
in der Unterschied der geographischen Breiten
schen C und A = $\mu$ heißt. Wäre nun dieser
erschied $\mu$ in Graden ausgedrückt, so ist der-
e in Meilen = $\mu$.15, und wenn also eine
ile auf CA die Größe n hätte, so wäre CA
$\mu$.n.15; demnach muß

$$859{,}43.\text{m tang } \tfrac{1}{2}\mu = \mu.\text{n } 15 \text{ also}$$

$$\frac{859{,}43.\text{m}}{15.\mu} \text{ tang } \tfrac{1}{2}\mu = \text{n seyn.}$$

Wenn nun CA nicht sehr viele Grade ent-
t, also $\mu$ nicht groß ist, so kann man, wenn $\mu$
Graden gegeben ist, ohne merklichen Fehler in

...ry und was La Croix (Intro.
Geographie de Pinkerton)
Traité de Topographie)
lehren, ist mehr theoretisch

...itel.

...und Central-

...tion.

§. ..84.

Wenn man sich das Auge bey der perspectivischen Entwerfung der Erdfläche, oder eines Stücks derselben, in einer unendlichen Entfernung gedenkt, so werden alle Lichtstrahlen, die von der Oberfläche der Erde nach dem Auge gezogen werden, sich in parallele Linien verwandeln, und man wird statt eines Strahlenkegels, wie bisher der Fall war, einen Strahlencylinder erhalten, dessen Durchschnitt mit einer auf jene Parallelstrahlen senkrechten Ebene, auf dieser Ebene, als perspectivischer Tafel, die sogenannte orthographische Projection der Erd-

Meilenmaaßstab zur Messung der Distanzen um Mitte der Projection herum zu erhalten.

VIII. Eine schöne Eigenschaft der eographischen Projection ist, daß e Meridiane derselben, vollkommen krecht auf den Parallelen stehen, wie der Kugel selbst der Fall ist, und daß wenigstens, in Ansehung der Winkel, die ein Vierecke eines solchen Netzes, denen auf der gel ähnlich sind. Den Beweis davon kann man thetisch in Hrn. Prof. Klügels Antritts-gramm seines Lehramtes in Halle, Geome-sche Entwickelung der Eigenschaften r stereographischen Projection. Halle 88. §. 18. ꝛc., und analytisch in Herrn fr. Kästners *Theoria projectionis stereo-aphicae horizontalis*, in dessen dissertat. thhem. et physicis pag. 188. Altenburg 1. finden, so wie denn überhaupt beide Schrift-r die Lehre von den Projectionen auf eigenen en musterhaft vorgetragen haben. Sehr um-lich hat auch Hr. Hofr. Karsten die Lehre den Projectionen der Kugelfläche in dem 7ten e seines Lehrbegriffs der Mathematik handelt; mich deucht aber, daß der Weg, wo- er diese oder jene Formeln gefunden hat,

nicht immer der kürzeste ist. In Rücksicht der Analysis und eines eigenthümlichen Ganges bey diesen Untersuchungen kann man auch de Lambre's Abhandlung über die stereographische Projection in den Memoires de l'Institut de Paris Tom. V. p. 393. Hrn. Prof. Mollweide in der Monatl. Corresp. 1806. Novemb. S. 427 und Dec. S 528 nachlesen. Das brauchbarste für die Ausübung wird wohl das bisher beygebrachte enthalten. — Was ältere Schriftsteller, z. E. Clavius, Varenius, Wolf u. a. von den Projectionen gelehrt haben, ist sehr unvollständig. Hase, Tob. Mayer und Lowitz haben zwar viele Landcharten nach der stereographischen Projection verfertigt, aber von der Theorie derselben wenig bekannt gemacht. Herrn Hofr. Kästner gebührt das Lob, über diesen Gegenstand zuerst etwas befriedigendes geliefert zu haben. Synthetisch finde ich die Beweise der stereographischen Projection auch sehr bündig in *John Harris M. A. F. R. S. Lexicon technicum or an universal english dictionary of arts and sciences etc.* London 1704. unter den Artikeln *Projection* und *spherik Geometry*. Was in meines Vaters Mathematischen Atlas vom Zeichnen der Landcharten vorkömmt, reicht zur Aus-

übung

hung nicht hin; und was La Croix (Introduction a la Geographie de Pinkerton) und Puissant (Traité de Topographie) von den Projectionen lehren, ist mehr theoretisch als practisch.

---

Sechstes Kapitel.

## Von der orthographischen und Centralprojection.

---

§. 784.

I. Wenn man sich das Auge bey der perspectivischen Entwerfung der Erdfläche, oder eines Stücks derselben, in einer unendlichen Entfernung gedenkt, so werden alle Lichtstrahlen, die von der Oberfläche der Erde nach dem Auge gezogen werden, sich in parallele Linien verwandeln, und man wird statt eines Strahlenkegels, wie bisher der Fall war, einen Strahlencylinder erhalten, dessen Durchschnitt mit einer auf jene Parallelstrahlen senkrechten Ebene, auf dieser Ebene, als perspectivischer Tafel, die sogenannte orthographische Projection der

Erd-

Erfläche geben wird, von der wir nunmehr, wegen ihres Gebrauchs in der Astronomie, auch noch das allgemeinste beybringen wollen.

II. Es kommt hiebey vorzüglich darauf an, wie sich auf der Tafel (I.) die verschiedenen Meridiane und Parallelkreise der Erde, orthographisch abbilden werden, wenn ein orthographisches Netz für eine Halbkugel, oder ein beliebiges Stück derselben, zu diesem oder jenem Gebrauche verlangt würde, und da erhellet nunmehr leicht, daß die Vorschriften dazu sich aus den oben (§. 61.) beygebrachten allgemeinen Untersuchungen müssen herleiten lassen, wenn man in denselben sich die Spitze des Strahlenkegels, z. E. BOA (Fig. XLV.), unendlich weit weggedenkt, damit BO und AO, und so alle übrigen von dem Umfange des Kreises nach dem Auge O gezogenen geraden Linien oder Lichtstrahlen, sich in parallele Linien verwandeln, mithin BOA zu einem Strahlencylinder werde, dessen Grundfläche der Kreis BDA ist, und der nunmehr von einer Ebene kEie, welche keiner von den Seitenlinien BO, AO parallel ist, durchschnitten werde.

§. 85.

Daß in diesem Falle die Durchschnittsfigur kEie, also die orthographische Projection des

Krei-

$$Ee = a = \frac{(\rho+F)\sin\mu}{\sin(\mu+\zeta)} + \frac{(\rho-F)\sin\mu}{\sin(180^\circ-(\mu+\zeta))}$$

oder auch

$$Ee = a = \frac{2\rho\sin\mu}{\sin(\mu+\zeta)}$$

Aber wegen (§. 84. I.) muß nothwendig, wenn die Schnittebene kEie die Axe OC in L durchschneidet, der Triangel FLC bey L rechtwinklicht seyn, also der Winkel EFC $= 90^\circ - OCF = 90^\circ - OAB$, d. h. $\zeta = 90^\circ - \mu$, also $\mu + \zeta = 90^\circ$ und $\sin(\mu+\zeta) = 1$. Demnach ist die Formel für die Axe Ee der Ellipse kEie

$$a = 2\rho\sin\mu$$

wo denn jetzt unter $\mu$ auch der Neigungswinkel der Axe OC gegen den Durchmesser BA verstanden werden kann.

II. Für den Winkel kFE $= \delta$, unter welchem dieser Durchmesser Ee (Fig. XLV.) die mit ki parallelen Sehnen halbirt, haben wir oben die allgemeine Formel (§. 69. XI. 5.)

$$\tang\delta = \frac{\tang\beta}{\cos x \sin\psi}$$

gefunden, welche auch auf den Strahlencylinder (Fig. XLIV.) angewandt werden kann, wenn

man sich nur den Punkt O (Fig. XLV.) unendlich weit hinaus gedenkt, daß BO und AO parallele Linien werden. Nun ist klar, daß, wenn man die Ebene kEie senkrecht auf die Axe OC annimmt (§. 84. I.), dieselbe auch senkrecht stehen wird auf der Ebene OCS, so wie auf allen übrigen, welche man sich durch die Axe OC gelegt vorstellet. Nun ist aber OS ein Perpendikel auf die Ebene BDA (§. 60. XI.); also steht die Ebene BDA ebenfalls auf der Ebene OCS senkrecht. Da demnach beyde Ebenen kEie und BDA auf der Ebene OCS senkrecht sind, so wird auch ihr gemeinschaftlicher Durchschnitt ki senkrecht auf der Ebene OCS, mithin auch auf CS, stehen. Also wird der Winkel iwC oder FwC, d. h. $x$ (§. 60. XI. 1.) $= 90°$ seyn, d. h. die Linien CS und CF werden zusammenfallen. Aber wenn $x = 90°$, so muß wegen $\cos x = 0$ nothwendig tang $\delta$ unendlich, mithin $\delta = 90°$ werden. D. h. wenn die Schnittebene Ee auf die Axe des Kegels oder Cylinders senkrecht angenommen wird, so hat die Durchschnittslinie ki dieser Ebene mit der Grundfläche des Kegels oder Cylinders allemahl eine solche Lage, daß 1) ki auf der Ebene OCF des Neigungswinkels der Axe gegen die Grundfläche senkrecht steht, und

dann

man sich nur den Punkt O (Fig. XLV.) unendlich weit hinaus gedenkt, daß BO und AO parallele Linien werden. Nun ist klar, daß, wenn man die Ebene kEie senkrecht auf die Axe OC annimmt (§. 84. I.), dieselbe auch senkrecht stehen wird auf der Ebene OCS, so wie auf allen übrigen, welche man sich durch die Axe OC gelegt vorstellet. Nun ist aber OS ein Perpendikel auf die Ebene BDA (§. 60. XI.); also steht die Ebene BDA ebenfalls auf der Ebene OCS senkrecht. Da demnach beyde Ebenen kEie und BDA auf der Ebene OCS senkrecht sind, so wird auch ihr gemeinschaftlicher Durchschnitt ki senkrecht auf der Ebene OCS, mithin auch auf CS, stehen. Also wird der Winkel iwC oder EwC, d. h. $x$ (§. 60. XI. 1.) $= 90°$ seyn, d. h. die Linien CS und CF werden zusammenfallen. Aber wenn $x = 90°$, so muß wegen $\cos x = 0$ nothwendig tang $\delta$ unendlich, mithin $\delta = 90°$ werden. D. h. wenn die Schnittebene Ee auf die Axe des Kegels oder Cylinders senkrecht angenommen wird, so hat die Durchschnittslinie ki dieser Ebene mit der Grundfläche des Kegels oder Cylinders allemahl eine solche Lage, daß 1) ki auf der Ebene OCF des Neigungswinkels der Axe gegen die Grundfläche senkrecht steht, und

dann

dann 2) derjenige Durchmesser Ee, welcher die mit ki parallel laufenden Sehnen des Kegel- oder Cylinderschnitts halbiret, sie alle senkrecht halbirt. Es ist demnach in der Formel (I.) für den Durchmesser Ee = a = 2ϱ sin $\mu$ des Cylinderschnitts, unter dem Winkel $\mu$, auch der Neigungswinkel OCF = $\beta$ der Axe des Cylinders gegen die Grundfläche selbst, zu verstehen, d. h. $\mu = \beta$, also a = 2ϱ sin $\beta$ zu setzen.

III. Unter den angeführten Umständen ist demnach in den Formeln (§. 60. XI. 1.) wegen $\varkappa = 90°$, ferner cos $\vartheta$ = cos $\beta$, also $\vartheta = \beta$; weiter cot $\omega = 0$ (das. 1.), also $\omega = 90°$; dann $\zeta = \psi$ (das. 4.), oder (I.) $90° - \mu = \psi$, oder (II.) $90° - \beta = \psi$. D. h. der Neigungswinkel $\psi$ der Schnittebene kEie gegen die Grundfläche BDA, ist der Ergänzung des Neigungswinkels $\beta$ der Axe OC zu 90° gleich.

IV. Weiter verwandelt sich für den Cylinderschnitt das Produkt a . b (§. 61. XI.) was dorten mit c bezeichnet wurde, (wegen $\nu - \zeta = 180° - (\mu + \zeta)$ und also wegen sin $(\nu - \zeta) =$ sin $(\mu + \zeta) = 1$, und wegen sin $\nu$ = sin $\mu$ = sin $\beta$; (II.) in $a . b = \frac{2\varrho}{\sin\beta} = 2\varrho$ cosec $\beta$;

die Gleichung für die Ellipse des Cylinderschnitts kEie ist (§. 61. XII.) (wegen b =

$= \frac{2\varrho}{\sin\beta} : 2\varrho \sin\beta = \operatorname{cosec}\beta^2$)

$y^2 = 2\varrho \operatorname{cosec}\beta \cdot x - \operatorname{cosec}\beta^2 \cdot x^2$

$\varrho$ den Halbmesser der Grundfläche des Cylinders entet. Diese Gleichung ist für Ordinaten y, the wegen $\delta = 90°$ (II.) auf den Abscissen krecht stehen, also für rechtwinklichte ordinaten.

V. Man heißt die Zwergaxe einer Ellipse jenige, welche durch den Mittelpunkt derselben krecht auf den oben durch die Formel $a = 2\varrho \sin\beta$ stimmten Durchmesser Ee gesetzt wird. Sie ist r doppelten Ordinate y gleich, welche einer scisse $x = \frac{1}{2} a = \varrho \cdot \sin\beta$ zugehören würde. an setze also in obige Gleichung (IV.) $x =$

$\cdot \sin\beta = \frac{\varrho}{\operatorname{cosec}\beta}$, so wird das zugehörige

$= \varrho$; also die Zwergaxe jener Ellipse $= 2\varrho$; rse ist allemahl größer, als $a = 2\varrho \sin\beta$, weler Durchmesser a daher in dem Cylinderschnitte Eie die kleine Axe seyn wird. Die Zwergaxe r Ellipse kEie ist also allemahl dem Durchmesser r Grundfläche BDA des Cylinders gleich. Aus

dem

dem bisherigen ist es nunmehr leicht, die Vorschriften für die orthographischen Projectionen der parallel- und Mittagskreise herzuleiten.

## §. 87.

Aufgabe. Man gedenke sich nunmehr (Fig. L. und Fig. LIII.) das Auge O unendlich weit weg, dem Orte W gegenüber, dessen Horizontalfläche der größte Kreis HRrT sey, so daß alle gerade Linien oder Lichtstrahlen, welche von dem Umfange eines jeden Parallelkreises, wie bza (Fig. LIII.), und Meridians, wie QuP (Fig. L.), nach dem Auge O gezogen werden, als parallele Linien zu betrachten sind. Man soll auf der Tafel RHrT, die orthographische Projection BZA des Parallelkreises bza, und Meridians dQD verzeichnen.

Aufl. α) Für die Projection des Parallelkreises bza (Fig. LIII.), dessen Abstand vom Pole Q = $\eta$, so wie der des Orts W vom Pole = $\varepsilon$ heiße.

I. Hier wird nun sogleich erhellen, daß der Strahlenkegel bOa, in einen Strahlencylinder sich verwandelt, dessen Axe die Linie Og ist, wenn g das Centrum des Parallels bza bedeutet, und die Linien Oa, Ob, Og jetzt als gleichlaufende

mit

ks OCW betrachtet werden. Da nun OW auf
e Ebene der Tafel RHrT senkrecht ist, so werden
ich alle übrigen, wie Ob, Og, Oa, auf RHrT
nkrecht stehen. Die Tafel RHrT schneidet also
e Axe Og des Strahlencylinders bOa senkrecht,
nd die Schnittfigur BZA, oder die orthographische
rojection des Parallels bza ist also eine Ellipse,
[illegible] kleine Axe die Linie AB seyn muß, die Durch-
[illegible]linie der Tafel RHrT mit der Ebene des
[illegible]winkels Ogb der Axe Og, gegen die
[illegible]fläche bza. Nennt man diesen Neigungs-
winkel $\beta$, so ist, wenn der Halbmesser gb = ga
[illegible] AB = $2\rho \sin\beta$. Weil aber Og parallel
[illegible] OW, so ist $\beta$ = dem Neigungswinkel der
inie OW gegen die Ebene des Parallels bza, und
ieser Winkel ist, wenn man sich durch W eine
leichlaufende Linie W$\tau$ mit ab gezogen vorstellt,
ie man leicht finden wird, = OW$\tau$, welcher
u seinem Maaße den halben Bogen O$\tau$, oder die
albe Ergänzung des Bogens WQ$\tau$ zu 180° hat;
eil nun dieser Bogen WQ$\tau$ = WQ + Qb + b$\tau$
= WQ + Qb + Wa = $\varepsilon + \eta + \varepsilon - \eta = 2\varepsilon$, also

er Winkel $OW\tau = \dfrac{180^\circ - 2\varepsilon}{2} = 90^\circ - \varepsilon$,

o hat man AB = $2\rho \sin(90^\circ - \varepsilon) = 2\rho \cos\varepsilon$;
oder $\rho = r \sin\eta$ (§. 47. V.), wenn r den

Halbmesser OC, oder CW der Erdkugel bedeutet; demnach die kleine Axe der Projection AZB, oder AB $=2r \sin\eta \cos\varepsilon$. Die große Axe, senkrecht auf AB, würde seyn $=2\varrho=2r \sin\eta$ (§. 86. V.), und die Gleichung für die Ellipse AZB

$$y^2 = 2\varrho \sec\varepsilon \,.\, x - \sec\varepsilon^2 \,.\, x^2$$
$$= 2r \sin\eta \sec\varepsilon . x - \sec\varepsilon^2 \,.\, x^2$$

wo demnach x jede Abscisse, wie AX (Fig. LIV.), und y jede zugehörige Ordinate XZ bedeutet.

II. Um die Entfernung des Punktes A, von welchem die Abscissen angerechnet werden, von dem Mittelpunkte C der Tafel zu finden, so ist, weil die Linie aAO parallel mit WO gedacht werden muß, das Perpendikel CA = dem Perpendikel, was von a auf den Durchmesser OW würde herabgefället werden, also $= r \sin Wa = r \sin(\varepsilon-\eta)$, und eben so CB $= r \sin(\varepsilon+\eta)$; woraus denn ebenfalls AB $= r(\sin(\varepsilon+\eta) - \sin(\varepsilon-\eta))$ $= 2r \sin\eta \cos\varepsilon$ folgt. Auch wird Cq $= r \sin\varepsilon$, welches die Projection des Poles giebt.

β) Für die Meridiane.

I. Wenn des orthographisch zu entwerfenden Meridians dQD (Fig. L.) Unterschied, von dem HQW des Orts W, welcher auf der Tafel durch die gerade Linie CH abgebildet wird, $=\lambda$ ist, und man sich nun von allen Punkten des Umfangs

dQDP,

dQDP, wieder Parallellinien mit WO gedenkt, so erhält man einen Strahlencylinder, dessen Grundfläche ein größter Kreis, nemlich der Meridian dQDP ist, dessen Halbmesser also = r, und die Axe die Linie OW selbst ist. Da nun wieder die Tafel senkrecht steht auf der Axe OC, so muß auch des Meridians orthographische Projection eine Ellipse seyn, deren kleine Axe a = 2r sin $\beta$, wenn jetzt $\beta$ den Neigungswinkel der Axe OC des Strahlencylinders gegen die Ebene des zu projicirenden Meridians QU bedeutet (§. 86. II.). Dieser Neigungswinkel ist = 90° — $\psi$, wenn $\psi$ den Neigungswinkel der Durchschnittsebene, oder der Tafel RHTr, gegen die Ebene des Meridians QUP, als Grundfläche des Strahlencylinders bedeutet (§. 86. III.). Nun ist aber oben für diesen Neigungswinkel gefunden worden cos $\psi$ = sin $\varepsilon$ sin $\lambda$ (§. 69. 4.). Also ist sin $\beta$ = sin $\varepsilon$ sin $\lambda$, und also die kleine Axe a der Ellipse, welche die orthographische Projection des Meridians auf der Tafel abbildet, = 2r sin $\varepsilon$ sin $\lambda$. Die große Axe ist = 2r = dem Durchmesser des Meridians (§. 86. 5.).

II. Wenn jetzt (Fig. L. und LI.) dqD die orthographische Projection des Meridians DQd, so weit derselbe hinter die Tafel fällt, vorstellt,

wo

wo DCd die Durchschnittslinie der Projection mit der Ebene der Tafel TDHd bedeutet, so ist sogleich diese Durchschnittslinie Dd selbst die große Axe der Ellipse dqD, oder des projicirten Meridians dQD, weil Dd = 2r. Die kleine Axe wird nunmehr auf die Linie $\mu$c, welche senkrecht auf Dd gezogen wird, von e nach $\varepsilon$, so daß Ce = C$\varepsilon$ = der halben kleinen Axe genommen werden muß, fallen, und für den Winkel HC$\mu$ = $\varphi$ — 90° (§. 69. Zus. I.), den diese Linie $\mu$c mit Dd macht, wird, wie oben, da dqD die stereographische Projection eines Meridians vorstellte, die Formel tang $\varphi$ = — cos $\varepsilon$ tang $\lambda$ gebraucht werden können, wo den $\varphi$ den Winkel HCD bezeichnet, den die große Axe Dd der Ellipse dqD mit HT macht. Die Gleichung für die Ellipse dqD wird seyn

$$y^2 = 2r \operatorname{cosec}\beta \,.\, x - \operatorname{cosec}\beta^2 x^2$$

welche wegen $\operatorname{cosec}\beta = \frac{1}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\varepsilon \, \sin\lambda} =$ cosec $\varepsilon$ cosec $\lambda$, sich in

$$y^2 = 2r \operatorname{cosec}\varepsilon \operatorname{cosec}\lambda \,.\, x - \operatorname{cosec}\varepsilon^2 \operatorname{cosec}\lambda^2 \,.\, x^2$$

verwandelt, wo denn die Abscissen x, von dem Punkte D, oder d auf dem Durchmesser Dd angerechnet, und die Ordinaten parallel mit $\mu$c, also senkrecht auf Dd genommen werden müssen.

§. 88.

§. 88.

Aus dem bisherigen wird hinlänglich erhellen, die orthographischen Projectionen der Parallelen Meridiane, durch Verzeichnung der Ellipsen mittelst der Gleichungen des vorhergehenden §es luem vorkommenden Falle sich werden entwerfen n, da zugleich die übrigen Dinge, welche die e dieser Projection betreffen, aus (§. 87. β II.) mt sind. Man kann aus den allgemeinen meln leicht die besondern Fälle, welche auf die ahme des Orts W, auf dessen Horizont HBTr Projection zu machen ist, Bezug haben, z. E. die orthographische Polarprojection, welche $\varepsilon = 0$, und die orthographische Juatorialprojection, für welche $\varepsilon = 90^\circ$ nehmen ist, herleiten. Die weitere Anwendung e, die davon in der Astronomie in der Lehre den Finsternissen zu machen ist, die leichteste wie Ellipsen, aus den bekannten Abmessungen elben zu zeichnen u. dergl. wäre hier zu weitläuftig beyzubringen, und muß daher aus besondern riften über diesen Gegenstand z. E. de la Landes Astronomie u. a. erlernt werden. Ich be also hier noch kürzlich das allgemeine von der tralprojection beybringen.

nach allen dem Auge zugekehrten P
fläche der Kugel gerade Linien bis
fortzieht, so heißt die auf solche
Projection der vor dem Auge befin
QWP auf die Berührungsebene
projection, und es kommt nun
Regeln aufzufinden, nach denen si
$\mu\nu$, die Projectionen der Meridia
rallelkreise, zu denen P und Q a
zeichnen lassen.

II. Die Ebene $\mu\nu$ soll die
Punkte W berühren, welcher den A
vom Pole Q habe. Ist nun QW
durch W, so sieht man leicht, daß
C sich in der Ebene desselben befin

§. 89.

Centralprojection.

I. Wenn man sich (Fig. LXV.) an gewissen Orte W einer Kugel DQP eine B rungsebene $\mu\nu$ gedenkt, und das Auge in Mittelpunkte C dieser Kugel nimmt, darauf nach allen dem Auge zugekehrten Punkten der fläche der Kugel gerade Linien bis an die Ebe fortzieht, so heißt die auf solche Art entst Projection der vor dem Auge befindlichen Hä QWP auf die Berührungsebene $\mu\nu$, eine Ce projection, und es kommt nun darauf an Regeln aufzufinden, nach denen sich auf der $\mu\nu$, die Projectionen der Meridiane, und de rallelkreise, zu denen P und Q als Pole ge zeichnen lassen.

II. Die Ebene $\mu\nu$ soll die Kugel in Punkte W berühren, welcher den Abstand QW vom Pole Q habe. Ist nun QWP ein Mer durch W, so sieht man leicht, daß, weil das C sich in der Ebene desselben befindet, die cen Projection davon auf der Tafel $\mu\nu$ nothwendig gerade ohne Ende fortlaufende, auf CW senk stehende Linie nn seyn müsse, auf der z. E Stück wie Wq insbesondere des Bogens Projection seyn wird.

III. Ei

diane QWP des Orts W, an welchem die Tafel $\mu\nu$ die Kugel berührt, so wird, wenn man sich die Ebene des Winkels ECF in dem Aequator bis an die Tafel $\mu\nu$ erweitert gedenkt, ihr Durchschnitt ef mit der Tafel, die centrale Projection des dem Winkel ECF zugehörigen Bogens EF des Aequators vorstellen, und verlängert man diese Linie nach beyden Seiten über f und e hinaus, so erhält man die ganze Projection des Aequators, welche allemal eine auf mn, der Durchschnittslinie des Meridians QWP mit der Tafel, senkrecht stehende Linie e$\alpha$ seyn wird, weil die Ebene eCf, als ein Stück von der erweiterten Ebene des Aequators, senkrecht ist auf der Ebene des Meridians QWP, und auf dieser Ebene QWP auch die Tafel $\mu\nu$ in dem Berührungspunkte W senkrecht steht, mithin auch beyder Ebenen Cef und $\mu\nu$, gemeinschaftlicher Durchschnitt ef auf der Ebene des Meridians QWP, mithin auf den in dieser Ebene QWP befindlichen Linien eC, en senkrecht stehen muß.

VI. Auch wird der Triangel qCf, in welchem qf, die Projection von dem Quadranten QF des Meridians QFP vorstellt, bey C rechtwinklicht seyn, weil qC, oder QC auf der Ebene des Aequators ECF, also auf CF oder Cf senkrecht steht.

VII. Die

diane QWP des Orts W, an i
$\mu\nu$ die Kugel berührt, so wird, i
Ebene des Winkels ECF in dem
die Tafel $\mu\nu$ erweitert gedenkt, il
mit der Tafel, die centrale Pr
Winkel ECF zugehörigen Bogen
tors vorstellen, und verlängert
nach beyden Seiten über f und e
man die ganze Projection des Aeq
allemal eine auf mn, der T
linie des Meridians QW
Tafel, senkrecht stehende L
wird, weil die Ebene eCf, al
der erweiterten Ebene des Aequat
auf der Ebene des Meridians Q
dieser Ebene QWP auch die T
Berührungspunkte W senkrecht ste
beyder Ebenen Cef und $\mu\nu$, g
Durchschnitt ef auf der Ebene
QWP, mithin auf den in dieser E
findlichen Linien eC, en senkrecht s

VI. Auch wird der Triangel
chem qf, die Projection von dem
des Meridians QFP vorstelle, bey
seyn, weil qC, oder QC auf der E
tors ECF, also auf CF oder Cf sen

$e\alpha$ senkrecht gezogen werden muß, um die Projection des Aequators zu erhalten, hat man We $=$ CW . tang WCe $=$ r cot $\varepsilon$.

5. Für den Punkt f auf $e\alpha$, nach welchem von q aus die gerade Linie qf, für die Projection des Quadranten QF des Meridians (1.) gezogen werden muß, hat man in dem bey e rechtwinklichten Dreyecke Cef (V.)

$$ef = Ce \cdot \text{tang } eCf$$

Aber Ce $=$ r cosec $\varepsilon$ aus dem rechtw. Dreyecke CWe, und eCf $=$ ECF $= \lambda$, also für den Punkt f auf der Tafel wird

$$ef = r \text{ cosec } \varepsilon \text{ tang } \lambda.$$

6. Wenn man auf diese Art z. E nach und nach $\lambda = 10°; 20°; 30°$ rc. setzt, so kann man auf $e\alpha$, die Punkte 10, 20, 30 rc. bestimmen, durch welche die Meridiane q 10; q 20; q 30 rc. von 10 zu 10 Graden gezogen werden können, welches auf eine ähnliche Art wenn man will, von 5 zu 5 oder von einzeln zu einzeln Graden geschehen kann.

7. Um einen beliebigen Meridian wie qf in perspektivische Grade, oder auch von 5 zu 5 oder 10 zu 10 Graden abzutheilen, gedenke man sich von allen Theilpunkten des Quadranten QF aus C gerade Linien bis an qf gezogen, so erhält man qf gehörigermaaßen eingetheilt. Man kann sich am be-

...wissen dazu eines ein für allemahl in seine ...ade, oder wie man sonst will, eingetheilten rech... Winkels C (Fig. LXVIII.) bedienen, auf ...en einen Schenkel man die Linie Cq der LXVten ...ur trägt, und sodann mit der Hypothenuse qf ... rechtwinklichten Dreyecks qCf (Fig. LXV.) ... andern Schenkel des erwähnten rechten Winkels ...f durchschneidet, da denn die aus C auslaufen... Theilungslinien, die Linie qf in die verlangten ...ile abtheilen werden, die man demnächst nur ... qf der LXVsten Figur wieder abtragen darf, ... die Punkte 10, 20, 30 ꝛc. zu erhalten, welche ... hier von 10 zu 10 Graden des Abstandes vom ...e die perspectivische Abtheilung des Meridians ... darstellen. Auf eine ähnliche Art, können alle ...igen Meridiane q 10, q 20 ꝛc. vermittelst des ...ten Winkels (Fig. LXVIII.) abgetheilt ...den.

8. Begreiflich können die Linien wie Cq, ef, q, We, ef (1.—5.) auch durch Construction ... rechtwinklichten Dreyecke in denen sie vorkom...n, gefunden werden, wenn man sie nicht nach ... (1.—5.) angegebenen Formeln berechnen will; ... Rechnung wird aber freylich alles viel genauer ...en. Man kann dabey den Halbmesser r etwa in ...00 oder 10000 Theile eingetheilt seyn lassen.

9. So

9. So kann man denn statt der Construction (7.) zur Eintheilung eines Meridians wie qf, auch folgende Rechnung anwenden.

Gesetzt, der Punkt Z auf dem Meridiane pf, solle dem Punkt z, der auf der Kugel den Abstand $\eta = Qz$ vom Pole Q habe, entsprechen, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf erstlich Cq, als Hypothenuse des rechtwinklichten Dreyecks CWq bekannt, nemlich $Cq = r \sec \varepsilon$. Ferner hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke Cef die Hypothenuse $Cf = Ce \,.\, \sec eCf = r \operatorname{cosec} \varepsilon \,.\, \sec \lambda$, und dies ist die zwote Seite in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf, woraus sich die Hypothenuse $qf = \sqrt{(Cq^2 + Cf^2)} = r \sqrt{(\sec \varepsilon^2 + \operatorname{cosec} \varepsilon^2 \sec \lambda^2)}$, und der Winkel $Cqf = \varkappa$ durch $\operatorname{tang} \varkappa = \frac{Cf}{Cq} = \frac{\operatorname{cosec} \varepsilon \,.\, \sec \lambda}{\sec \,.\, \varepsilon} = \frac{\sec \lambda}{\sec \varepsilon^2}$ findet. Nun sind also in dem Dreyecke CqZ bekannt $Cq = r \sec \varepsilon$, der Winkel $q = \varkappa$, und $qCZ = \eta$, woraus sich leicht $qZ = \frac{r \sec \varepsilon \,.\, \sin \eta}{\sin (\eta + \varkappa)}$ herleiten und berechnen läßt.

10. Wenn ein jeder Meridian gehörig eingetheilt worden ist, so darf man nur durch die

gleich-

gleichnahmigten Punkte aller entworfenen Meridiane, krumme Linien führen, so ergeben sich die projicirten Parallelkreise von selbst, für deren Zeichnung keine besondern weitläuftigern Vorschriften nöthig sind. g 40 h stellt z. E. einen dergleichen durch den 50ten Grad des Abstandes vom Pole vor.

11. Es werden sich bey der Centralprojection die Parallelkreise selten als wirkliche Kreise auf der Tafel $\mu\nu$ abbilden. In den meisten Fällen werden sie Ellipsen, oder andere Kegelschnitte, die nicht bequem durch eine stetige Bewegung zu beschreiben sind. Nur in dem Falle, wenn W in Q fällt, also die Tafel die Erdkugel in einem ihrer Pole berührt, bilden sich die Parallelkreise auch als Kreise ab, und könnten, wenn ihre Halbmesser nicht zu groß ausfallen, aus ihren Mittelpunkten beschrieben werden.

IX. 1. Man gedenke sich nun ferner durch E, oder durch das Auge des Beobachters, eine Horizontalfläche, und die Kugel QWPD, von der bisher die Rede war, sey jetzt insbesondere die Himmelskugel, welche von jener Horizontalfläche in dem größten Kreise WSK, auf welchem die Tafel in dem Berührungspunkte W senkrecht stehe, geschnitten werde, so wird auch dieser Horizont

KSW,

KSW, als ein größter Kreis, sich auf der Tafel $\mu\nu$ als eine gerade Linie abbilden müssen, und wenn nun der Punkt R auf der Kugel das Zenith des Horizontes KSW, mithin der Quadrant RW ein Scheitelkreis durch den Berührungspunkt W wäre, so würde auch die Projection des Verticalkreises RW, eine gerade Linie Wr auf der Tafel $\mu\nu$ seyn müssen, deren Lage gegen Wq, sich aus dem Winkel qWr, welcher nothwendig, weil Wr, Wq, Berührungslinien der Bögen WR, WQ sind, dem sphärischen Winkel RWQ gleich seyn muß, würde bestimmen lassen.

2. Dieser sphärische Winkel RWQ kann sehr leicht aus dem sphärischen Dreyecke RWQ berechnet werden. Man gedenke sich durch den Pol Q und den Scheitelpunkt R einen größten Kreis QRS, so muß dieser, wie die Astronomie lehrt, nothwendig der Mittagskreis des Beobachters seyn, dem der Horizont KSW zugehören würde. Der Bogen WS auf dem Horizonte wäre dann das Azimuth des Punktes W, wo die Tafel den Horizont berührt, und dem Maaße des sphärischen Winkels SRW gleich, dessen Ergänzung zu 180° der sphärische Winkel QRW ist; der Bogen QR muß dann ferner der Ergänzung der Polhöhe des Beobachters C zu 90°, und RW = 90° seyn.

Heißt

9. So kann man denn statt der Construction (7.) zur Eintheilung eines Meridians wie qf, auch folgende Rechnung anwenden.

Gesetzt, der Punkt Z auf dem Meridiane pf, solle dem Punkt z, der auf der Kugel den Abstand $\eta = Qz$ vom Pole Q habe, entsprechen, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf erstlich Cq, als Hypothenuse des rechtwinklichten Dreyecks CWq bekannt, nemlich $Cq = r \sec \varepsilon$. Ferner hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke Cef die Hypothenuse $Cf = Ce . \sec eCf = r \operatorname{cosec} \varepsilon . \sec \lambda$, und dies ist die zwote Seite in dem rechtwinklichten Dreyecke qCf, woraus sich die Hypothenuse $qf = \sqrt{(Cq^2 + Cf^2)} = r \sqrt{(\sec \varepsilon^2 + \operatorname{cosec} \varepsilon^2 \sec \lambda^2)}$, und der Winkel $Cqf = \varkappa$ durch $\tan \varkappa = \frac{Cf}{Cq} = \frac{\operatorname{cosec} \varepsilon . \sec \lambda}{\sec . \varepsilon} = \frac{\sec \lambda}{\sec \varepsilon^2}$ findet. Nun sind also in dem Dreyecke CqZ bekannt $Cq = r \sec \varepsilon$, der Winkel $q = \varkappa$, und $qCZ = \eta$, woraus sich leicht $qZ = \frac{r \sec \varepsilon . \sin \eta}{\sin (\eta + \varkappa)}$ herleiten und berechnen läßt.

10. Wenn ein jeder Meridian gehörig eingetheilt worden ist, so darf man nur durch die

gleich-

$\cos \varepsilon = - \cos a \cos p$, den Winkel oder Bogen $\varepsilon$ (wo sich denn, wer mit der Trigonometrie umzugehen weiß, leicht ergiebt, unter welchen Umständen $\varepsilon$ spitzig oder stumpf wird), so kann man daraus, nach (VIII. 1—5.), ferner die Linie Wq. für die Projection des Poles, und We, für die Projection des Punktes e, durch welchen senkrecht auf qe, der Aequator $\alpha k \alpha$ gezogen werden muß, finden. Daraus ergeben sich dann weiter die Meridiane durch q, mit ihren Abtheilungen (VIII. 7.), und die Parallelkreise (das. 10.), und eine Linie Wk, senkrecht durch W auf Wr gezogen, wird endlich die Projection des Horizontes durch W, auf der Tafel abbilden.

Die einzelnen Fälle, in Absicht auf die Annahme des Berührungspunktes W, hier alle durchzugehen, würde zu weitläuftig seyn, man wird sie aber, zumahl wenn man einen Globum zu Hülfe nimmt, leicht aus dem bisherigen von selbst herleiten.

XI. In der LXVIten Figur ist angenommen worden, daß der Punkt W des Horizontes Nordost sey, und zwar Nordost im Berliner Horizonte, für welchen $p = 52°. 31'$. Da nun Nordost im Horizonte um $90° + 45°$ von dem Punkte Süd entfernt, also das Azimuth $a = 90° + 45°$ ist, so hat man wegen $\cos a = \cos (90° + 45°) =$

— cos

KSW, als ein größter Kreis, sich auf der Tafel μν als eine gerade Linie abbilden müssen. Und wenn nun der Punkt R auf der Kugel das Zenith des Horizontes KSW, mithin der Quadrant RW ein Scheitelkreis durch den Berührungspunkt W wäre, so würde auch die Projection des Verticalkreises RW, eine gerade Linie Wr auf der Tafel μν seyn müssen, deren Lage gegen Wq, sich aus dem Winkel qWr, welcher nothwendig, weil Wr, Wq, Berührungslinien der Bögen WR, WQ sind, dem sphärischen Winkel RWQ gleich seyn muß, würde bestimmen lassen.

4. Dieser sphärische Winkel RWQ kann sehr leicht aus dem sphärischen Dreyecke RWQ berechnet werden. Man gedenke sich durch den Pol Q und den Scheitelpunkt R einen größten Kreis QRS, so muß dieser, wie die Astronomie lehrt, nothwendig der Mittagskreis des Beobachters seyn, dem der Horizont KSW zugehören würde. Der Bogen WS auf dem Horizonte wäre dann das Azimuth des Punktes W, wo die Tafel den Horizont berührt, und dem Maaße des sphärischen Winkels SRW gleich, dessen Ergänzung zu 180° der sphärische Winkel QRW ist; der Bogen QR muß dann ferner der Ergänzung der Polhöhe des Beobachters C zu 90°, und RW = 90° seyn.

Heißt

wie ab, und etwa noch 1 Zehntel desselben gleich genommen worden. Dies gab den Punkt q für die Projection des Poles, und eben so, We = 0,477 genommen, den Punkt e, für den durch e senkrecht auf eq zu ziehenden Aequator $\alpha\alpha$. Nun wurde (Fig. LXVII.) mit dem Halbmesser Ce = cosec $\varepsilon$ = 1,108 ein Quadrant beschrieben, dieser in 9 gleiche Theile, also von 10 zu 10 Graden abgetheilt, und durch jeden Theilpunkt aus C eine gerade Linie bis an die durch e errichtete Tangente gezogen, worauf die Stücken dieser Tangente, nemlich e 10, e 20, e 30 rc., abgefaßt, und (Fig. LXVI.), rechts und links des Punktes e, auf den Aequator $\alpha\alpha$ getragen wurden, um die Punkte 10, 20, 30 rc. rechts und links des Punktes e zu erhalten, durch welche die Meridiane von q aus gezogen werden konnten. Um diese Meridiane von 10 zu 10 Graden abzutheilen, so wurde (Fig. LXVIII.) auf dem einen Schenkel des rechten Winkels (VIII. 7.) Cq = 2,323 gemacht, und dann mit jedem Meridiane der LXVIten Figur, wie qe, q 10; qf, q$\alpha$ u. dergl., so verfahren, wie (VIII. 7.) gezeigt worden. Durch die gleichnahmigten Theilpunkte ließen sich hierauf sehr leicht die krummen Linien für die Projectionen der Parallelkreise zeichnen (VIII. 10.). Die ganze

Zeich-

$\cos z =$ [illegible] $- \cos a \cdot \cos p$ [illegible] den Bogen $z$ (wo sich denn, wer mit der Zeichnung umzugehen weiß, leicht ergiebt, unter welchen Umständen $z$ spitzig oder stumpf wird), so kann man daraus, nach (VIII. 1 – 5.), ferner die Linie $Wq$, für die Projection des Poles, und $We$, für die Projection des Punktes $e$, durch welchen senkrecht auf $qe$, der Aequator $\alpha e \alpha$ gezogen werden muß, finden. Daraus ergeben sich dann weiter die Meridiane durch $q$, mit ihren Abtheilungen (VIII. 7.), und die Parallelkreise (das. 10.) und eine Linie $Wk$, senkrecht durch $W$ auf $Wr$ gezogen, wird endlich die Projection des Horizonts durch $W$, auf der Tafel abbilden.

Die einzelnen Fälle, in Absicht auf die Annahme des Berührungspunktes $W$, hier alle durchzugehen, würde zu weitläuftig seyn, man wird sie aber, zumahl wenn man einen Globum zu Hülfe nimmt, leicht aus dem bisherigen von selbst herleiten.

XI. In der LXVIten Figur, ist angenommen worden, daß der Punkt $W$ des Horizontes Nordost sey, und zwar Nordost im Berliner Horizonte, für welchen $p = 52^\circ . 31'$. Da nun Nordost im Horizonte um $90^\circ + 45^\circ$ von dem Punkte Süd entfernt, also das Azimuth $a = 90^\circ + 45^\circ$ ist, so hat man wegen $\cos a = \cos (90^\circ + 45^\circ) =$

— cos

kugel zu entwerfen, würde Unbequemlichkeit
ben, weil bey der Centralprojection, Entfern
wie ef u. dergl. (Fig. LXV.) nach den Ta
der zugehörigen Bögen EF anwachsen, al
bald so groß werden, daß der Raum des P
nicht mehr verstattet, die Punkte wie f, u
auch die weit von qe wegfallenden Merid
zu zeichnen. Ausserdem würden die Ster
welche zu weit von dem Mittel der Tafel n
gen kommen, sehr merklich verunstaltet er
weil man selten das Auge in die gehörige
nung hält, für welche der perspectivische
verfertigt worden ist. Es ist daher imm
sam, den Himmel auf mehrere Platten, wi
pelmair gethan hat, zu entwerfen. Zn
den vorhin erwähnten 6 Seitenflächen des
Kugel beschriebenen Würfels berühren die
in den Polen, zwey in den Aequinoctial
und zwey in den Punkten des Aequators,
welche die Colure gehen. So ist also au
Doppelmairischen Charte ein Se
der Himmelskugel nach der Centralproject
zeichnet.

II. Wenn man diese Charten betrach
wird man finden, daß nur auf denjenigen,
den Polen zugehören, also auf der Zote

Kugel zu entwerfen, würde Unbequemlichkeiten haben, weil bey der Centralprojection Entfernungen wie ef u. dergl. (Fig. LXV.) nach den Neigungen der zugehörigen Bögen EF anwachsen, also sehr bald so groß werden, daß der Raum des Papiers nicht mehr verstattet, die Punkte wie f, und also auch die weit von qe wegfallenden Meridiane qf zu zeichnen. Ausserdem würden die Sternbilder, welche zu weit von dem Mittel der Tafel wegzuliegen kommen, sehr merklich verunstaltet erscheinen, weil man selten das Auge in die gehörige Entfernung hält, für welche der perspectivische Entwurf verfertigt worden ist. Es ist daher immer rathsam, den Himmel auf mehrere Platten, wie Doppelmair gethan hat, zu entwerfen. Zwey von den vorhin erwähnten 6 Seitenflächen des um die Kugel beschriebenen Würfels berühren die Kugel in den Polen, zwey in den Aequinoctialpunkten, und zwey in den Punkten des Aequators, durch welche die Colure gehen. So ist also auf jeder Doppelmairischen Charte ein Sechstheil der Himmelskugel nach der Centralprojection gezeichnet.

II. Wenn man diese Charten betrachtet, so wird man finden, daß nur auf denjenigen, welche den Polen zugehören, also auf der 20sten und

hält zu dieser Absicht um 1602 berechnete Tafeln für einzelne Sternbilder. Die 2te Ausgabe ist von Langmantel zu Augsburg 1679 erschienen. Kirchers Ars magna lucis et umbrae beschreibt auch diese Erfindung, an welcher vor Grienbergern Niemand gedacht habe.

IV. Hieher gehören auch die kleinen Sterncharten, welche Hr. Prof. Bode seiner Anleitung zur Kenntniß des gestirnten Himmels beygefügt hat. Die perspectivische Tafel $\mu\nu$ ist bey diesen Charten senkrecht auf den Horizont von Berlin, und der Berührungspunkt W jederzeit so angenommen, daß der abgebildete Theil des Himmels die vorzüglichsten Sternbilder in diesem oder jenem Monate darstellt. Z. E. für den Monat Jul. ist der Berührungspunkt W in Nord Ost (N. O.) angenommen, wie in (§. 89. XI.) und die Charte erstreckt sich auf dem Horizonte linker Hand des durch den Berührungspunkt gehenden Verticalkreises bis Norden, und rechter Hand bis Osten, so daß die unterste Seite dieser, und so einer jeden Charte, den 4ten Theil vom Kreise des Horizontes, oder 90 Grade desselben, nach den 8 dazwischen liegenden Weltgegenden abgetheilt vorstellt. Die Projection noch weiter auf dem Horizonte hinaus auszudehnen, würde

die

rwähnte Unbequemlichkeit haben, daß die
ilder an den Gränzen der Charte zu sehr
n würden. So ist denn aus eben dem
e die Ausdehnung jeder Charte nach der
so weit eingeschränkt, daß diese Verunstal-
icht gar zu beträchtlich, in Absicht auf die
em obern Rande der Charte zu liegen kom-
Sternbilder ausfällt. Durch die auf dem
nte bemerkten Punkte oder Weltgegenden
man sich die Verticalkreise als gerade
m untersten Rand der Charte senkrecht ste-
Linien, von denen jedoch nur die mittelsten
den Punkt, wo die Tafel den Horizont be-
und durch die beyden äussersten, wirklich
ogen sind. Jede Weltgegend, welche auf
ntersten Rande der Charte, oder auf dem
nte, rechts und links des Berührungspunk-
r Tafel verzeichnet ist, stehet von diesem
rungspunkte in dem Verhältnisse der Tan-
ihres Abweichungswinkels von jenem Be-
gspunkte ab, die Tangente für den Halb-
r der Kugel genommen. D. h. wenn eine
e Weltgegend den Winkel $\alpha$, mit derjenigen,
e Tafel den Horizont berührt, macht, so ist
bstand auf der Tafel von dem gedachten
rungspunkte = r tang $\alpha$ (wie z. E. Wk

 (Fig.

(Fig. LXVI.) = tang 45° war). Gedenkt man sich nun durch diese Weltgegend einen Verticalkreis, als eine gerade, auf dem abgebildeten Horizonte senkrecht stehende Linie, und soll ein gewisser Punkt dieser Linie der Erhöhung $\beta$ über dem Horizonte entsprechen, so muß solche in dem Verhältnisse der Tangente dieses Winkels $\beta$ genommen werden, für den Halbmesser r sec $\alpha$, d. h. auf der Tafel wird dieser Punkt, welcher der Höhe $\beta$ zugehört, die Erhöhung r sec $\alpha$ . tang $\beta$, über dem Horizonte kWk haben müssen. Darauf gründen sich die Abtheilungen auf den Rändern dieser Sterncharten; man könnte auf diese Art jeden projicirten Verticalkreis nach den Graden der Höhe abtheilen, und durch die correspondirenden Punkte Parallelkreise mit dem Horizonte entwerfen. Es sind aber solche auf den erwähnten Charten nicht mit verzeichnet, um die Figur nicht mit gar zu viel Linien anzufüllen. Die Sterne sind nach ihrer geraden Aufsteigung und Abweichung in die Vierecke, welche die Meridiane und Parallelen auf jedem Chärtchen machen, eingetragen worden. Der Gebrauch dieser Charten, um die Sterne kennen zu lernen, ist in der Schrift selbst, zu der sie gehören, umständlich erläutert. Von ihrer Verzeichnungsart handelt auch im Allgemeinen Lamberts freye Perspective,

oder

(Fig. LXVI.) = tang 45° war). Gesetzt nun, es ziehe sich nun durch diese Weltgegend einen Verticalkreis, als eine gerade, auf dem abgebildeten Horizont senkrecht stehende Linie, und soll ein gewisser Punkt dieser Linie der Erhöhung $\beta$ über dem Horizont entsprechen, so muß solche in dem Verhältnisse der Tangente dieses Winkels $\beta$ genommen werden, für den Halbmesser r sec $\alpha$, d. h. auf der Tafel wird dieser Punkt, welcher der Höhe $\beta$ zugehört, die Erhöhung r sec $\alpha$ . tang $\beta$, über dem Horizonte KWk haben müssen. Darauf gründen sich die Abtheilungen auf den Rändern dieser Sternchartchen; man könnte auf diese Art jeden projicirten Verticalkreis nach den Graden der Höhe abtheilen, und durch die correspondirenden Punkte Parallelkreise mit dem Horizonte entwerfen. Es sind aber solche auf den erwähnten Charten nicht mit verzeichnet, um die Figur nicht mit gar zu viel Linien anzufüllen. Die Sterne sind nach ihrer geraden Aufsteigung und Abweichung in die Vierecke, welche die Meridiane und Parallelen auf jedem Chärtchen machen, eingetragen worden. Der Gebrauch dieser Charten, um die Sterne kennen zu lernen, ist in der Schrift selbst, zu der sie gehören, umständlich erläutert. Von ihrer Verzeichnungsart handelt auch im Allgemeinen Lamberts freye Perspective,

oder

II. Was zu einem solchen Streifen allg
nöthig wäre, läßt sich etwa so übersehen.

Man gedenke sich auf einer Kugel
gleichschenklichten sphärischen Triangel, dessen
in dem Pole, und jeder Schenkel dem Quad
eines Meridians, die Grundlinie aber dem
des Aequators gleich sey, den jene Quat
zwischen sich fassen, und zeichne nun (Fig. L
eine ebene Figur auf dem Papiere, von d
schaffenheit, daß die beyden Bögen PA, PE
Meridianquadranten, die gerade Linie A
jenem Bogen des Aequators gleich genommen
so ist klar, daß zwar jeder der beyden Böge
PB, für sich allein, in einen Meridianquad
so wie die gerade Linie AB, in einen Bog
Aequators gekrümmt werden könnte, allein i
Verbindung unter einander wird das krumm
ebene Dreyeck ABP, wie man auch die drey
linien PA, PB, AB zeichnen mag, nie voll
auf das sphärische gekrümmt werden können
es dasselbe in allen Punkten bedeckte, sondern
man z. E. die gerade Linie AB nach dem
des Aequators gekrümmt hätte, so werden P
PB nicht auf die Meridianquadranten passen
wenn PA, PB passen, so wird AB nicht
Bogen des Aequators anschliessen können.

II. Was zu einem solchen Urtheile allgemein nöthig wäre, läßt sich etwa so übersehen.

Man gedenke sich auf einer Kugel einen gleichschenklichten sphärischen Triangel, dessen Spitze in dem Pole, und jeder Schenkel dem Quadranten eines Meridians, die Grundlinie aber dem Bogen des Aequators gleich sey, den jene Quadranten zwischen sich fassen, und zeichne nun (Fig. LXIX.) eine ebene Figur auf dem Papiere, von der Beschaffenheit, daß die beyden Bögen PA, PB jenen Meridianquadranten, die gerade Linie AB aber jenem Bogen des Aequators gleich genommen würde, so ist klar, daß zwar jeder der beyden Bögen PA, PB, für sich allein, in einen Meridianquadranten, so wie die gerade Linie AB, in einen Bogen des Aequators gekrümmt werden könnte, allein in ihrer Verbindung unter einander wird das krummlinigte ebene Dreyeck ABP, wie man auch die drey Gränzlinien PA, PB, AB zeichnen mag, nie vollkommen auf das sphärische gekrümmt werden können, daß es dasselbe in allen Punkten bedeckte, sondern wenn man z. E. die gerade Linie AB nach dem Bogen des Aequators gekrümmt hätte, so werden PA und PB nicht auf die Meridianquadranten passen, oder wenn PA, PB passen, so wird AB nicht an den Bogen des Aequators anschliessen können. Kurz,

auch EP die Länge eines Quadranten erhäl
der ganze Papierstreifen APB die Ründu
Kugelfläche annimmt. Man hätte zwar a
Perpendikel EP sogleich einem Meridianqua
gleich nehmen können, aber alsdann würd
und BP auf dem Papiere länger, als ein
Quadrant ausfallen, und wenn nun AB
Bogen des Aequators, EP aber in den M
quadranten gekrümmt würde, so müßten,
nun AP, BP auf der Kugel sich auch in Q
ten krümmen sollten, dieselben verkürzt
welches ohne Falten und Runzeln nicht g
könnte. Es ist also vortheilhafter, die
AP, BP Quadranten gleich zu nehmen,
EP kürzer, als ein Quadrant werde, w
dann, nach gehöriger Anfeuchtung des P
die ganze Figur, blos durch eine De
ihrer Theile, in die kugelförmige Rund
bracht werden kann, wodurch Falten und
vermieden werden, die allemahl statt finden,
als Theile eines Papierstreifens sich verkürz
sen, um eine gewisse Ründung anzunehmen.

IV. Da aber ein jeder Papierstrei
einen gewissen Grad der Dehnung verträg
zu zerreissen, so sieht man leicht, wie hierd
Größe des Papierstreifens, der eine Kugelr

auch EP die Länge eines Quadranten behält, wenn der ganze Papierstreifen APB die Rundung der Kugelfläche annimmt. Man hätte demnach den Perpendikel EP sogleich einem Quadranten gleich nehmen können, aber alsdann würden auch AP, BP auf dem Papiere länger, als ein solcher Quadrant ausfallen, und wenn nun AB zu einem Bogen des Aequators, EP aber zu einem Meridianquadranten gekrümmt würde, so müßten, wenn AP, BP auf der Kugel sich auch in Quadranten krümmen sollten, dieselben verkürzt werden, welches ohne Falten und Runzeln nicht geschehen könnte. Es ist also vortheilhaftiger, die Bogen AP, BP Quadranten gleich zu nehmen, so daß EP kürzer, als ein Quadrant werde, weil alsdann, nach gehöriger Anfeuchtung des Papiers, die ganze Figur, blos durch eine Dehnung ihrer Theile, in die kugelförmige Rundung gebracht werden kann, wodurch Falten und Runzeln vermieden werden, die allemahl statt finden, so bald als Theile eines Papierstreifens sich verkürzen müssen, um eine gewisse Rundung anzunehmen.

IV. Da aber ein jeder Papierstreifen nur einen gewissen Grad der Dehnung verträgt, ohne zu zerreissen, so sieht man leicht, wie hierdurch der Grösse des Papierstreifens, der eine Kugelrundung

an-

wird AB zu 30 Graden angenommen; da
mit 12 dergleichen Segmenten, wie APB
Halbkugel, und mit 12 andern ähnlichen
dere Halbkugel überzogen werden kann.
oft wird aber an ein Segment, wie API
gleich auch das entgegengesetzte für die
Halbkugel gezeichnet, so daß beym Aufzieh
eine Hälfte APB bis an den Nordpol, u
andere ABQ bis an den Südpol reicht.

V. Innerhalb eines jeden Segments
APB, müssen in den gehörigen Abständen
welcher Punkt den Pol bezeichnet, krumme
wie afb, verzeichnet werden, welche sich in
von Parallelkreisen krümmen, wenn das Se
auf die Kugelfläche gezogen wird. Wenn m
unendlich nahe bey afb einen andern Parall
gedenkt, so ist zwischen beyden ein unendlich
ler Streifen des Segments enthalten, und
Streifen muß, wenn das Segment auf die
gezogen wird, eine unendlich schmale Zone a
Kugel bedecken, und die Figur abcd stell
auf dem Papiere die Abwickelung dieser Zo
eine ebene Fläche dar. Nun kann aber ein
Kugelzone abcd (Fig. LXVII.) als eine u
lich schmale Zone von einem Kegel betrachtet

selben AB zu 90 Graden angenommen; also kann mit 12 dergleichen Segmenten, wie APB, eine Halbkugel, und mit 12 andern ähnlichen die andere Halbkugel überzogen werden kann. Oefters wird aber an ein Segment, wie APB, so gleich auch das entgegengesetzte für die andere Halbkugel gezeichnet, so daß beym Aufziehen die eine Hälfte APB bis an den Nordpol, und die andere ABQ bis an den Südpol reicht.

V. Innerhalb eines jeden Segments, wie APB, müssen in den gehörigen Abständen von P, welcher Punkt den Pol bezeichnet, krumme Linien, wie afb, verzeichnet werden, welche sich in Bögen von Parallelkreisen krümmen, wenn das Segment auf die Kugelfläche gezogen wird. Wenn man sich unendlich nahe bey afb einen andern Parallel dce gedenkt, so ist zwischen beyden ein unendlich schmaler Streifen des Segments enthalten, und dieser Streifen muß, wenn das Segment auf die Kugel gezogen wird, eine unendlich schmale Zone auf der Kugel bedecken, und die Figur abcd stellt also auf dem Papiere die Abwickelung dieser Zone in eine ebene Fläche dar. Nun kann aber eine jede Kugelzone abcd (Fig. LXVII.) als eine unendlich schmale Zone von einem Kegel betrachtet wer-

diane AP entsprechen soll, mit einem Halbmesser ap = r cot $\beta$, aus dem Mittelpunkt p, den man in der Verlängerung von EP annimmt, innerhalb des Segments APB, einen Kreisbogen afb, so wird, wenn das Segment auf die Kugel gezogen wird, sich dieser Kreisbogen in den Bogen afb eines Parallels (Fig. XXVII.) krümmen, der der geographischen Breite $\beta$ entspricht.

VII. Wenn af (Fig. XXVII.) die Hälfte des Bogens ab ist, so wird, wenn der ganze Bogen $\varkappa$ Parallelgrade faßt, af = $\frac{1}{2}\varkappa$ Grad. Nun ist aber der Halbmesser des Parallelkreises ba$\beta$ = r cos $\beta$ (§. 47. V.), und der Umfang desselben = $2r\pi \cos\beta$, wenn $\pi$ die Ludolphische Zahl bedeutet, mithin die Länge eines Grades auf dem Parallel ba$\beta$ $= \frac{2r\pi \cos\beta}{360} = \frac{r\pi \cos\beta}{180}$, also die Länge von $\frac{1}{2}\varkappa$ Graden $\frac{\frac{1}{2}\varkappa r\pi \cos\beta}{180}$. So lang wird also nun auch der mit dem Halbmesser pa = r cot $\beta$ beschriebene Bogen af (Fig. LXIX.) seyn müssen; man heiße den Winkel apf, welcher am Mittelpunkte p dem Bogen af entspricht, in Graden = $\mu$, so muß auch des Bogens af Länge

=

bogens AP entsprechen soll, mit einem Halbmesser ep = r cot β, aus dem Mittelpunkte p, so man in der Verlängerung von EP, abwärts, innerhalb des Segments APB, einen Kreisbogen afb, so wird, wenn das Segment auf die Kugel gezogen wird, sich dieser Kreisbogen in den Bogen afb eines Parallels (Fig. XXVII.) krümmen, der der geographischen Breite β entspricht.

VII. Wenn af (Fig. XXVII.) die Hälfte des Bogens ab ist, so wird, wenn der ganze Bogen κ Parallelgrade faßt, af = ½ κ Grad. Nun ist aber der Halbmesser des Parallelkreises baβ = r cos β (§. 47. V.), und der Umfang desselben = 2r π cos β, wenn π die Ludolphische Zahl bedeutet, mithin die Länge eines Grades auf dem Parallel baβ $= \frac{2r\,\pi\,\cos\beta}{360} = \frac{r\,\pi\,\cos\beta}{180}$, also die Länge von ½ κ Graden $\frac{\frac{1}{2}\varkappa\, r\,\pi\,\cos\beta}{180}$. So lang wird also nun auch der mit dem Halbmesser pa = r cot β beschriebene Bogen af (Fig. LXIX.) seyn müssen; man heiße den Winkel apf, welcher am Mittelpunkte p dem Bogen af entspricht, in Graden = μ, so muß auch des Bogens af Länge

=

leicht einzusehen ist, daß für den Bogen PaA keine willkührliche Krümmung angenommen werden kann.

X. Man fälle von a ein Perpendikel ah, auf EP, und heiße solches = y, so ist y = pa . sin aph = r cot $\beta$ . sin $\mu$ (VII.), wo $\mu$ durch $\beta$ und $\varkappa$ bekannt ist (VIII.). Man weiß also für jeden Punkt a, dem die geographische Breite $\beta$ entsprechen soll, die Ordinate y der krummen Linie AaP.

XI. Wie groß aber die zugehörige Abscisse Eh = x genommen werden müsse, ist nicht so gar leicht zu bestimmen; und doch müssen für jeden Punkt a Abscisse und Ordinate bekannt seyn, wenn sich die krumme Linie AaP auf dem Papiere, mithin das Segment APB, in welchem der Bogen PB völlig wie PA verzeichnet wird, soll construiren lassen.

Man kann aber die Abscisse Eh, welche jedem Punkte a der krummen Linie AaP zugehört in völliger Schärfe nicht anders als durch Hülfe der Integralrechnung finden. Das Verfahren dazu findet man in Hrn. Hofr. Kästners Abhandlung *de fasciis globis obducendis* (*Commentationes soc. Reg. sc. Goetting. ad annum* 1778). Da man aber in der Ausübung

ohne-

Also der Bogen ad, oder $\frac{1}{9}$ des Quadranten AaP, mithin der Werth von 10 Graden des Meridians = 0,17453.

XIII. Man gedenke sich den Bogen AaP in lauter gleiche Theile Ad = da rc. getheilt, so daß jeder Theil 10 Grade des Meridians fasse, und also die Länge 0,17453 habe, welche ich mit $\Delta\beta$ bezeichnen will, und Ad sey der erste Theil, vom Aequator AB angerechnet, da der zweyte u. s. w., so hat man erstlich, nach der Formel (X.), für jeden der Punkte A, d, a u. s. w., die Ordinaten AE, di, ah u. s. w., wo insbesondere die erste AE dem Bogen von 15 Graden des Aequators gleich ist, wenn die Breite AB des Segments = 30 Graden seyn soll; also ist AE = einem Bogen von 15° für den Halbmesser 1, d. h. = 0,261799, wofür ich beynahe 0,26180 setzen darf.

XIV. Man fälle von d auf AE das Perpendikel dn, von a auf di das Perpendikel ak u. s. w., so hat man An = AE — di = dem Unterschiede der Ordinaten für die beyden nächsten Punkte A und d; dann eben so das Stück kd = di — ah = dem Unterschiede der beyden Ordinaten di, ah u. s. w., so hat man dergleichen Unterschiede, wie An, dk u. s. w., neune bis

zum

also die Länge 0,17453 habe, wel
bezeichnen will, und Ad sey der er
Aequator AB angerechnet, da der z
so hat man erstlich, nach der Form
jeden der Punkte A, d, a u. s. w.
AE, di, ah u. s. w., wo insbeso
AE dem Bogen von 15 Graden
gleich ist, wenn die Breite AB des
30 Graden seyn soll; also ist AE =
von 15° für den Halbmesser 1, d. h.
wofür ich beynahe 0,26180 setzen

XIV. Man fälle von d auf
pendikel dn, von a auf dk das
u. s. w., so hat man An = AE

welche man der Ordnung nach von $\beta = 0°$ bis zu $\beta = 90°$ berechnen kann, indem man die geographische Breite $\beta$ der Punkte A, d, a u. s. w. allmählig von 10 zu 10 Graden wachsen läßt. So erhält man von 10 zu 10 Graden der Breite, die Werthe von $\mu$, und hieraus von y; daraus denn die Werthe von $\Delta$y, $\Delta$x, und endlich von x, wie folgendes Täfelchen ausweiset, für dessen Richtigkeit ich durch eine wiederholte Rechnung gut stehe.

| $\beta$ | $\mu$ | y | Differ. $\Delta$y |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0,26180 | |
| 10 | 2°. 36′. 17″ | 0,25773 | 0,00407 |
| 20 | 5 . 7 . 49 | 0,24568 | 0,01205 |
| 30 | 7 . 30 . 0 | 0,22608 | 0,01960 |
| 40 | 9 . 38 . 30 | 0,19960 | 0,02648 |
| 50 | 11 . 29 . 27 | 0,16715 | 0,03245 |
| 60 | 12 . 59 . 25 | 0,12978 | 0,03737 |
| 70 | 14 . 5 . 44 | 0,08864 | 0,04114 |
| 80 | 14 . 46 . 19 | 0,04496 | 0,04368 |
| 90 | 15 . 0 . 0 | 0,00000 | 0,04496 |

XVII. Daraus nun weiter für die Werthe von $\Delta$x und x folgendes Täfelchen, denen ich auch noch die Cotangenten von $\beta$, für die Halbmes-

welche man der Ordnung nach von $\beta = 0°$ bis zu $\beta = 90°$ berechnen kann, indem man die geographische Breite $\beta$ der Punkte A, d, a u. s. w. allmählig von 10 zu 10 Graden wachsen läßt. So erhält man von 10 zu 10 Graden der Breite, die Werthe von $\mu$, und hieraus von y; daraus dem die Werthe von $\Delta y$, $\Delta x$, und endlich von x, wie folgendes Täfelchen ausweiset, für dessen Richtigkeit ich durch eine wiederholte Rechnung gut stehe.

| $\beta$ | $\mu$ | y | Differ. $\Delta y$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0,26180 | |
| 10 | 2° . 36′ . 17″ | 0,25773 | 0,00407 |
| 20 | 5 . 7 . 49 | 0,24568 | 0,01205 |
| 30 | 7 . 30 . 0 | 0,22608 | 0,01960 |
| 40 | 9 . 38 . 30 | 0,19960 | 0,02648 |
| 50 | 11 . 29 . 27 | 0,16715 | 0,03245 |
| 60 | 12 . 59 . 25 | 0,12978 | 0,03737 |
| 70 | 14 . 5 . 44 | 0,08864 | 0,04114 |
| 80 | 14 . 46 . 19 | 0,04496 | 0,04368 |
| 90 | 15 . 0 . 0 | 0,00000 | 0,04496 |

XVII. Daraus nun weiter für die Werthe von $\Delta x$ und x folgendes Täfelchen, denen ich auch noch die Cotangenten von $\beta$, für die Halbmes-

Ferner aus (XIII.)

$$\Delta\beta^2 = 0{,}0304607209$$

also $\Delta\beta^2 - \Delta y^2 = 0{,}0304441560$ woraus die Wurzel $= 0{,}17448 = \Delta x$ für $\beta = 10^\circ$. Dies ist denn auch zugleich für diesen Fall die Abscisse. So findet sich denn auf eine ähnliche Art für $\beta = 20^\circ$ das zugehörige $\Delta x = 0{,}17411$, mithin für $\beta = 20^\circ$ die Abscisse $x = 0{,}17448 + 0{,}17411 = 0{,}34859$ u. s. w.

XIX. Nach diesem Täfelchen ist es nunmehr leicht, die krumme Linie AdaP, und so auch BcbP von 10 zu 10 Graden der Breite zu construiren.

Man ziehe AB, EP auf einander senkrecht, und nehme AE = EB = dem Werthe von y für $\beta = 0$; also AE = EB = 0,26180, d. h. = 26180 Hunderttausendtheilchen des Halbmessers der Kugel, für welche man das Segment APB zeichnen will. Wenn also dieser Halbmesser groß genug ist, um ihn in 100000 Theile eintheilen zu können, so fasse man von ihm 26180 solcher Theilchen ab, so hat man den Werth von AE oder EB, d. h. von 15 Graden des Aequators. Könnte man ihn aber nur in 10000 Theile, oder auch nur in 1000 eintheilen, so daß kleinere Theilchen sich in einen unmerklichen Punkt verlöhren, so würde man nur diejenigen Theilchen abfassen, welche sichtbar

aus-

sen Fall die Abscisse. So findet sich
ähnliche Art für $\beta = 20°$ das zug
$= 0,17411$, mithin für $\beta = 20°$
$x = 0,17448 + 0,17411 = 0,34$

XIX. Nach diesem Täfelchen ist
leicht, die krumme Linie AdaP, und s
von 10 zu 10 Graden der Breite zu c

Man ziehe AB, EP auf einand
und nehme AE = EB = dem Werth
$\beta = 0$; also AE = EB = 0,2618
26180 Hunderttausendtheilchen des Hal
Kugel, für welche man das Segment A
will. Wenn also dieser Halbmesser gr
um ihn in 100000 Theile einzutheilen
so fasse man von ihm 26180 solcher T
so hat man den Werth von AE oder

leichtern, und noch die übrigen angezeigten Decimaltheile; diesen fasse man demnach von dem Maaßstabe ab, und durchschneide damit aus dem Punkt d das Perpendikel Ep, so erhält man bey p das Centrum zu dem zu verzeichnenden Parallel dec. So verfährt man für jeden andern afb u. s. w., und eben so für die in die andere Hälfte AQB fallenden Parallelkreise, deren Mittelpunkte über Q hinaus zu liegen kommen. Die LXXte Figur stellt die Hälfte eines solchen Segments ungefähr in dem richtigen Verhältnisse dar.

XXI. Es kann sich ereignen, daß die Halbmesser, wie dp, so groß werden, daß man sie nicht bequem abfassen, und mit ihnen auf die erwähnte Art verfahren kann. In diesem Falle muß man die obigen Werkzeuge (§. 18. X.) anwenden, aber alsdann, ausser den beyden Punkten d und c eines zu reissenden Bogens, wie dec, wenigstens noch einen dritten Punkt bestimmen, z. E. etwa e in dem Perpendikel Ep, welches auf folgende Art geschehen kann.

Für jeden Punkt d hat man aus dem Täfelchen (XVI.) den Winkel dpe = $\mu$ an dem Mittelpunkte p des zu beschreibenden Parallels, und den Halbmesser pd = cot $\beta$. Also hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke dip, auch pi

= pd

zeichnen, und noch die übrigen angezeigten Decimaltheile; diesen fasse man demnach von dem Maasstabe ab, und durchschneide damit aus dem Punkt d das Perpendikel Ep, so erhält man bey p das Centrum zu dem zu verzeichnenden Parallel dec. So verfährt man für jeden andern afb u. s. w., und eben so für die in die andere Hälfte AQB fallenden Parallelkreise, deren Mittelpunkte über Q hinaus zu liegen kommen. Die LXXte Figur stellt die Hälfte eines solchen Segments ohngefähr in dem richtigen Verhältnisse dar.

XXI. Es kann sich ereignen, daß die Halbmesser, wie dp, so groß werden, daß man sie nicht bequem abfassen, und mit ihnen auf die erwähnte Art verfahren kann. In diesem Falle muß man die obigen Werkzeuge (§. 18. X.) anwenden, aber alsdann, ausser den beyden Punkten d und c eines zu reissenden Bogens, wie dec, wenigstens noch einen dritten Punkt bestimmen, z. E. etwa e in dem Perpendikel Ep, welches auf folgende Art geschehen kann.

Für jeden Punkt d hat man aus dem Täfelchen (XVI.) den Winkel dpe = $\mu$ an dem Mittelpunkte p des zu beschreibenden Parallels, und den Halbmesser pd = cot $\beta$. Also hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke dip, auch pi

= pd

leicht einzusehen ist, daß für den Bogen AaA keine willkührliche Krümmung angenommen werden kann.

X. Man fälle von a ein Perpendikel ab, auf EP, und heiße solches = y, so ist y = pa . sin aph = r cot $\beta$ . sin $\mu$ (VII.), wo $\mu$ durch $\beta$ und $\varkappa$ bekannt ist (VIII.). Man weiß also für jeden Punkt a, dem die geographische Breite $\beta$ entsprechen soll, die Ordinate y der krummen Linie AaP.

XI. Wie groß aber die zugehörige Absciße Eh = x genommen werden müsse, ist nicht so gar leicht zu bestimmen; und doch müssen für jeden Punkt a Absciße und Ordinate bekannt seyn, wenn sich die krumme Linie AaP auf dem Papiere, mithin das Segment APB, in welchem der Bogen PB völlig wie PA verzeichnet wird, soll construiren lassen.

Man kann aber die Absciße Eh, welche jedem Punkte a der krummen Linie AaP zugehört in völliger Schärfe nicht anders als durch Hülfe der Integralrechnung finden. Das Verfahren dazu findet man in Hrn. Hofr. Kästners Abhandlung *de fasciis globis obducendis* (*Commentationes soc. Reg. sc. Goetting. ad annum* 1778). Da man aber in der Ausübung

ohne

In der mit z bezeichneten Columne stehen die Werthe der Sagitten, wie ei, fh u. s. w., wenn man sie etwa zur Findung der Punkte e, f u. s. w. gebrauchen wollte.

Man sieht leicht, daß, wenn nunmehr 3 Punkte d, e, c eines jeden zu zeichnenden Parallels dec gegeben sind, der Kreisbogen durch sie, vermittelst des Werkzeugs (§. 18. X. α.), beschrieben werden kann. Ausserdem ließen sich aber auch leicht nach (§. 18. X. 21.), noch mehrere Punkte des zu reissenden Bogens dec bestimmen; in welchem Falle denn auch das Werkzeug (§. 18. XI. β.) angewandt werden kann.

XXII. Wenn einmal ein Segment gezeichnet ist, so kann man sich nach demselben eine Leere, oder eine Schablone, etwa aus Messing verfertigen, so daß die übrigen Segmente nicht besonders gezeichnet, sondern blos von dem ersten copirt werden dürfen. Eine solche Leere oder Schablone ist ein Stück Messingblech, welches genau nach der Krümmung eines Meridians, wie QPA, geschnitten und gefeilt ist, so daß man, um die folgenden Segmente zu zeichnen, nur diese Schablone anlegen, und längs derselben die Meridiane, wie PAQ, PBQ, reissen darf. Hat man sich zur Ziehung der Meridiane des Werkzeugs (§. 18.

Also der Bogen ad, oder $\frac{1}{9}$ des Quadranten AaP, mithin der Werth von 10 Graden des Meridians = 0,17453.

XIII. Man gedenke sich den Bogen AaP in lauter gleiche Theile Ad = da rc. getheilt, so daß jeder Theil 10 Grade des Meridians fasse, und also die Länge 0,17453 habe, welche ich mit $\Delta\beta$ bezeichnen will, und Ad sey der erste Theil, vom Aequator AB angerechnet, da der zweyte u. s. w., so hat man erstlich, nach der Formel (X.), für jeden der Punkte A, d, a u. s. w., die Ordinaten AE, di, ah u. s. w., wo insbesondere die erste AE dem Bogen von 15 Graden des Aequators gleich ist, wenn die Breite AB des Segments = 30 Graden seyn soll; also ist AE = einem Bogen von 15° für den Halbmesser 1, d. h. = 0,261799, wofür ich beynahe 0,26180 setzen darf.

XIV. Man fälle von d auf AE das Perpendikel dn, von a auf di das Perpendikel ak u. s. w., so hat man An = AE — di = dem Unterschiede der Ordinaten für die beyden nächsten Punkte A und d; dann eben so das Stück kd = di — ah = dem Unterschiede der beyden Ordinaten di, ah u. s. w., so hat man dergleichen Unterschiede, wie An, dk u. s. w., neune bis

zum

wäre, so müßte auf dem Meridiane d
30sten Grade der Rectascension, vo
12°. 15' heraufgenommen werden, so
Punkt in der Ecliptik AF seyn, so
durch dieses Segment erstreckt. So k
gleichen Punkte auf den übrigen Me
zwischen PA und PB fallen, bestimme
Bogen AF der Ecliptik durch sie fü
wird hiebey den Nutzen des (§. 41. I
ten Täfelchens empfinden. Auf eine
läßt sich in jedem folgenden Segmente,
Grade der Rectascension, bis zum
60ten bis zum 90ten u. s. w., das h
Stück der Ecliptik zeichnen. Die Gr
Meridianen PA, PB kann man zu

welche man der Ordnung nach von $\beta = 0^\circ$ bis zu $\beta = 90^\circ$ berechnen kann, indem man die geographische Breite $\beta$ der Punkte A, d, a u. s. w. allmählig von 10 zu 10 Graden wachsen läßt. So erhält man von 10 zu 10 Graden der Breite, die Werthe von $\mu$, und hieraus von y; daraus denn die Werthe von $\Delta y$, $\Delta x$, und endlich von x, wie folgendes Täfelchen ausweiset, für dessen Richtigkeit ich durch eine wiederholte Rechnung gut stehe.

| $\beta$ | $\mu$ | y | Differ. $\Delta y$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0,26180 | |
| 10 | 2° . 36′ . 17″ | 0,25773 | 0,00407 |
| 20 | 5 . 7 . 49 | 0,24568 | 0,01205 |
| 30 | 7 . 30 . 0 | 0,22608 | 0,01960 |
| 40 | 9 . 58 . 30 | 0,19960 | 0,02648 |
| 50 | 11 . 29 . 27 | 0,16715 | 0,03245 |
| 60 | 12 . 59 . 25 | 0,12978 | 0,03737 |
| 70 | 14 . 5 . 44 | 0,08864 | 0,04114 |
| 80 | 14 . 46 . 19 | 0,04496 | 0,04368 |
| 90 | 15 . 0 . 0 | 0,00000 | 0,04496 |

XVII. Daraus nun weiter für die Werthe von $\Delta x$ und x folgendes Täfelchen, denen ich auch noch die Cotangenten von $\beta$, für die Halbmes-

her merklich von denen auf den Kupferplatten verschieden ausfallen, und nicht auf die Kugel passen wollen, für deren Halbmesser sie verfertigt worden sind. Wäre die Zusammenziehung des Papieres überall gleichförmig, so daß es sich nach der Queere eben so, wie nach der Länge beym Eintrocknen zusammenzöge, so würde der Abdruck auf dem Papiere von dem Originale auf der Kupferplatte nur der Größe nach verschieden seyn, nur etwas kleiner ausfallen, aber die Aehnlichkeit würde bleiben. Man dürfte also die Kugeln, welche zu überziehen sind, nur etwas noch abdrehen lassen, und es würde keine Schwierigkeit haben, die richtige Größe der Kugeln für die Papiersegmente zu bestimmen, und wenn nun diese durch einen Versuch einmal gefunden worden, so dürfte man sich nach dieser nur allemal bey der Verfertigung der Kugeln richten.

III. Allein so lehrt die Erfahrung, daß das Papier sich nach der Länge, oder eigentlich nach der Richtung derjenigen durchsichtigen Streifen, die man auf dem Papierbogen wahrnimmt, anders, als nach der Queere zusammenzieht. Dies macht denn, daß das von einer platte abgezogene Segment, nachdem es getrocknet, dem Originale merklich unähnlich wird, und daß

nachher beym Aufziehen auf die Kugel nirgends nicht passen will, wie man auch mit der Dehnung nachhelfen mag.

Es ist daher höchst nöthig, gleich bey der Zeichnung der Segmente, auf diese Zusammenziehung des Papieres, Rücksicht zu nehmen, und die Zeichnung auf die Kupferplatte dergestalt zu machen, daß, wenn sie nachher abgedruckt wird, das Segment erst seine gehörige Figur erhält.

Die Vorschriften dazu gründen sich auf Versuche, über die Zusammenziehung des Papieres, und dem Verhältnisse dieser Zusammenziehung in der Länge, gegen die nach der Queere.

IV. Man verzeichne auf einer Kupferplatte einen Kreis, mit einem Halbmesser, z. E. von einem Schuhe, und mache nun davon, wie gewöhnlich, einen Abdruck auf eine gewisse Papierart, deren Zusammenziehung man untersuchen will. Nachdem der Abdruck trocken geworden, wird man finden, daß der Kreis eine Ellipse geworden ist, deren grösserer Durchmesser allemal mit den obenerwähnten durchsichtigen Streifen des Papiers gleichlaufend, und der kleinere senkrecht auf diesen Streifen ist. Das Papier zieht sich also beym Trocknen mehr nach der Queere als nach der Länge (II.) zusammen; wollte man daher ein Segment,

wie

wie APB (Fig. LXIX.) von einer Kupferplatte auf das Papier dergestalt abdrucken, daß die Höhe EP des Segments gleichlaufend mit den erwähnten Streifen des Papieres wäre, so würde beym Trocknen, die Breite AB des Segmentes sich verhältnißmäßig mehr zusammenziehen, als die Höhe EP, und das Segment auf dem Papiere würde nunmehr dem auf der Kupferplatte unähnlich werden, und nicht mehr auf die Kugel so passen, daß die krummen Linien PA, PB, sich in die gehörigen Meridiane krümmten. So würden denn überhaupt nicht nur die Ordinaten, wie id, hs u. s. w., sondern auch die Abscissen Ei, Eh u. dgl. einer Correction bedürfen, oder vielmehr, man würde das Segment nicht geradezu nach dem Täfelchen (§. 91.) zeichnen dürfen, sondern jede Abscisse und Ordinate des Täfelchens, müßte man in den Verhältnissen größer machen, als sie sich nachher beym Abdrucken, wegen des Papiers, zusammenzögen, wenn nach dem Abdrucke von der Kupfertafel, das Segment die gehörige Figur bekommen sollte.

V. Gesetzt man habe durch einen Versuch wie (IV.) gefunden, daß z. E. der Durchmesser des Kreises, welcher beym Abdrucke jenen Streifen des Papiers gleichlaufend war, sich nach dem

Trock-

nen des Papieres um $\frac{1}{136}$ seiner Länge, der
e nach der Queere, sich aber um $\frac{1}{70}$ seiner
zusammengezogen hätte, so würde begreif-
ede Linie nach der Richtung der Streifen des
ers, sich um $\frac{1}{136}$ ihrer Länge, jede nach der
re aber um $\frac{1}{70}$ ihrer Länge sich verkürzen;
wenn man daher ein Segment wie APB der-
t abdruckte, daß die Höhe desselben mit den
ifen in dem Papiere gleichlaufend wäre, so
en sich beym Abdrucke alle Abscissen wie Ei,
c. oder alle Linien längs EP, oder auch die
lel mit EP wären, um $\frac{1}{136}$ ihrer Länge, und
gen die Ordinaten wie AE, id, ha u. s. f.
im $\frac{1}{70}$ ihrer Länge verkürzen.

VI. Man müßte also, wenn diese Linien nach
Abdrucke von der Kupfertafel ihren wahren
h bekommen sollten, sie gleich in der Zeich-
auf der Kupfertafel selbst, gerade um so viel
er nehmen, als sie sich nach dem Abdrucken
er verkürzen. Dann würde das von der Ku-
latte abgedruckte Segment gerade die Dimen-
n erhalten, die ihm zukommen, wenn es nach-
uf die Kugel passen soll. Also würde man
jeder Ordinate y aus der Tafel den Werth
$\frac{1}{70}$ y; und statt jeder Abscisse den Werth
$\frac{1}{136}$ x bey der Zeichnung des Segments ge-
brau-

brauchen. Auf eine ähnliche Art verfährt man mit den Linien, wie Ee, ei u. dgl., die längs EP fallen.

VII. Sollten hingegen die Abdrücke von der Kupfertafel allemal so gemacht werden, daß EP nach der Queere des Papiers zu liegen käme, so würde man umgekehrt die Abscissen x um $\frac{1}{70}$ ihres Werthes, und hingegen die Ordinaten y um $\frac{1}{136}$ ihres Werthes vergrössern, und sich ihrer so zur Zeichnung auf der Kupfertafel bedienen.

VIII. Man sieht leicht, wie zu verfahren seyn würde, wenn ein Versuch, wie (IV.) andere Verhältnisse der Zusammenziehung gegeben hätte.

IX. Da die den Werthen x und y in der Zeichnung zu gebenden Correctionen $\frac{1}{70}$ x, $\frac{1}{136}$ y, beym Abdrucke auch wieder eine kleine Verkürzung leiden, so könnte man auch auf diese Rücksicht nehmen, welches denn eine neue Correction gäbe. Wenn man sich statt der Brüche $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{136}$; überhaupt $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$, gedenkt, so kann man leicht zeigen, daß die wahren Correctionen alsdann $\frac{1}{m-1}$ x; $\frac{1}{n-1}$ y seyn würden. (Man s. Lowiz *Commentatio de figura et divisione segmentorum* in dem Anhange zu den *Comment. soc. R. Goett.*

In der mit z bezeichneten Columne stehen die Werthe der Sagitten, wie ei, fh u. s. w., wenn man sie etwa zur Findung der Punkte e, f u. s. w. gebrauchen wollte.

Man sieht leicht, daß, wenn nunmehr 3 Punkte d, e, c eines jeden zu zeichnenden Parallels dec gegeben sind, der Kreisbogen durch sie, vermittelst des Werkzeugs (§. 18. X. α.), beschrieben werden kann. Ausserdem ließen sich aber auch leicht nach (§. 18. X. 21.), noch mehrere Punkte des zu reissenden Bogens dec bestimmen; in welchem Falle denn auch das Werkzeug (§. 18. XI. [illegible] angewandt werden kann.

XXII. Wenn einmal ein Segment gezeichnet ist, so kann man sich nach demselben eine Lehre, oder eine Schablone, etwa aus Messing verfertigen, so daß die übrigen Segmente nicht besonders gezeichnet, sondern blos von dem ersten copirt werden dürfen. Eine solche Leere oder Schablone ist ein Stück Messingblech, welches genau nach der Krümmung eines Meridians, wie QPA, geschnitten und gefeilt ist, so daß man, um die folgenden Segmente zu zeichnen, nur diese Schablone anlegen, und längs derselben die Meridiane, wie PAQ, PBQ, reissen darf. Hat man sich zur Ziehung der Meridiane des Werkzeugs

(§. 18.

angeschickte Schrift erläutert worden
aber leicht auch nach (§. 91. XIII
Tafel zu berechnen, wenn man
Formeln $x = 20^{\circ}$ setzte.

XI. Von vielen Schriftsteller
Meridianen PAQ, PBQ blos Kr
men, für die man die Mittelpunkt
Verlängerung von AE dergestalt n
Kreisbogen, durch die Punkte P, A
B, Q, gehen, wo man denn EP
M.) immer etwas kleiner als einen
dranten nehmen muß. Man kann
um so viel kürzer, als einen Mer
nehmen, als die größte Dehnung b
die das Papier längs EP beym Au
Kugel verträgt, welches man durch
che bey dieser oder jener Papierar

wäre, so müßte auf dem Meridiane d
30sten Grade der Rectascension, de
12°. 15' heraufgenommen werden, so
Punkt in der Ecliptik AF seyn, so
durch dieses Segment erstreckt. So l
gleichen Punkte auf den übrigen Me
zwischen PA und PB fallen, bestimm
Bogen AF der Ecliptik durch sie fü
wird hiebey den Nutzen des (§. 41.
ten Täfelchens empfinden. Auf eine
läßt sich in jedem folgenden Segmente
Grade der Rectascension, bis zum
60ten bis zum 90ten u. s. w., das
Stück der Ecliptik zeichnen. Die Gr
Meridianen PA, PB kann man zu
leicht in kleinere Theile abtheilen, un

Abdrucke der Charten, und in die geringe Größe des bey solchen Projectionen anwendbaren Maasstabes verhüllet. Daher ich es für die Ausübung für ganz überflüßig halte, von dieser Projectionsart noch mehr zu sagen, als was ich bereits davon gelehret habe. Daß übrigens auf dieser Projection der Flächeninhalt aller von zwey Meridianen und zwey Parallelen gebildeten Vierecke genau dem auf der Kugel oder dem Sphäroid entspricht, dies hat auch bereits Hr. Prof. Mollweide erwiesen. (v. Zachs. Monátl. Corresp. B. III. p. 144.)

Zu Seite 445 in der 12ten Zeile von unten nach dem Wort Anwendung, ist noch beyzufügen: So auch La Grange's Abhandlung in den *Memoires de l'Ac. de Berlin.* 1779.

eben so, wie nach der Länge beym Ei
sammenzöge, so würde der Abdruck a
piere von dem Originale auf der Kup
der Größe nach verschieden seyn, nu
ner ausfallen, aber die Aehnlichkeit w
Man dürfte also die Kugeln, welche z
sind, nur etwas noch abdrehen lasse
würde keine Schwierigkeit haben,
Größe der Kugeln für die Papiersegi
stimmen, und wenn nun diese durch ei
einmal gefunden worden, so dürfte m
dieser nur allemal bey der Verfertigu
geln richten.

III. Allein so lehrt die Erfahru
Papier sich nach der Länge, ob
nach der Richtung derjenigen durc
Streifen, die man auf dem Papier

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Seite 580. | Zeile 26. | statt 10000 | lies 1000 |
| — 589. | — 22. | statt großer | lies große |
| — 599. | — 1. | st. Fig. XLIV. | l. Fig. L |
| — 600. | — 22. | st. Fig. XLIV. | l. Fig. L |
| — 608. | — 10. | statt DC | lies HC |
| — 616. | — 4. | statt pf | lies qf |
| — 621. | — 4. | statt die | lies den |
| — 626. | — 5 | statt welcher | lies welche |
| — 634. | — 24. | st. Fig. LXVII. | l. Fig. XL |

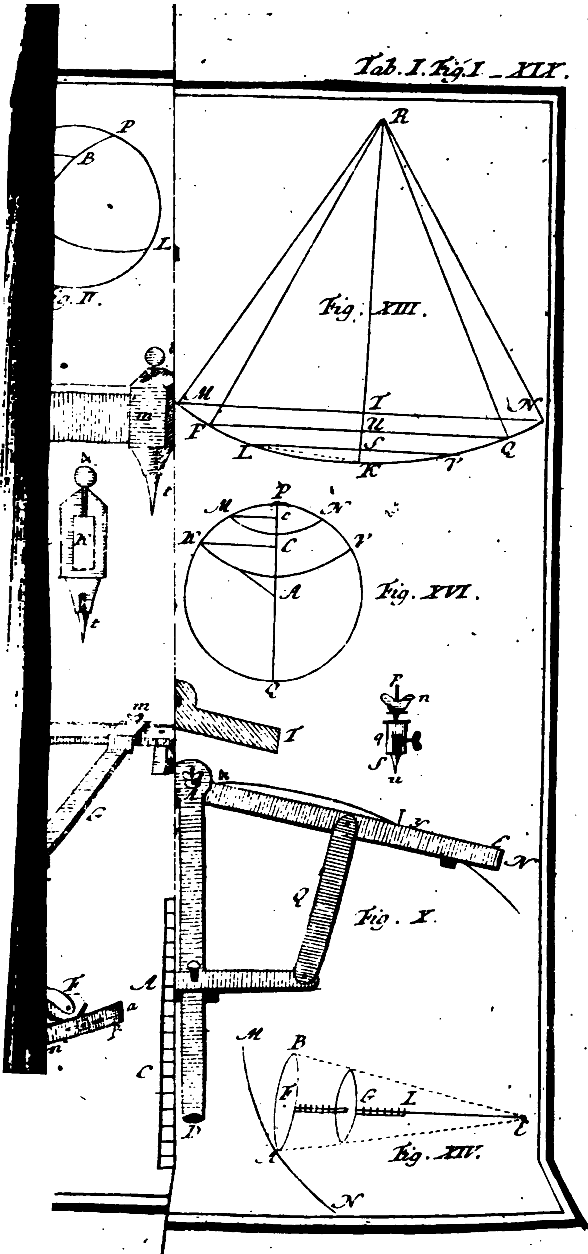
betrachten. Auf eine ähnliche Art verfährt man mit den Linien, wie Eo, oi u. dgl., die län[ger] EP fallen.

VII. Sollten hingegen die Abdrücke von [der] Kupfertafel allemal so gemacht werden, daß E[Y] nach der Queere des Papiers zu liegen käme, [so] würde man umgekehrt die Abscissen x um $\frac{1}{70}$ ih[res] Werthes, und hingegen die Ordinaten y um $\frac{1}{136}$ ihres Werthes vergrössern, und sich ihrer so [ge...] Zeichnung auf der Kupfertafel bedienen.

VIII. Man sieht leicht, wie zu verfahren seyn würde, wenn ein Versuch, wie (IV.) andere Verhältnisse der Zusammenziehung gegeben hätte.

IX. Da die den Werthen x und y in der Zeichnung zu gebenden Correctionen $\frac{1}{70}$ x, $\frac{1}{136}$ y, beym Abdrucke auch wieder eine kleine Verkürzung leiden, so könnte man auch auf diese Rücksicht nehmen, welches denn eine neue Correction gäbe. Wenn man sich statt der Brüche $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{136}$ überhaupt $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$, gedenkt, so kann man leicht zeigen, daß die wahren Correctionen alsdann $\frac{1}{m-1}$ x; $\frac{1}{n-1}$ y seyn würden. (Man s. Lowitz *Commentatio de figura et divisione segmentorum* in dem Anhange zu den *Comment. soc. R. Goett.*

schen; nebst einer Abhandlung über
werke mit Schwanzhämmern, in besonderer
sicht auf das Stanniol-Hammerwerk.
Rößling, Chr. Lebr., Fabrikenschule. T
Theil, mit 6 illum. Kupf. gr. 8. 180
30 kr. oder 5 Thlr. — Auch mit dem
Die Fabrikation des Salmiaks
dabei als Neben Produkte gewinnbaren Fa
Benzoeblumen, dippelisches Oel, schwar
niß, Phosphor, Glauber- und Seignett
Mineral- und Pflanzen-Alkali, vitri
Weinstein, Magnesie, Braunschweig
Bremer Grün, Neugrün, Eisenocher, un
blumen, bearbeitet von Rößling und Kief
Weinich, G. Ph., kurze, doch vollständige
tung zum Rechnen nach Reesischer Mani
140 Beispielen, gr. 8. 1814. 24 kr. o
— — das Vorzüglichste aus der Geometr
Trigonometrie populär vorgetragen, unt
ordnet, daß Güterbesitzer und Professioni
für welche diese kurze Anweisung vorzüg
stimmt ist, für jeden ihnen vorkommend
hier sogleich einen ähnlichen zu ihrer Selb
rung auffinden können; aber auch als Le
in niedern Schulen zu gebrauchen, mit 3
gr. 8. 1814. 24 kr. ode
— — kurze und leichtfaßliche Anweisung zur
staben-Rechnung und niedern Algebra.
1815. Unter der Presse.
Diese 3 Anweisungen zusammen enthalten d
entbehrlichste und Wissenswürdig
allen Theilen der reinen Mathemati
sind für Schulen vorzüglich brauchbar
Welterich, J. A. P., über Taxation der (
stücke, mit 17 Tabellen, gr. 4. 1815. 1 fl.
oder 1 Thlr


Tab. I. Fig. I _ XIX.
Fig. XIII.
Fig. XVI.
Fig. X.
Fig. XIV.

